

1.1.13

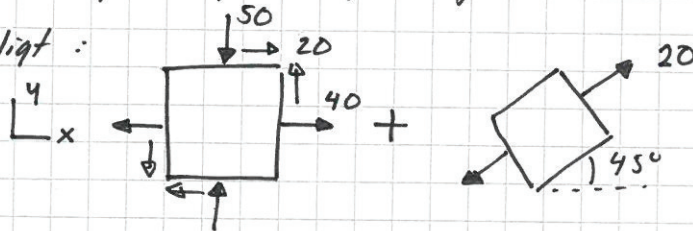
Givet Plant spänningstillstånd

$$\sigma_x = 40 \text{ MPa} \quad \sigma_y = -50 \text{ MPa} \quad \tau_{xy} = 20 \text{ MPa}$$

Sökt

- a) Bestäm huvudspänningar och huvudspänningsriktningar
- b) Utöver givna plana spänningstillstånd överlagras spänningstillstånd

enligt:



... Vad blir resulterande spänningstillstånd?

Lösning

- a) Givet plant spänningstillstånd  $\rightarrow$  en axels komponent

$$\text{är noll} \Rightarrow \begin{cases} \tau_z = 0 \\ \tau_{xz} = 0 \\ \tau_{yz} = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} 40 & 20 & 0 \\ 20 & -50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\text{Dvs } \underline{\underline{S}} \text{ kan förenklas till } \underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} 40 & 20 \\ 20 & -50 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Lös ut huvudspänningar genom att lösa egenvärdeproblemet

 $\Rightarrow$  FS. 1.10

$$\begin{vmatrix} 40 - \sigma & 20 \\ 20 & -50 - \sigma \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{vmatrix} 40 - \sigma & 20 \\ 20 & -50 - \sigma \end{vmatrix} = 0 \\ \text{---} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (40 - \sigma) \cdot (-50 - \sigma) - 20 \cdot 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sigma^2 + 10 \cdot \sigma - 2400 = 0 \Rightarrow \sigma_{1,3} = -\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 2400}$$

$$\sigma_{1,3} = -5 \pm 5 \cdot \sqrt{97} \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 \approx 44,24 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_3 \approx -54,24 \text{ MPa} \end{cases}$$

1.1.13

förb. 1

Lös ut huvudspänningsriktningar genom FS 1.9

$$[\underline{S} = \underline{\sigma} \underline{n}] \quad \text{FS 1.9}$$

$$\Leftrightarrow (\underline{S} - \underline{\sigma} \underline{I}) \cdot \underline{n} = \underline{0}$$

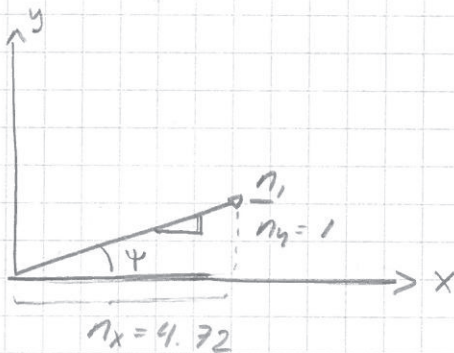
$\uparrow$   
 $\sigma_i \text{ tex}$

$$\Leftrightarrow \left( \begin{pmatrix} 40 & 20 \\ 20 & -50 \end{pmatrix} - 44.24 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -4.24 & 20 \\ 20 & -94.24 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow -4.24 \cdot n_x + 20 \cdot n_y = 0 \quad \Rightarrow n_x = \frac{20}{4.24} \cdot n_y = 4.72 \cdot n_y$$

$$\Leftrightarrow \frac{n_y}{n_x} = \frac{1}{4.72}$$



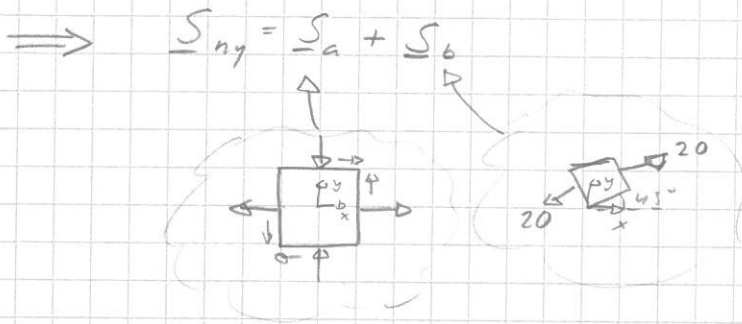
$$\Rightarrow \tan \psi = \frac{n_y}{n_x} = \frac{1}{4.72} \Rightarrow \underline{\psi = 12^\circ}$$

Dvs huvudspänningsriktningen är  $12^\circ$



1.1.13

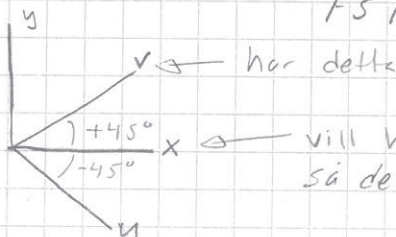
b) Överlagt spänningsstillstånd



Först behöver vi uttrycka/vrida del b till x, y-koordinater

FS. 1.17  $\left[ \sigma(\varphi) = \sigma_x \cdot \cos^2 \varphi + \sigma_y \cdot \sin^2 \varphi + 2\tau_{xy} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \right]$

FS. 1.18  $\left[ \tau(\varphi) = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cdot \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cdot \cos 2\varphi \right]$



har detta

vill ha detta! Obs, vi uttrycker om FS. 1.17 så det passar vår notation...

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma(\varphi) = \sigma_u \cdot \cos^2 \varphi + \sigma_v \cdot \sin^2 \varphi + 2\tau_{uv} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \\ \tau(\varphi) = \frac{\sigma_u - \sigma_v}{2} \cdot \sin 2\varphi + \tau_{uv} \cdot \cos 2\varphi \end{array} \right.$

där  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_u = 0 \\ \sigma_v = 20 \text{ MPa} \\ \tau_{uv} = 0 \end{array} \right.$

$\Rightarrow \sigma_x = \sigma(-45^\circ) = 0 \cdot \cos^2(-45^\circ) + 20 \cdot \sin^2(-45^\circ) + 2 \cdot 0 \cdot \sin(-45^\circ) \cos(-45^\circ)$

$\sigma_x = 10 \text{ MPa}$

p.s.s...  $\sigma_y = \sigma(45^\circ) = \dots = 10 \text{ MPa}$

$\tau_{xy} = \tau(-45^\circ) = \frac{0-20}{2} \cdot \sin(-90^\circ) + 0 \cdot \cos(2 \cdot -45^\circ) = 10 \text{ MPa}$

ANM.

anv. samma vinkel som för x

$\Rightarrow \tau_{xy} = 10 \text{ MPa}$

dvs  $\underline{S}_{ny} = \begin{pmatrix} 40 & 20 & 0 \\ 20 & -50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\underline{S}_{ny} = \begin{pmatrix} 50 & 30 & 0 \\ 30 & -40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ MPa}$