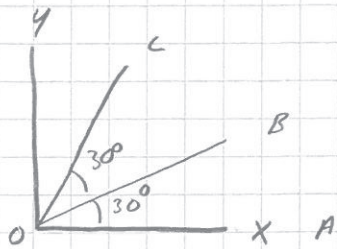


1.3.14

Töjningsmätning på en yta



Mätningar:

$$\epsilon_{0A} = 0,00014$$

$$\epsilon_{0B} = 0,00012$$

$$\epsilon_{0C} = -0,00002$$

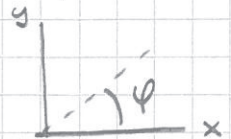
Lin. el. matr. $E = 70 \text{ GPa}$ $\nu = 0,35$ Sökt a) Fullständigt spänningstillstånd

b) Huvudspänningar och dess riktningar

LösningVi vet spänningar i $\epsilon(\varphi=0^\circ) = \epsilon_{0A}$ där φ det som

$$\epsilon(\varphi=30^\circ) = \epsilon_{0B}$$

$$\epsilon(\varphi=60^\circ) = \epsilon_{0C}$$

För att kunna beskriva töjningstillståndet i x-y systemet behöver vi ϵ_x ϵ_y γ_{xy} ϵ_x vet vi ty $\varphi=0^\circ$ faller parallell med x-led
 \rightarrow alltså $\epsilon_x = \epsilon(\varphi=0^\circ) = \epsilon_{0A} = 0,00014$ ϵ_y och γ_{xy} får vi genom att använda FS 2.21

$$\text{FS 2.21 } [\epsilon(\varphi) = \epsilon_x \cdot \cos^2(\varphi) + \epsilon_y \cdot \sin^2(\varphi) + \gamma_{xy} \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\varphi)]$$

$$(\text{FS 2.22 } [\gamma(\varphi) = (\epsilon_x - \epsilon_y) \cdot \sin(2\varphi) + \gamma_{xy} \cdot \cos(2\varphi)])$$

(Här är alltså ϵ_y och γ_{xy} i rätt koordinatsystem som vi söker för)

$$\Rightarrow \epsilon(\varphi=30^\circ) = \epsilon_{0B} = \underbrace{\epsilon_x}_{\epsilon_{0A}} \cdot \cos^2(30^\circ) + \epsilon_y \cdot \sin^2(30^\circ) + \gamma_{xy} \cdot \cos(30^\circ) \cdot \sin(30^\circ)$$

$$\epsilon(\varphi=60^\circ) = \epsilon_{0C} = \epsilon_x \cdot \cos^2(60^\circ) + \epsilon_y \cdot \sin^2(60^\circ) + \gamma_{xy} \cdot \cos(60^\circ) \cdot \sin(60^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{aligned} \epsilon_{0B} &= \epsilon_{0A} \cdot \frac{3}{4} + \epsilon_y \cdot \frac{1}{4} + \gamma_{xy} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \epsilon_{0C} &= \epsilon_{0A} \cdot \frac{1}{4} + \epsilon_y \cdot \frac{3}{4} + \gamma_{xy} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &2 \text{ ekv} \\ &2 \text{ okända } (\epsilon_y \text{ o. } \gamma_{xy}) \end{aligned}$$

$$\dots \text{ Lös ekv. system } \Rightarrow \epsilon_y = -0,00014$$

$$\gamma_{xy} = 0,0001154$$

$$(\epsilon_x = 0,00014)$$

1.3.14

Motsvarande spänningsstillstånd fås genom att använda Hookes lag (konstitutiv samband)

F.S. 3.1-3.3:

$$\left[\sigma_x = \frac{E}{1+\nu} \cdot \left(\epsilon_x + \frac{\nu}{1-2\nu} (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \right) + \frac{E\alpha\Delta T}{1-2\nu} \right]$$

$$\left[\sigma_y = \frac{E}{1+\nu} \cdot \left(\epsilon_y + \frac{\nu}{1-2\nu} (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \right) + \frac{E\alpha\Delta T}{1-2\nu} \right]$$

$$\left[\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \right]$$

$$\left[G = \frac{E}{2(1+\nu)} \right]$$

Anm
Plant problem...
 $\sigma_z = 0$
 $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$

Numreriskt fås med följande: $\begin{cases} \epsilon_x = 1,4 \cdot 10^{-4} \\ \epsilon_y = -1,4 \cdot 10^{-4} \\ \gamma_{xy} = -1,16 \cdot 10^{-4} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_x = 7,26 \text{ MPa} \\ \sigma_y = -7,26 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = -3 \text{ MPa} \quad (G = 25,9 \text{ GPa}) \end{cases}$$

Övriga komponenter är 0

SVAR a)

Huvudspänningar och dess riktningar fås m.h.a tex Mohr's cirkel
se F.S. 1.19

$$\Rightarrow R = \sqrt{\left(\frac{7,26 - (-7,26)}{2}\right)^2 + (-3)^2} \approx 7,85 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 7,85 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = -7,85 \text{ MPa} \end{cases}$$

Obs!
Alltid tre huvudspänningar... i detta fall är en nog ty plant tillstånd

$$\left[\sin(2\psi) = \frac{\tau_{xy}}{R} \right] \rightarrow \begin{cases} \psi_1 = -11,25^\circ \\ \psi_2 = 0^\circ \\ \psi_3 = -11,25 + 90^\circ = 78,75^\circ \end{cases}$$

SVAR b)