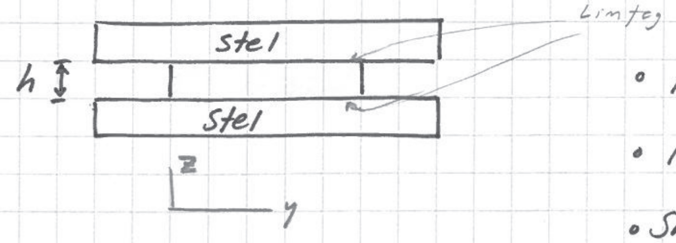
1.3.10

En elastisk skiva limmad mellan två stela plattor

Givet



- Pålagd spänning σ_z
- Ingen glidning i limmet
- Skivans dim. i x och y är mkt större än i z-led (h)

Sökt Beräkna $E' = \dfrac{\sigma_z}{\varepsilon_z}$

"skenbara elasticitetsmodulen"

Visa att $E' \gg E$ om skivans mtrl är inkompressibelt

Lösning

1. Randvillkor

- Ingen glidning i limmets plan $\Rightarrow$ $\varepsilon_x = 0$
- samt att $h \ll$ dim. i x och y $\quad \varepsilon_y = 0$

2. Konstitutivt samband

Lin. el. mtrl $\Longrightarrow$ Hookes lag se FS. s. 22-23

Vi behöver σ_z och ε_z $\Longrightarrow$ FS. 3.3

$$\left[\sigma_z = \frac{E}{1+\nu} \cdot \left[\varepsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] - \frac{E \alpha \Delta T}{1-2\nu} \right]$$

$$\Longrightarrow \quad \sigma_z = \frac{E}{1+\nu} \cdot \left(\varepsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu} \cdot (0 + 0 + \varepsilon_z) \right) - 0$$

$$= \frac{E}{1+\nu} \cdot \left(\varepsilon_z + \frac{\nu \cdot \varepsilon_z}{1-2\nu} \right)$$

$$= \frac{E \varepsilon_z}{1+\nu} \cdot \left(1 + \frac{\nu}{1-2\nu} \right) = E \varepsilon_z \cdot \frac{1}{(1+\nu)} \cdot \left(\frac{1-2\nu}{1-2\nu} + \frac{\nu}{1-2\nu} \right)$$

$$= E \varepsilon_z \cdot \frac{1}{(1+\nu)} \cdot \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)}$$

$$\underline{\sigma_z = E \varepsilon_z \cdot \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad \Longrightarrow \quad \underline{\underline{E' = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} = E \cdot \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}}}$$

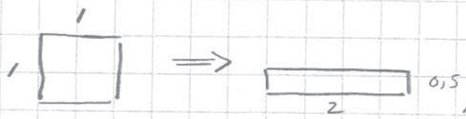
1.3.10
forts 1.

Ett inkompressibelt material har $\underline{\nu = 0,5}$

<u>En "härledning"</u>:

$$\left[\frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \right]$$ se kursbok (9-184) s 198

volymförändring $\equiv 0$ för inkompressibla material ty konstant volym (t ex



)

Dvs

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 \implies \text{Anv. Hookes lag}$$

$$\implies \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y - \sigma_z) + \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x - \sigma_z) + \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y) = 0$$

$$\iff \frac{1}{E}\Big((\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) - 2\nu(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\Big) = 0$$

$$\iff \frac{1}{E}\Big((\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\cdot(1-2\nu)\Big) = 0$$

$$\iff (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\cdot(1-2\nu) = 0$$

En måste bli 0 ... kan ej vara $(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ ty lasten är inte 0

dvs $(1-2\nu) = 0 \implies 2\nu = 1 \implies \underline{\underline{\nu = \frac{1}{2}}} = 0,5$ □

$$\implies E' = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot E \Bigg|_{\nu = 0,5} = \left\{ \text{Nämnare kommer bli 0 ...} \rightarrow \text{Kvåhet blir } \infty \right\}$$

$$\implies \underline{E' \gg E}$$