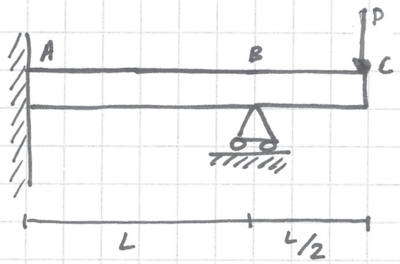
2.4.122

Givet



Balk

- Böjstyvhet EI

Sökt

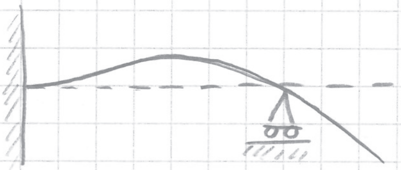
Reaktionskraft vid B

Nedböjning vid C

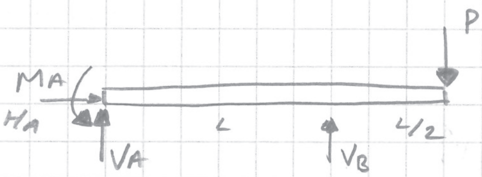
Lösning

Metod: elementarfall

Hur blir deformationen? Visualisera...



1. Frilägg



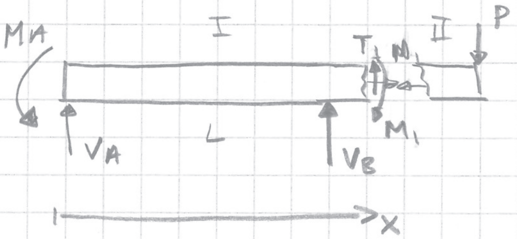
2. Jmv

$\uparrow: V_A + V_B - P = 0$

$\rightarrow: H_A = 0$

$\overset{\curvearrowleft}{A}: M_A + V_B \cdot L - P \cdot \frac{3L}{2} = 0$

3. Snitta



4. Jmv

$\uparrow_I: V_A + V_B + T_1 = 0 \quad (\Rightarrow T_1 = -P)$

$\rightarrow_I: N_1 = 0$

$\overset{\curvearrowleft}{X}_I: M_A - V_A \cdot x - V_B \cdot (L-x) - M_1 = 0$

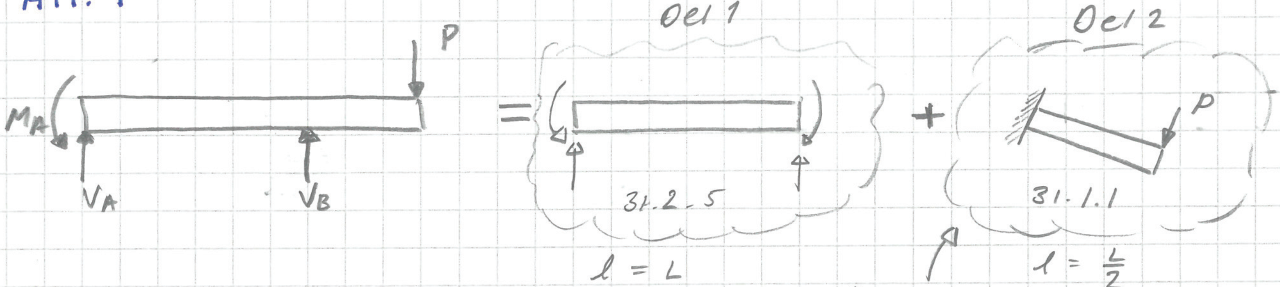
$\Rightarrow M_1(x) = M_A - V_A \cdot x - V_B (L-x)$

2.4.122

forts.1

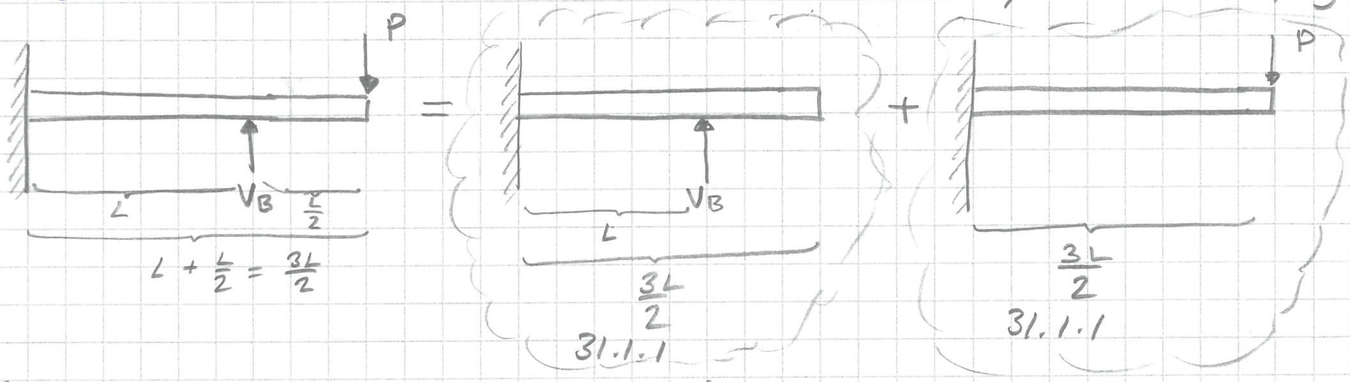
5. Elementarfall

Alt. 1



"Fortsätter" på del 1's utböjning

Alt. 2



Superposition kan alltså antingen göras genom

$\underbrace{\text{31.1.1 och 31.2.5}}_{\text{Alt. 1}}$ eller med $\underbrace{\text{31.1.1 och 31.1.1 igen}}_{\text{Alt. 2}}$

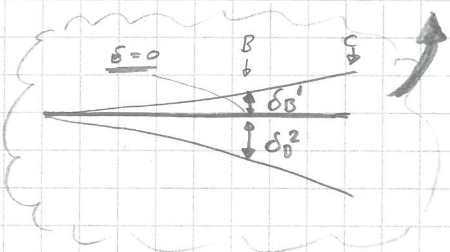
(Alt. 1 används på liknande uppställning: 2.4.120)

2.4.122
forts 2

Superposition alt. 2

Villkor: Den totala förskjutningen i punkt B måste vara 0 ty i verkliga fallet är det ett rullstöd där, som ej tillåter nån (vertikal) förskjutning!

Dvs: $\delta_B^{tot} = \delta_B^2 - \delta_B^1 = 0$



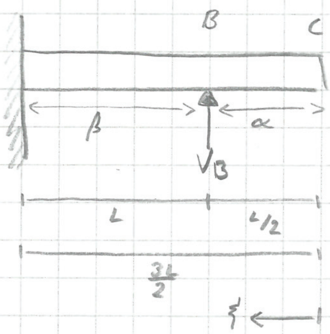
Anm.

Villkoret kan också vara $\delta_B^{tot} = \delta_B^2 - \delta_B^1$ men då måste $P = -V_B$!
Formel

Den totala förskjutningen i punkt C är p.s.s. summan av delfallens förskjutningen...

Dvs: $\delta_C^{tot} = \delta_C^2 - \delta_C^1$

Del 1



här är $\alpha = \dfrac{\frac{L}{2}}{\frac{3L}{2}} = \dfrac{1}{3}$ och $\beta = \dfrac{L}{\frac{3L}{2}} = \dfrac{2}{3}$

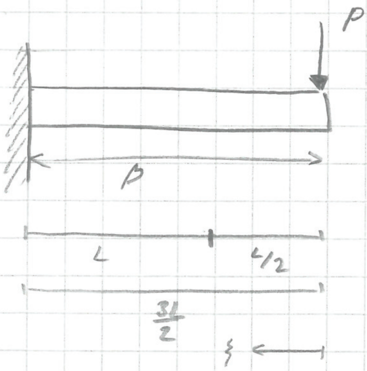
FS. 31.1.1

$$\delta_B^1 = \delta(\xi = \alpha) = \frac{V_B\left(\frac{3L}{2}\right)^3}{3EI}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{V_B \cdot L^3}{3EI} \qquad \text{(nr. 6)} \quad \xi = \alpha$$

$$\delta_C^1 = \delta(\xi = 0) = \frac{V_B \cdot \left(\frac{3L}{2}\right)^3}{6EI}\cdot\left(-\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot(1-0)\right) \qquad \text{(nr. 2)}$$

$$= \frac{7 V_B L^3}{12EI} \qquad \xi < \alpha$$

Del 2



här är $\beta = 1$ och $\alpha = 0$

FS. 31.1.1

$$\delta_B^2 = \delta\left(\xi = \frac{\frac{L}{2}}{\frac{3L}{2}} = \frac{1}{3}\right) = \frac{P\cdot\left(\frac{3L}{2}\right)^3}{6EI}\cdot\left(\left(\frac{1}{3}-0\right)^3 - 3\cdot(1)^2\left(\frac{1}{3}-0\right) + 2\cdot 1^3\right)$$

$$= \frac{7PL^3}{12EI} \qquad \text{(nr. 4)} \quad \xi > \alpha$$

$$\delta_C^2 = \delta(\xi = 0) = \frac{P\cdot\left(\frac{3L}{2}\right)^3}{3EI}\cdot(1)^3 = \frac{9PL^3}{8EI} \qquad \text{(nr. 6)} \quad \xi = \alpha = 0$$

2.4.122

forts 3

Således har vi

$$\begin{cases} \delta_B^1 = \dfrac{V_B \cdot L^3}{3EI} \\ \delta_B^2 = \dfrac{7PL^3}{12EI} \\ \delta_C^1 = \dfrac{7V_B \cdot L^3}{12EI} \\ \delta_C^2 = \dfrac{9PL^3}{8EI} \end{cases}$$

Med kompabilitetsvillkoret i pkt B kan vi bestämma reaktionskraften där!

$$\Rightarrow \quad \delta_B^{tot} = \delta_B^2 - \delta_B^1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\delta_B^2 = \delta_B^1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_B \cdot L^3}{3EI} = \frac{7PL^3}{12EI} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{V_B = \frac{7P}{4}}}$$

Nu kan vi bestämma förskjutningen i punkt C!

$$\delta_C^{tot} = \delta_C^2 - \delta_C^1 = \frac{9PL^3}{8EI} - \frac{7 \cdot \left(\frac{7P}{4}\right) \cdot L^3}{12EI} = \underline{\underline{\frac{5PL^3}{48EI}}}$$

$$\begin{cases} \text{Dvs reaktionskraften vid B är } \dfrac{7P}{4} \\ \underline{\text{Ned}}\text{böjningen vid C är } \dfrac{5PL^3}{48EI} \end{cases}$$