

4. En stång ä 4m med kvadratisk träsnitt ä 50x50mm

Givet Dras med 100 kN. Materialet beskrivs

av  $E = 200 \text{ GPa}$   $\nu = 0,25$

Sökt Beräkna stängens volymökning

Lösning ( $L = 4 \text{ m}$   $a = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$   $P = 100 \text{ kN}$ )

$$\text{Volymökning} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{(1+\epsilon_1) \cdot L_1 + (1+\epsilon_2) \cdot L_2 + (1+\epsilon_3) \cdot L_3 - L_1 \cdot L_2 \cdot L_3}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3}$$

... vid små deformationer är  $\left[ \frac{\Delta V}{V} \approx \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \right]$

(dvs summan av normaltöjningarna)

$$\begin{aligned} \cos(\varphi) &\approx 1 \\ \tan(\varphi) &\approx \varphi \end{aligned}$$

Vi behöver alltså ursprungsvolymen (i odeformerat läge) och normaltöjningarna!

$$\Rightarrow V = L \cdot a \cdot a = 4 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = \underline{0,01 \text{ m}^3}$$

$$\Rightarrow \text{FS. 3.1} \quad \left[ \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) + \alpha \Delta T \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) + \alpha \Delta T \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)) + \alpha \Delta T \end{aligned} \right] \quad \leftarrow = 0$$

Eftersom stängen dras i en riktning är trä av spänningskomponenterna noll (antar  $\sigma_x \neq 0$ ,  $\sigma_y = \sigma_z = 0$ )

$$\Rightarrow \underline{\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}} \quad \text{och} \quad \underline{\epsilon_y = \epsilon_z = -\frac{\nu \sigma_x}{E}}$$

$$\text{Eftersom} \quad \left[ \sigma = \frac{N}{A} \right] \quad \text{fås att} \quad \underline{\sigma_x = \frac{P}{a^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \Leftrightarrow \Delta V = V \cdot (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) = L \cdot a^2 \cdot \left( \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_x}{E} \right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta V = L \cdot a^2 \cdot \left( \frac{P}{E a^2} - 2 \cdot \nu \cdot \frac{P}{E a^2} \right) = \frac{P \cdot L}{E} (1 - 2\nu) = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 4}{200 \cdot 10^9} (1 - 2 \cdot 0,25)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\Delta V = 10^{-6} \text{ m}^3}} \quad (= 1 \text{ ml})$$