

1.1.8

Givet

Spänningstillstånd i en punkt

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} 120 & 0 & 60 \\ 0 & 80 & 40 \\ 60 & 40 & 50 \end{pmatrix}_{xyz} \text{ MPa}$$

Sökt

Beräkna huvudspänningar

 σ_1 σ_2 σ_3 Lösning

Huvudspänningar fås då spänningstillståndet

Karakteriseras enbart av normalspänningar (dvs inga skjuvspänningar!)

(Detta fås när koordinatsystemet vrids så det är i
huvudspänningsriktningarna ...)

Huvudspänningar ordnas enligt konvention som:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad \text{FS. s. 8}$$

Huvudspänningar fås genom att lösa egenvärdeproblemet

$$\left[\det(\underline{S} - \sigma \underline{I}) = 0 \right] \quad \text{FS. 1.11}$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 Spänningsmatris Huvudspänning enhetsmatris

Huvudspänningarna
är rötterna...

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 120 - \sigma & 0 & 60 \\ 0 & 80 - \sigma & 40 \\ 60 & 40 & 50 - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

"BETA" s. 93.
determinanten!

$$\Leftrightarrow (120 - \sigma)(80 - \sigma)(50 - \sigma) + 0 \cdot 40 \cdot 60 + 60 \cdot 0 \cdot 40 + 60 \cdot 0 \cdot 40 \dots$$

$$\dots - (120 - \sigma) \cdot 40 \cdot 40 - 0 \cdot 0 \cdot (50 - \sigma) - 60 \cdot (80 - \sigma) \cdot 60 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sigma^3 - 250\sigma^2 + 14400\sigma = 0 \Leftrightarrow \sigma(\sigma^2 - 250\sigma + 14400) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{1,2} = \frac{250}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{250}{2}\right)^2 - 14400} = 125 \pm 35 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 160 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 90 \text{ MPa} \\ \sigma_3 = 0 \text{ MPa} \end{cases}$$