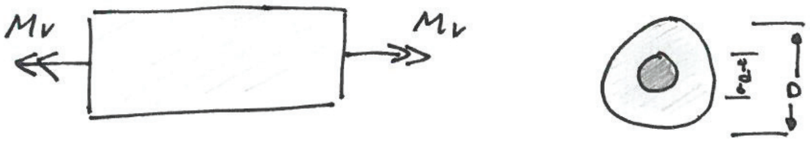
2.6.22 Stång med stålkärna utsätts för vridande moment



× d = 30 mm
× Ytterrör av mässing
Innerstång av stål
× $G_{stål}$ = 80 GPa
$G_{mässing}$ = 35 GPa

Sökt a) Bestäm D så rören/delarna tar upp lika mycket vridmoment

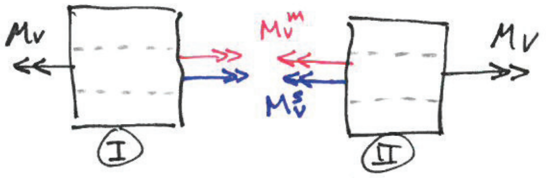
b) Hur förhåller sig τ^s_{max} mot τ^m_{max}

Obs index
s – stål
m – mässing

Lösning

(1. Frilägg, 2. Jmv)

3. Snitta



4. Jmv

$\xrightarrow{\text{I}}$: $-M_v + M_v^m + M_v^s = 0$

$\Longleftrightarrow$ $M_v^m + M_v^s = M_v$

5. Skjuvspänning/Vridmoment

$$\left[M_v = \int_a^b 2\pi\tau r^2 dr\right]$$

6. Konstitutivt sb
Lin. el. mtrl $[\tau = G\gamma]$

7. Kompabilitet

$[\gamma \cdot L = \theta \cdot r]$ samt de sitter ihop $\Longrightarrow$ $\theta^m = \theta^s$

$\Longrightarrow$ 5. + 6. + 7. ger $\theta = \dfrac{2 M_v L}{\pi G (b^4 - a^4)}$ (alt. gå direkt med FS. 6.75!)

$$\Longrightarrow \quad \theta^m = \frac{2 M_v^m \cdot L}{\pi G^m \cdot \left(\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\frac{d}{2}\right)^4\right)} \qquad \theta^s = \frac{2 M_v^s \cdot L}{\pi G^s \cdot \left(\left(\frac{d}{2}\right)^4 - 0^4\right)}$$

$\theta^m = \theta^s$ ger då $\dfrac{M_v^m \cdot L}{8\pi G^m (D^4 - d^4)} = \dfrac{M_v^s \cdot L}{8\pi G^s \cdot d^4} \Longleftrightarrow \dfrac{M_v^m}{G^m (D^4 - d^4)} = \dfrac{M_v^s}{G^s d^4}$

→ Vi söker D! ...

Givet i uppgift är att delarna delar på M_v $\Longrightarrow$ $M_v^m = M_v^s = \dfrac{M_v}{2}$

$$\Longrightarrow \frac{M_v}{2G^m(D^4 - d^4)} = \frac{M_v}{2G^s \cdot d^4} \Longleftrightarrow G^m \cdot D^4 - G^m d^4 = G^s \cdot d^4$$

$$\Longleftrightarrow D^4 = \frac{d^4 (G^s + G^m)}{G^m}$$

$\Longrightarrow$ Med numeriska värden fås $D = \left(\dfrac{30^4 (80 \cdot 10^3 + 35 \cdot 10^3)}{35 \cdot 10^3}\right)$

$\Longrightarrow$ $D = 40.39$ mm

2.6.22

forts 1.

b) p.s.s som i 2.6.15 alt. FS. 6.76

$$\Longrightarrow \tau_{max} = \frac{2 M_v \cdot r_{max}}{\pi(b^4 - a^4)} = \frac{M_v}{W_v}$$

$$\tau_{max}^m = \frac{2 \cdot M_v^m \cdot \frac{D}{2}}{\pi\left(\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\frac{d}{2}\right)^4\right)} = \frac{16 M_v \cdot D}{\pi(D^4 - d^4)}$$

$$\tau_{max}^s = \frac{2 \cdot M_v^s \cdot \frac{d}{2}}{\pi\left(\left(\frac{d}{2}\right)^4 - 0^4\right)} = \frac{16 M_v \cdot d}{\pi \cdot d^4}$$

$$\Longrightarrow \frac{\tau_{max}^m}{\tau_{max}^s} = \frac{\frac{16 M_v \cdot D}{\pi(D^4 - d^4)}}{\frac{16 M_v \cdot d}{\pi d^4}} = \ldots = 0.589$$

$$\Longleftrightarrow \underline{\tau_{max}^m = 0.589 \cdot \tau_{max}^s} \qquad \left(\underline{\tau_{max}^s = 1.69 \cdot \tau_{max}^m}\right)$$