

2.9.9

Ett långt tunnvägigt cylindriskt rör

Givet

är utbatt för inre övertryck p och

böjmoment M_b samt vridmoment M_v

* $p = 10 \text{ MPa}$ $M_b = 1000 \text{ Nm}$ $M_v = 500 \text{ Nm}$

* Medelradie $a = 20 \text{ mm}$

* Godsfjocklek $h = 2 \text{ mm}$

Sökt Största skjarspänning τ_{max}

Lösning

1. Frilägg

(2. J_{mv} , 3. Snitta, 4. J_{mv})

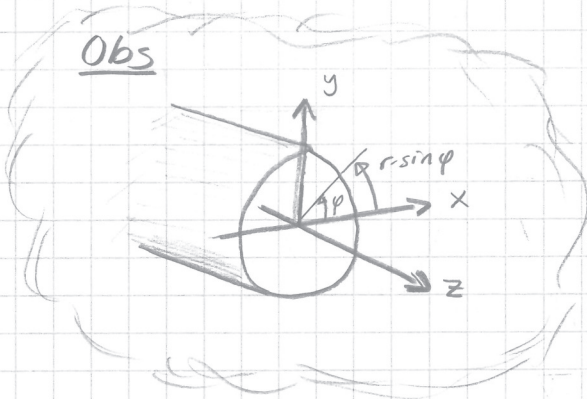
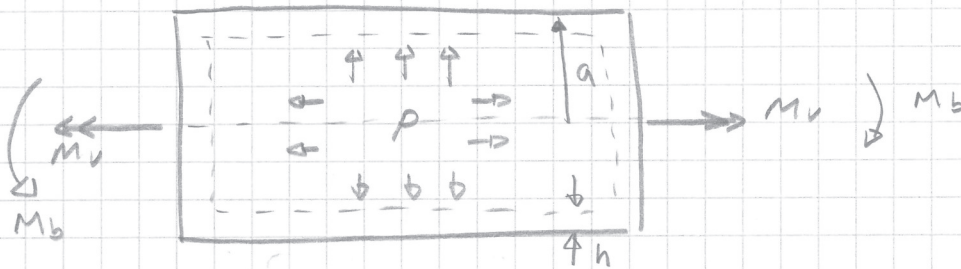
Anm.

Här är det tre typer av lastfall...

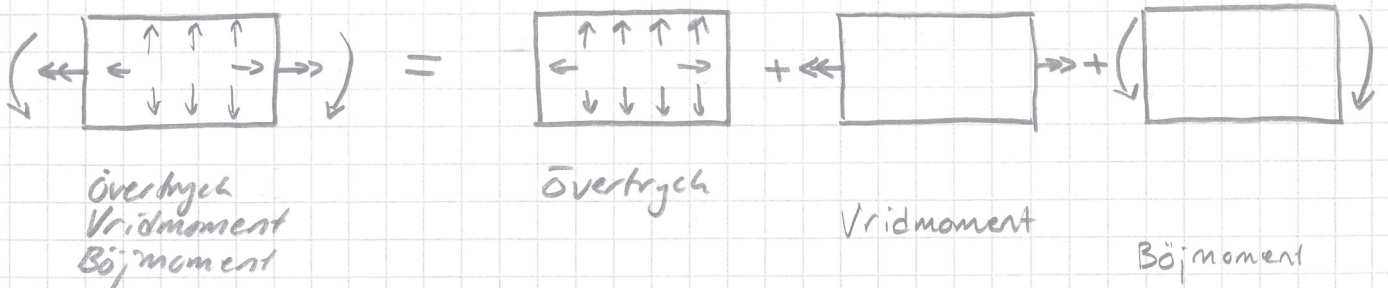
kän vara enkla att dela upp & lösa var för sig och sedan lägga ihop.

Detta är oke eftersom det är inom elastiskt område och linjär elastiskt material

(Analogt med superpositioner för elementerfall...)



Obs:



Övertryck
Vridmoment
Böjmoment

Övertryck

Vridmoment

Böjmoment

2.9.9

forts.1

5. Spänninger

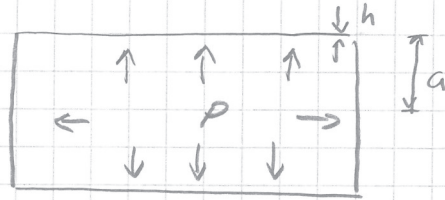
5.1 Spänningsbidrag pga övertryck

Tunnväggigt \Rightarrow FS. 7.81

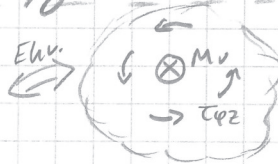
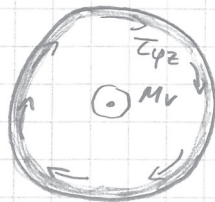
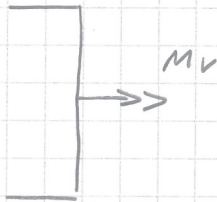
$$\sigma_r^p \approx 0$$

$$\sigma_\varphi^p = \frac{pa}{h}$$

$$\sigma_z^p = \frac{pa}{2h}$$



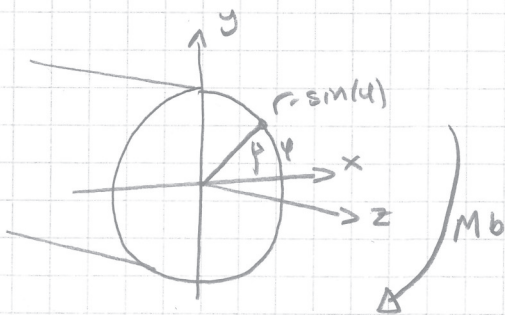
5.2 Spänningsbidrag pga vridmoment



$$\sum F_x: -M_v + \tau_{\varphi z} \cdot \underbrace{2r h \cdot r}_{\text{Area Hårcorn}} = 0$$

$$\Rightarrow \tau_{\varphi z} = \frac{M_v}{2r h r}$$

5.3 Spänningsbidrag pga böjmoment



$$\sigma_z^{Mb} = \frac{M_b}{I} \cdot r \cdot \sin\varphi$$

FS tab 30.1.4

$$I_y = 12a^3 h$$

$$\text{jmf. FS. 6.8} \left[\sigma(x) = \frac{M(x)}{I(x)} \cdot z \right]$$



\Rightarrow Spänningstillståndet är

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = 0 \\ \sigma_\varphi = \frac{pa}{h} \\ \sigma_z = \frac{pa}{2h} + \frac{M_b}{I} \cdot r \cdot \sin\varphi \\ \tau_{\varphi z} = \frac{M_v}{2r a h} \end{array} \right. \quad \text{Obs } \varphi = \pm 90^\circ$$

övriga spänningar är noll

2.9.9
forts 2

Numrerielt fäs..

$$\tau_r = 0$$

$$\tau_\varphi = 100 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\tau_z = \begin{cases} +448 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \text{vid } \varphi = +90^\circ \\ -348 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \text{vid } \varphi = -90^\circ \end{cases}$$

$$\tau_{\varphi z} = 99,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

	$\varphi = -90^\circ$	$\varphi = +90^\circ$	
τ_r	0	0	[MPa]
τ_φ	100	100	
τ_z	-348	448	
$\tau_{\varphi z}$	99,5	99,5	

För att hitta största skjuvspänningen här vi FS.1.21

$$\left[\tau_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \right] \Rightarrow \text{vi behöver hitta huvudspänningar}$$

6. Huvudspänningar

... kan lösas m.h.a. egenvärdesproblem alt. Mohr's cirkel
(I) (II)

I) Egenvärdesproblem

$$\text{FS. 1.10} \quad \begin{bmatrix} \sigma_r - \sigma & \tau_{r\varphi} & \tau_{rz} \\ \tau_{r\varphi} & \sigma_\varphi - \sigma & \tau_{\varphi z} \\ \tau_{rz} & \tau_{\varphi z} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \text{Lös för } \sigma$$

(kan förenklas till 2x2 matris)

II) Mohr's cirkel

$$\text{FS. 1.19} \quad \left[\begin{array}{l} R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\varphi}{2}\right)^2 + \tau_{\varphi z}^2} \\ \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_\varphi + \sigma_z}{2} \pm R \end{array} \right]$$

Obs
Tre-axligt tillstånd
"Vi räknar" på cirkeln mellan σ_z och σ_φ här ty $\tau_{\varphi z}$...

... oavsett metod blir för

$$\varphi = +90^\circ \Rightarrow \begin{array}{l} \sigma_1 = 474,4 \\ \sigma_2 = 73,56 \\ \sigma_3 = 0 \end{array} \text{ MPa} \Rightarrow \tau_{\max} = 237,2 \text{ MPa}$$

$$\varphi = -90^\circ \Rightarrow \begin{array}{l} \sigma_1 = 121,10 \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = -369,10 \end{array} \text{ MPa} \Rightarrow \tau_{\max} = 245 \text{ MPa}$$

Dvs största skjuvspänning återfinns på undersidan av röret
och är då ca 245 MPa (obs. avrundat under uträkning!)