



# SF1669 Matematisk och numerisk analys II 11,0 hp

Mathematical and Numerical Analysis II

När kurs inte längre ges har student möjlighet att examineras under ytterligare två läsår.

## Fastställande

Kursplan för SF1669 gäller från och med VT15

## Betygsskala

A, B, C, D, E, FX, F

## Utbildningsnivå

Grundnivå

## Huvudområden

Teknik

## Särskild behörighet

SF1667 Tillämpad linjär algebra II och SF1668 Matematisk och numerisk analys I eller motsvarande.

## Undervisningsspråk

Undervisningsspråk anges i kurstillfällesinformationen i kurs- och programkatalogen.

# Lärandemål

Ett övergripande mål med kursen är att studenten ska utveckla en god förståelse för grundläggande matematiska begrepp inom flervariabelanalys och kunna använda dessa för att matematiskt modellera ingenjörsvetenskapliga och naturvetenskapliga problem.

Studenten ska utveckla en färdighet i att, med hjälp av dator, illustrera centrala begrepp och lösa tillämpade problem med hjälp av färdiga funktioner ur programspråkets bibliotek. Dessutom ska studenten kunna visualisera och presentera resultaten på ett tydligt sätt.

Efter genomgången kurs ska studenten för godkänt betyg kunna

- Använda, förklara och tillämpa terminologin och de viktigaste grundbegreppen och problemlösningsmetoderna, särskilt:
  - o tolka funktionsgrafer och nivåkurvor/nivåytor och skissera sådan kurvor och ytor i enklare fall
  - o beräkna partiella derivator och använda kedjeregeln för reell- och vektorvärda funktioner av flera variabler
  - o approximera partiella derivator med finita differenser av olika noggrannhetsordning samt ha kännedom om approximationsfelet
  - o bestämma och klassificera kritiska punkter
  - o använda Taylors formel för att approximera funktioner samt uppskatta approximationsfelets storlek
  - o använda Jacobimatrisen för att genomföra linjär approximation
  - o lösa icke-linjära ekvationssystem med numeriska metoder
  - o använda gradienten för att beräkna riktingsderivata och visa förståelse för gradientens förhållande till nivåkurvor/nivåytor
  - o lösa vissa optimeringsproblem, även med bivillkor
  - o förklara hur multipelintegraler definieras och hur de kan approximeras med hjälp av Riemannsummor
  - o beräkna vissa multipelintegraler med hjälp av upprepad enkelintegrering och variabelbyten, speciellt till polära, cylindriska och rymdpolära (sfäriska) koordinater
  - o lösa integraler numeriskt med metoder av olika noggrannhetsordning samt ha kännedom om approximationsfelet
  - o visa förståelse för hur man kan använda integralkalkyl för att beräkna längder, areor, volymer och andra storheter som t ex massa och tyngdpunkt
  - o redogöra för hur kurvintegraler samt yt- och flödesintegraler definieras samt genomföra beräkningar av enklare sådana med hjälp av parameterisering
  - o lösa system av första ordningens ordinära differentialekvationer med numeriska metoder av olika noggrannhetsordning samt visa förståelse för begreppen konvergens och stabilitet
  - o redogöra för och tillämpa Greens formel och Gauss sats (Divergenssatsen)
  - o förklara begreppen potential och konservativt vektorfält samt använda dessa i beräkningar
- Ställa upp enklare matematiska modeller för företeelser och förlopp som kan beskrivas med funktioner av flera variabler eller vektorvärda funktioner, och diskutera sådana modellers och deras lösningars relevans, rimlighet och noggrannhet, samt ha kännedom om hur matematisk programvara kan användas för att genomföra beräkningar inom en- och flervariabelanalys.
- Välja lämplig numerisk metod för behandlingen av ett given matematiskt modell samt motivera val av metod genom att redogöra för fördelar och begränsningar.
- Göra numeriska experiment.

- Göra tillförlitlighetsbedömning av numeriska resultat: parameterkänslighet, experimentell störningsräkning, precision, samt presentera resultaten på ett tydligt sätt.
- Läs och tillgodogöra sig text om en- och flervariabelanalys och dess tillämpningar samt kommunicera matematiska resonemang och beräkningar inom detta område muntligen och skriftligen.

Mål för högre betyg. Efter genomgången kurs ska studenten förutom de grundläggande målen kunna

- Visa förståelse för hur Jacobimatrisen kan användas för att avgöra om en funktion är lokalt inverterbar.
- Tillämpa implicita funktionssatsen.
- Redogöra för och tillämpa Stokes sats
- Beräkna gränsvärden för funktioner av flera variabler och identifiera situationer när gränsvärde saknas.
- Redogöra för begreppen gränsvärde, kontinuitet, deriverbarhet och differentierbarhet för reellvärda funktioner av flera variabler.
- Lösa problem som kräver mer omfattande beräkningar i flera steg.
- Generalisera och anpassa metoder för att användas i delvis nya situationer.
- Lösa problem som kräver syntes av material och idéer från hela kursen
- Härleda viktiga samband och satser och algoritmer.
- Redogöra för teorin bakom begreppen numerisk konvergens och stabilitet.

## Kursinnehåll

Rummen  $\mathbb{R}^n$ . Funktioner av flera variabler och vektorvärda funktioner inklusive följande egenskaper och begrepp. Funktionsyta, nivåkurva, nivåyta. Gränsvärde och kontinuitet, differentierbarhet, partiell derivata, kedjeregeln, differentialer. Finit differensapproximation av olika noggrannhetsordning. Tangentplan och linjär approximation. Taylors formel i flera variabler. Gradient och riktningsderivata. Jacobimatris, Jacobideterminant. Newtons metod för att lösa icke-linjära ekvationssystem. Inverterbarhet och implicit definierade funktioner. Koordinattransformationer. Optimering. Multipelintegraler. Kurvintegraler och Greens formel. Flödesintegraler och Gauss och Stokes satser. Numerisk integration med trapetsregeln och Simpsons formel samt befintliga funktioner i Matlab. Numerisk lösning av system av differentialekvationer med Eulers metod och Runge-Kutta-metoden samt befintliga funktioner i Matlab. Tillämpningar. Numeriska metoder för partiella differentialekvationer.

## Kurslitteratur

**Calculus** (8:e upplagan) av Robert A. Adams och Christopher Essex, 2013, ISBN 978-0-32-178107-9

**Numerical Analysis** av Timothy Sauer (2:a upplagan eller New International edition)

Utdelat material

## Examination

- LAB1 - Laborationsuppgifter, 1,0 hp, betygsskala: P, F
- LAB2 - Laborationsuppgifter, 2,0 hp, betygsskala: P, F
- PRO1 - Projekt, 2,0 hp, betygsskala: A, B, C, D, E, FX, F
- TEN1 - Tentamen, 6,0 hp, betygsskala: A, B, C, D, E, FX, F

Examinator beslutar, baserat på rekommendation från KTH:s handläggare av stöd till studenter med funktionsnedsättning, om eventuell anpassad examination för studenter med dokumenterad, varaktig funktionsnedsättning.

Examinator får medge annan examinationsform vid omexamination av enstaka studenter.

## Övriga krav för slutbetyg

En skriftlig tentamen (TEN1; 6 hp). Laborationsuppgifter med muntlig och skriftlig redovisning (LAB1 och 2; totalt 3 hp), samt projekt (PRO1; 2 hp).

## Etiskt förhållningssätt

- Vid grupparbete har alla i gruppen ansvar för gruppens arbete.
- Vid examination ska varje student ärligt redovisa hjälp som erhållits och källor som använts.
- Vid muntlig examination ska varje student kunna redogöra för hela uppgiften och hela lösningen.