

1.3.18

Obelastad plåt har spänningarna

$$\sigma_x = 20 \text{ MPa}$$

Givet

$$\sigma_y = -25 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 10 \text{ MPa}$$

Utöver detta verkar en enaxlig dragspänning
i 45° -riktning från x-axeln

Materialet är Beryllium å $E = 290 \text{ GPa}$

$$\nu = 0,03$$

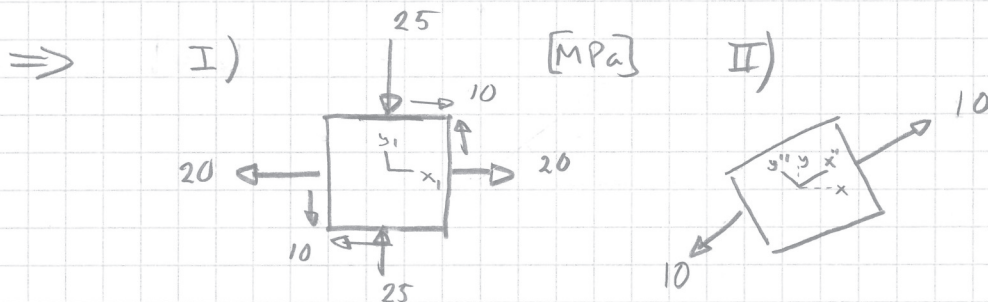
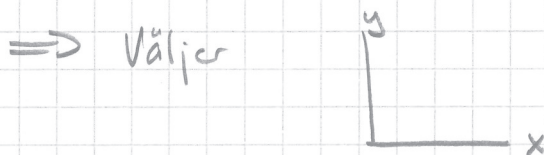
↑ ↓ wow

Sökt

Huvudtöjningarnas storlek o riktning

Lösning

1. Välj ett globalt koordinatsystem och transformera



Spänningsstånd i I
är klart för x-y

Spänningsstånd i II
behöver vridas till x-y

Transformation (FS. 1.17 och 1.18)

$$\text{II) } \sigma(\varphi = -45^\circ) = \sigma_{x''} \cdot \cos^2(\varphi) + \sigma_{y''} \cdot \sin^2(\varphi) + \tau_{x''y''} \cdot \cos(\varphi) \sin(\varphi)$$

$$= 10 \cdot \cos^2(-45^\circ) + 0 + 0 =$$

$$\text{dvs } \underline{\sigma_{x''}^{\text{II}} = \sigma(\varphi = -45^\circ) = 5 \text{ MPa}}$$

$$\sigma(\varphi = -45^\circ + 90^\circ) = \dots = 10 \cdot \cos^2(45^\circ) =$$

$$\text{dvs } \underline{\sigma_{y''}^{\text{II}} = \sigma(\varphi = 45^\circ) = 5 \text{ MPa}}$$

$$\tau(\varphi = -45^\circ) = \dots = 5 \text{ MPa}$$

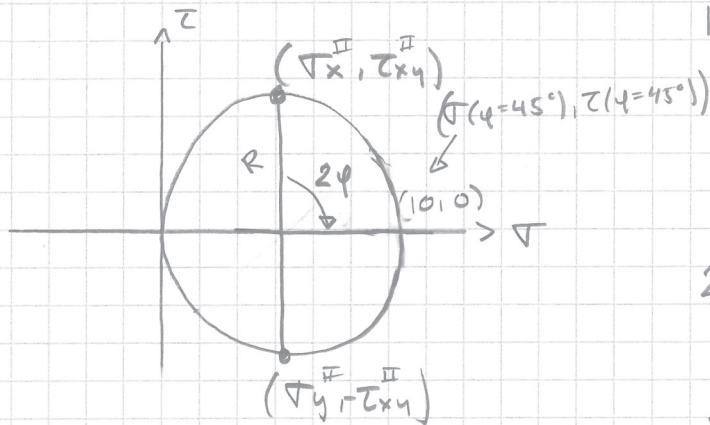
$$\text{dvs } \underline{\tau_{x''y''}^{\text{II}} = \tau(\varphi = -45^\circ) = 5 \text{ MPa}}$$

$$\text{dvs: } \begin{cases} \sigma_{x''}^{\text{II}} = 5 \\ \sigma_{y''}^{\text{II}} = 5 \\ \tau_{x''y''}^{\text{II}} = 5 \end{cases}$$

1.3.18

forts

// Detta kan också lös genom att rita Mohr's cirkel...



$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_x^{\text{II}} = 5 \\ \sigma_y^{\text{II}} = 5 \\ \tau_{xy}^{\text{II}} = 5 \end{cases} \text{ MPa}$$

1. Rita kända punkten.
(här: det vridna systemets)
 $(\sigma(\psi), \tau(\psi)) = (10, 0)$
för $\psi = 45^\circ$

2. Rita in vinkeln ψ diagonal
(Obs $2\psi = 90^\circ$)

3. Ta ut σ_x σ_y τ_{xy}
allt räkna ut R etc...
($R = 5 \text{ MPa}$)
($\tau_m = 5 \text{ MPa}$)

2. Sätt ihop spänningstillstånd

$$\sigma_x^{\text{tot}} = \sigma_x^{\text{I}} + \sigma_x^{\text{II}} = 20 + 5 = 25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y^{\text{tot}} = \sigma_y^{\text{I}} + \sigma_y^{\text{II}} = -25 + 5 = -20 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy}^{\text{tot}} = \tau_{xy}^{\text{I}} + \tau_{xy}^{\text{II}} = 10 + 5 = 15 \text{ MPa}$$

3. Mohr's cirkel (töjning)

Eftersom vi söker huvudtöjningarna behöver vi först bestämma $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ och γ_{xy} ($\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$) \Rightarrow FS. 3.4 (ty plåt \approx plant sp. tillst)

$$\Rightarrow \epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \approx 8,828 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \approx -7,155 \cdot 10^{-5}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)\tau_{xy}}{E} \approx 1,066 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \approx -5,172 \cdot 10^{-7}$$

1.3.18

för ts. 2

$$\Rightarrow \underline{FS. 2.23}$$

$$\Rightarrow R = \dots = 9,605 \cdot 10^{-5}$$

$$\left[\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm R \right]$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\varepsilon_1 = \dots = 10,44 \cdot 10^{-5}}}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_2 = \dots = -8,769 \cdot 10^{-5}}}$$

$$\left[R = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \right]$$

$$\underline{\underline{\chi = \dots = 16,85^\circ}}$$

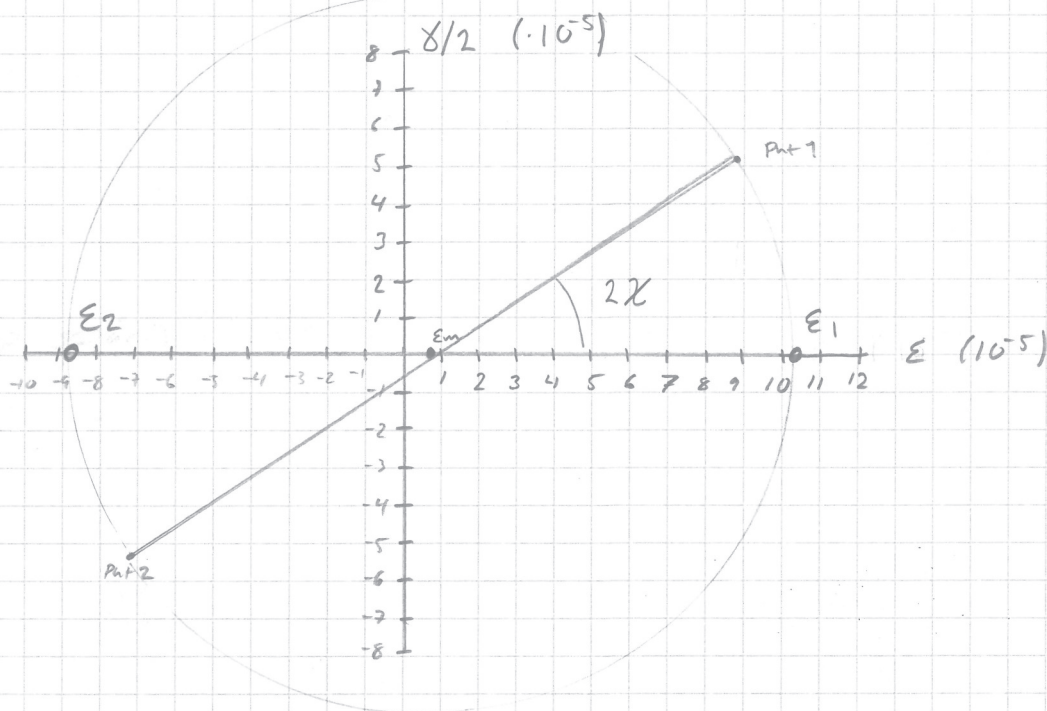
$$\left[\sin 2\chi = \frac{\gamma_{xy}}{2R} \right]$$

(Alt.)

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \dots = 0,8345 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Pnt 1: } (\varepsilon_x, \gamma_{xy}/2) = (8,228 \cdot 10^{-5}, 5,33 \cdot 10^{-5})$$

$$\text{Pnt 2: } (\varepsilon_y, -\gamma_{xy}/2) = (-7,155 \cdot 10^{-5}, -5,33 \cdot 10^{-5})$$

Obs tre riktningar! \Rightarrow

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 10,44 \cdot 10^{-5} & \chi_1 = 16,85^\circ \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_2 = -5,172 \cdot 10^{-5} & \chi_2 = 0^\circ \\ \varepsilon_3 = -8,769 \cdot 10^{-5} & \chi_3 = 106,85^\circ \end{cases}$$

Aam

Om Hookes lag gäller faller huvudspänningsriktning och huvudtjningsriktning samman. Ty $\tau_z = 0 \Rightarrow$ riktningen i z-led blir noll...

