Övning 9-10

HT17 SE1010 [T]- A. Tengstrand (v1.1)

Innehåll: Böjning av balk – elastiska linjens ekvation samt elementarfall

Nr	***Storhet/symbol***	***Namn***	***Enhet***
	N	Normalkraft	$[N]$
	T	Tvärkraft	$[N]$
	M	Moment	$[N \cdot m]$
	q	Utbredd last	$[N/m]$
	M^T	Fixmoment	$[N \cdot m]$
	$w(x)$ $u(x)$	Utböjning/transversell förskjutning Longitudinell förskjutning	$[m]$
	$\frac{\partial w(x)}{\partial x} = \theta$	Vinkelförändring	$[°]$
	$-EI \cdot \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = M$	Moment	$[N \cdot m]$
	$-EI \cdot \frac{\partial^3 w(x)}{\partial x^3} = T$	Tvärkraft	$[N]$
	$EI \cdot \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} = q$	Utbredd last	$[N/m]$
	Samband	***Namn***	***FS 2016***
(1)	$[EIw''(x)]'' = q(x) + [M^T]''$ $[EIu'(x)]' + K_x A = [EA\alpha T(x)]'$	Elastiska linjens ekvation	6.20
(2)	$w'(x_0) = w'_{rand}$	Randvillkor (vinkelförändring)	6.22
(3)	$EIw''(x_0) = -M_{rand} + [M^T_{rand}]$	Randvillkor (moment)	6.22
(4)	$w(x_0) = w_{rand}$	Randvillkor (förskjutning)	6.23
(5)	$[EIw''(x_0)]' = -T_{rand} + [M^T_{rand}]'$	Randvillkor (tvärkraft)	6.23

Enligt FS s. 64 måste ett av (2)-(3) resp (4)-(5) väljas.
Randvillkor för longitudinell förskjutning finns även, se FS. 6.21.

Övning 9-10

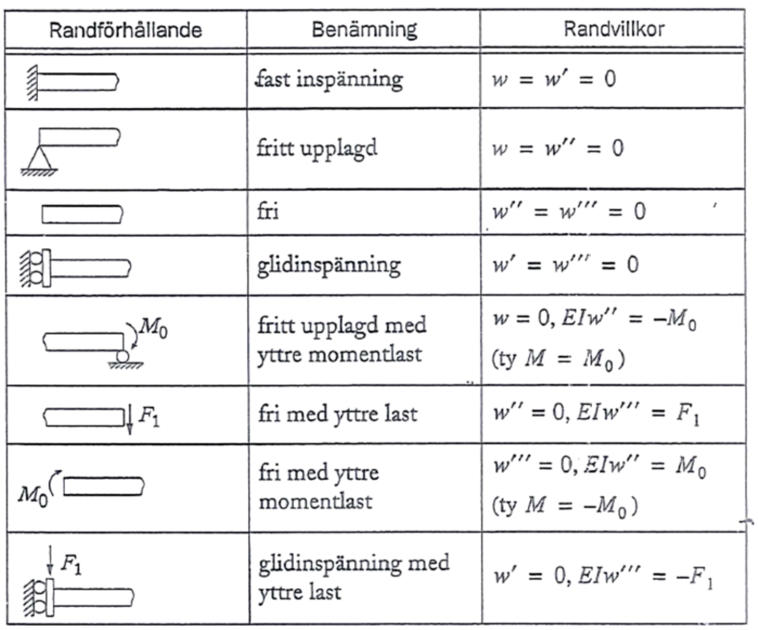
HT17 SE1010 [T]- A. Tengstrand (v1.1)

Innehåll: Böjning av balk – elastiska linjens ekvation samt elementarfall

GENERELL LÖSNINGSMETOD BÖJNING AV BALK (ELASTISKA LINJENS EKVATION)

1. FRILÄGG	Inför reaktionskrafter från stöd och väggar
2. JÄMVIKT	Summera krafter i varje riktning $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$ och moment $\sum \mathbf{M} = \mathbf{0}$
3. SNITTNING	Snitta på lämplig plats. Inför snittkrafter i snittytor
4. JÄMVIKT	Summera krafter (igen) för varje del av kroppen. Ta fram $M(x)$ och $T(x)$
5. ELASTISKA LINJEN	Ställ upp elastiska linjens ekvation. Finns q och M^T?
6. RANDVILLKOR	Ställ upp randvillkor för vänster/höger ände, enl. FS. 6.22/FS. 6.23
7. INTEGRERA	Integrera fram till utböjning $w(x)$, lös sedan ut integrationskonstanter m.h.a. randvillkoren
8. LÖS UPPGIFT	Reaktionskrafter och reaktionsmoment fås genom att låta x gå mot gränsvärdena (t. ex $x \to 0, L$) i $M(x)$ och $T(x)$

Randvillkor för några olika typer av stöd/förhållanden:



Randförhållande	Benämning	Randvillkor
	fast inspänning	$w = w' = 0$
	fritt upplagd	$w = w'' = 0$
	fri	$w'' = w''' = 0$
	glidinspänning	$w' = w''' = 0$
M_0	fritt upplagd med yttre momentlast	$w = 0, EIw'' = -M_0$ (ty $M = M_0$)
F_1	fri med yttre last	$w'' = 0, EIw''' = F_1$
M_0	fri med yttre momentlast	$w''' = 0, EIw'' = M_0$ (ty $M = -M_0$)
F_1	glidinspänning med yttre last	$w' = 0, EIw''' = -F_1$

Elementarfall - kommentar

Några vanliga grundfall (s.k. elementarfall) finns i FS i kap. 31 (s.356 och framåt). Dessa fall är framtagna genom elastiska linjens och alltså helt ekvivalenta, d.v.s. du kan i uppgifter med böjning av balk använda både elastiska linjens ekvation och elementarfall. Ingen metod har alltså någon särskild fördel, dock kan det uppfattas som att elastiska linjens ekvation kräver mer 'räknande' medan elementarfall kräver mer 'kreativt tänkande och pusslande'. En lösningsmetod för elementarfall kan vara steg 1-4 enligt ovan, därefter skissa på hur deformationen för hela skulle bli och därefter försöka dela upp det i typiska elementarfall.

OBS. Viktigt om du använder superposition (d.v.s lägger ihop flera elementarfall för att 'pussla ihop' till ursprungsproblemet) är att du ställer upp kompabilitetsvillkor (alltså hur t. ex. deformationen mellan fallen hänger ihop) och/eller är noggrann med hur du definierar krafternas riktning i de färdiga formlerna. Se ex. uppgift 2.4.120 där kompabilitetsvillkoret blir $\delta_{tot} = \delta_{31.2.5} - \delta_{31.2.3}$ om elementarfallen tas 'direkt' från formelsamling, medan det blir $\delta_{tot} = \delta_{31.2.5} + \delta_{31.2.3}$ om vi 'vänder' på ena elementarfallet så att dess deformation blir som ursprungsproblemet. Här är det också viktigt att komma ihåg att sätta ut t ex $\delta_{tot}^{punkt\ B} = 0$ om punkt B har ett stöd.

Enligt FS s. 64 måste ett av (2)-(3) resp (4)-(5) väljas.
Randvillkor för longitudinell förskjutning finns även, se FS. 6.21.