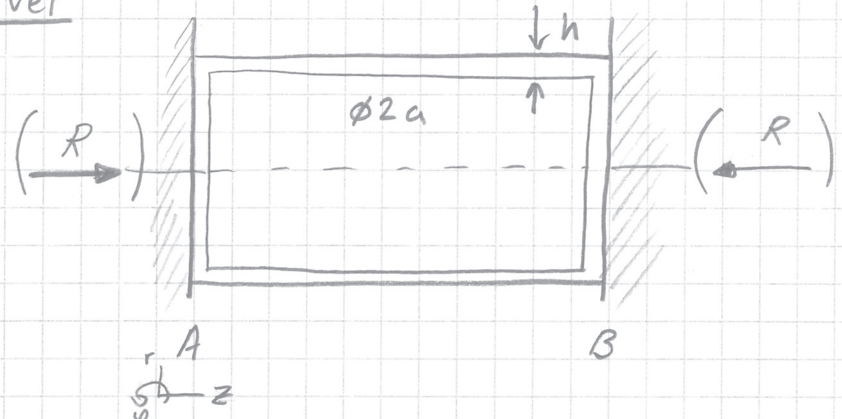
2.9.1 Tunnväggigt cylindriskt rör utsatt för inre övertryck samt är inbyggt i en konstruktion

Givet



× övertryck p
× Reaktionskraft R
× Väggtjocklek h
× Medelradie a

× Gen. Hookes lag (lin. el. mtrl)

Anm
I uppgiften är $P=R$ bytt för att minska förväxling med trycket p

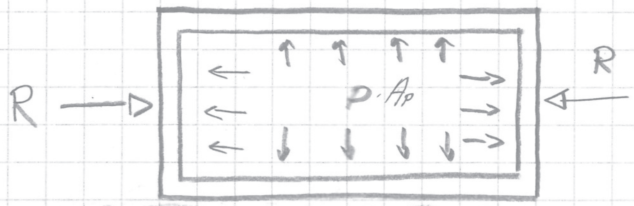
Sökt

a) Beräkna reaktionskraften R

b) Beräkna huvudspänningar i rörets väggar

Lösning

1. Frilägg



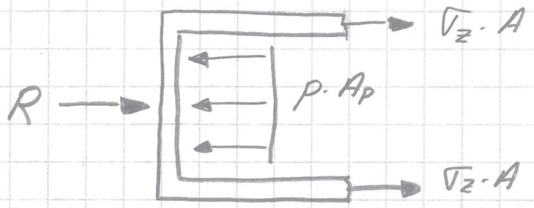
Obs p är tryck $\left(\frac{N}{m^2}\right)$
R är <u>kraft</u> (N)

2. Jmv

$$\rightarrow: \underbrace{R - p\cdot A_p + p\cdot A_p - R}_{=0} = 0$$

$\Longrightarrow$ dvs vi får inte ut något här!

3. Snitta



4. Jmv

$$\rightarrow: R - p\cdot A_p + 2\cdot\sigma_z\cdot A = 0$$

$A \equiv$ snittets area $= \pi a h$

$A_p \equiv$ area trycket verkar på $= \pi a^2$

$$\Longleftrightarrow \quad \underline{R = p\cdot \pi a^2 - 2\cdot\sigma_z\cdot \pi a h}$$

2.9.1
forts. 1

5. Normalspänningar

Tunnväggigt rör $\Longrightarrow$ "Ångpanneformlerna" FS. s94

FS 7.31
$$\left[\sigma_\varphi = \frac{pa}{h}\right]$$
$$\left[\sigma_z = \frac{pa}{2h}\right]$$
$$\left[\sigma_r \approx 0\right]$$

☆ MEN! Ångpanneformlerna gäller / är framtagna för tunnväggigt (slutet) rör utsatt för <u>inre övertryck</u>

$\Longrightarrow$ Vi har även en kraft R som verkar i z-led (ty enligt $R = p\pi a^2 - 2\sigma_z \pi a h \iff \underline{\sigma_z = \frac{p\pi a^2 - R}{2\pi a h}}$)

dvs <u>här</u> är $\sigma_z \neq \frac{pa}{2h}$

(Vi har alltså ett statiskt obestämt problem..!)

6. Konstitutivt samband

Anm.

x	$\longleftrightarrow$	r
y		φ
z		z

Lin. el. mtrl / Hookes generaliserade lag:

FS 3.1
$$\left[\varepsilon_r = \frac{1}{E}\cdot\left(\sigma_r - \nu\cdot(\sigma_\varphi + \sigma_z)\right) + \alpha\Delta T\right]_{r\varphi z}$$
$$\left[\varepsilon_\varphi = \frac{1}{E}\left(\sigma_\varphi - \nu\cdot(\sigma_r + \sigma_z)\right) + \alpha\Delta T\right]_{r\varphi z}$$
$$\left[\varepsilon_z = \frac{1}{E}\cdot\left(\sigma_z - \nu\cdot(\sigma_\varphi + \sigma_r)\right) + \alpha\Delta T\right]_{r\varphi z}$$

$\Delta T = 0$

<u>Obs</u>

Eftersom vi inte har någon last i φ- och r-led förutom p så gäller $\begin{cases} \sigma_\varphi = \frac{pa}{h} \\ \sigma_r \approx 0 \end{cases}$ fortfarande

2.9.1

7. Kompabilitetssamband (deformationssamband)

Eftersom vi har fasta väggar i z-led kan vi ej ha någon töjning där!

$\Longrightarrow \quad \varepsilon_z = 0$

(Vi har nu allt för att lösa a))

$R = p \cdot \pi a^2 - 2 \cdot \sigma_z \cdot \pi a h$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot (\underbrace{\sigma_z}_{\text{"okänd"}} - \nu \cdot (\underbrace{\sigma_\varphi}_{=\frac{pa}{h}} + \underbrace{\sigma_r}_{\approx 0}))$$

$$\Longrightarrow \quad \varepsilon_z = 0 = \frac{1}{E}\left(\sigma_z - \nu \cdot \left(\frac{pa}{h} + 0\right)\right)$$

$$\Longleftrightarrow \quad 0 = \sigma_z - \nu \cdot \frac{pa}{h} \quad \Longleftrightarrow \quad \underline{\sigma_z = \nu \cdot \frac{pa}{h}}$$

Obs
Som vi sa $\frac{pa}{h}$ är $\sigma_z \neq \frac{pa}{h}$ i detta fall!!

$$\Longrightarrow \quad R = p \cdot \pi \cdot a^2 - 2 \cdot \left(\nu \cdot \frac{pa}{h}\right) \cdot \pi a h$$
$$= p \cdot \pi \cdot a^2 - 2\nu \cdot p a^2$$
$$= p \pi a^2 (1 - 2\nu) \quad \Longrightarrow \quad \underline{\underline{R = p\pi a^2 (1 - 2\nu)}}$$

SVAR a)

8. Huvudspänningar

Spänningsläget är
$$\begin{cases} \sigma_r = 0 \\ \sigma_\varphi = \frac{pa}{h} \\ \sigma_z = -\nu \frac{pa}{h} \\ \tau_{r\varphi} = \tau_{z\varphi} = \tau_{rz} = 0 \end{cases}$$

inga skjuvspänningar
$\Updownarrow$
normalspänningarna är huvudspänningar

$$\Longrightarrow \{\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3\} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_\varphi = \frac{pa}{h} \\ \sigma_2 = \sigma_r = 0 \\ \sigma_3 = \sigma_z = -\nu \frac{pa}{h} \end{cases}$$

SVAR b)