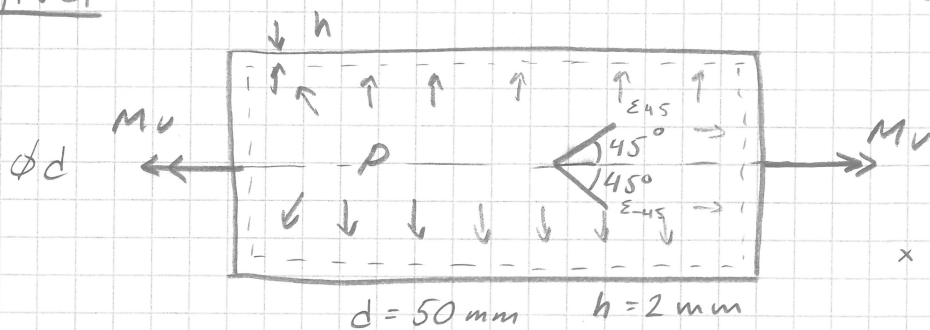


2.9.6

Tunnväggigt slutet rör som är belastat med ett inre övertryck samt ett vridande moment. Röret har två tøjningsnivåer

Givet



$$\epsilon_{45} = 0,00005$$

$$\epsilon_{-45} = -0,00002$$

* Lin. el. mtrl

$$E = 200 \text{ GPa}$$

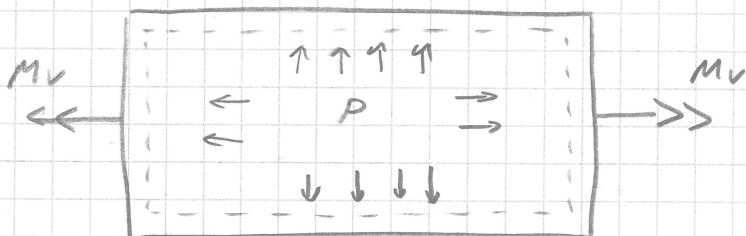
$$\nu = 0,3$$

Sökt

Bestäm M_v och p

Lösning

1. Frilägg



2. $\sum M_v$

(Vi får inte något av detta)

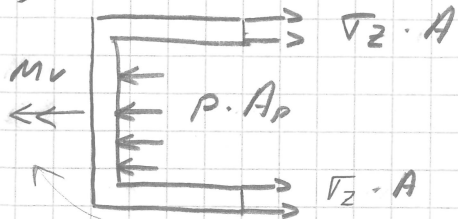
$$A_p = 2r \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$A = 2rh \cdot \frac{d}{2}$$

3. Snitta

4. $\sum M_v$

I)



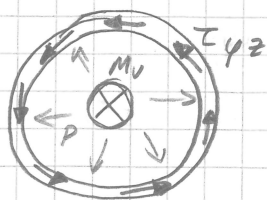
$$\sum F_x: -p \cdot A_p + 2 \cdot T_z \cdot A = 0$$

$$\Leftrightarrow T_z = \frac{p \cdot A_p}{2A} = \frac{p \cdot 2r \cdot \frac{d^2}{2}}{4 \cdot 2 \cdot rh \cdot \frac{d}{2}} = \frac{pd}{4h}$$

Anm

M_v verker ej i z-led! (\rightarrow)

II)



$$\sum M_v: -M_v + T_z \cdot \underbrace{2r \left(\frac{d}{2}\right) h}_{\text{area}} \cdot \underbrace{\left(\frac{d}{2}\right)}_{\text{hävarm}} = 0$$

$$\Leftrightarrow T_z = \frac{2M_v}{rd^2h}$$

Anm

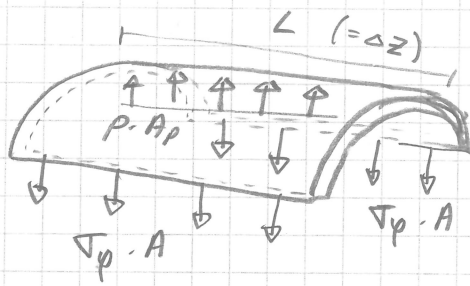
p verker ej i φ -led (\odot)

2.9.6

(3. Snitta)

(4. 3mv)

forts. 1



$$\uparrow: p \cdot A_p - 2\Delta\phi \cdot A = 0$$

$$A_p = 2 \cdot \overset{\text{radie "a"}}{\frac{d}{2}} \cdot L = dL = d\Delta z$$

$$A = hL = h\Delta z$$

5. Spänningar

$$\Leftrightarrow \Delta\phi = \frac{p A_p}{2A} = \frac{p \cdot d \cdot L}{2 \cdot h \cdot L} = \frac{pd}{2h}$$

$$\therefore \begin{cases} \sigma_r \approx 0 & \text{ty tunnväggigt} \\ \sigma_y = \frac{pd}{2h} \\ \sigma_z = \frac{pd}{4h} \\ \tau_{\phi z} = \frac{2M_v}{rd^2h} \end{cases}$$

Ann

Dessa är/ser annorlunda ut än ängspannetermerna pga

- 1) Mer än bara inre tryck (Mv !!)
- 2) Vi använder diameter d och inte radie a i uttrycket

6. Konstitutivt samband

Lin. el. mtrl \Rightarrow Hookes generaliserade lag

$$FS 3.1 \quad \left[\epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu (\sigma_\phi + \sigma_z)) + \alpha \Delta T \right] =$$

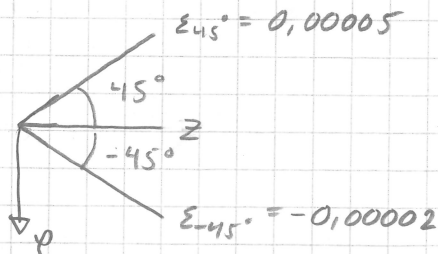
$$\left[\epsilon_\phi = \frac{1}{E} (\sigma_\phi - \nu (\sigma_r + \sigma_z)) + \alpha \Delta T \right]$$

$$\left[\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu (\sigma_r + \sigma_\phi)) + \alpha \Delta T \right]$$

$$\left[\gamma_{\phi z} = \frac{\tau_{\phi z}}{G} \right]$$

7. Kompatibilitet samband

Givet är att:



Tänk på att ytan inte är platt



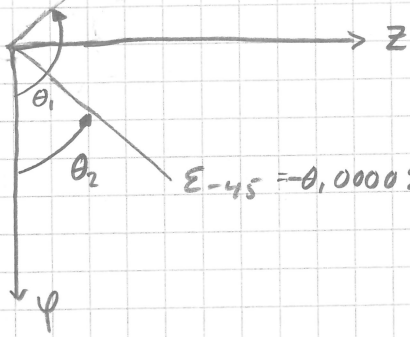
Obs
vi behöver $\gamma_{\phi z}$ för att få $\tau_{\phi z} \rightarrow M_v$
dvs vi behöver $\epsilon_{\phi z}$ och inte ϵ_{rz}

2.9.6

förb. 2

Transformera till φ - z

$\epsilon_{45} = 0,00005$



$$\begin{cases} \theta_1 = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ & (\epsilon_{45}) \\ \theta_2 = 45^\circ & (\epsilon_{-45}) \end{cases}$$

(Anm $\varphi_{FS} = \theta$ för att inte förvirra...)

FS. 2.21 $\left[\epsilon(\theta) = \epsilon_\varphi \cdot \cos^2(\theta) + \epsilon_z \cdot \sin^2(\theta) + \gamma_{\varphi z} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \right]$

$$\Rightarrow \epsilon(\theta = \theta_1 = 135^\circ) = \epsilon_{45} = 0,00005 = \epsilon_\varphi \cdot \cos^2(135^\circ) + \epsilon_z \cdot \sin^2(135^\circ) + \gamma_{\varphi z} \cdot \cos(135^\circ) \cdot \sin(135^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \epsilon_\varphi + \frac{1}{2} \epsilon_z - \frac{1}{2} \gamma_{\varphi z} = 0,00005$$

$$\epsilon(\theta = \theta_2 = 45^\circ) = \epsilon_{-45} = -0,00002 = \epsilon_\varphi \cdot \cos^2(45^\circ) + \epsilon_z \cdot \sin^2(45^\circ) + \gamma_{\varphi z} \cdot \cos(45^\circ) \cdot \sin(45^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \epsilon_\varphi + \frac{1}{2} \epsilon_z + \frac{1}{2} \gamma_{\varphi z} = -0,00002$$

2 ekv. 3 obek ... \Rightarrow Sätt in ϵ_φ ϵ_z $\gamma_{\varphi z}$ (och därmed $\sigma_\varphi, \sigma_z, \tau_r$)

$$\Rightarrow \epsilon_\varphi = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{pd}{2h} - \nu \cdot \left(0 + \frac{pd}{4h} \right) \right) + 0 = \frac{pd}{2Eh} \cdot \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{pd}{4h} - \nu \cdot \left(0 + \frac{pd}{2h} \right) \right) + 0 = \frac{pd}{2Eh} \cdot \left(\frac{1}{2} - \nu \right)$$

$$\gamma_{\varphi z} = \left\{ G = \frac{E}{2(1+\nu)} \right\} = \frac{2(1+\nu)}{E} \cdot \frac{2M_\nu}{2d^2h} = \frac{4M_\nu(1+\nu)}{Er d^2h}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{pd}{2Eh} \cdot \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{pd}{2Eh} \cdot \left(\frac{1}{2} - \nu \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{4M_\nu(1+\nu)}{Er d^2h} = 0,00005 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{pd}{2Eh} \cdot \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{pd}{2Eh} \cdot \left(\frac{1}{2} - \nu \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{4M_\nu(1+\nu)}{Er d^2h} = -0,00002 \end{cases}$$

\therefore 2 ekv. 2 obekanta

$\hookrightarrow M_\nu$ och p

Behåll:

$d = 50 \text{ mm}$ $h = 2 \text{ mm}$
 $E = 200 \text{ GPa}$ $\nu = 0,3$

2.9.6

forts. 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3pd}{8Eh} \cdot (1-\nu) - \frac{2M\nu \cdot (1+\nu)}{E r_2 d^2 h} = 0,00005 \\ \frac{3pd}{8Eh} \cdot (1-\nu) + \frac{2M\nu \cdot (1+\nu)}{E r_2 d^2 h} = -0,00002 \end{cases}$$

$$\dots \Rightarrow \begin{cases} p = 4157142,85 \text{ Pa} \approx 0,4157 \text{ MPa} \\ M_\nu = -42,29 \text{ N}\cdot\text{m} \end{cases}$$

SVAR

Anm

I sådana här fall kan vi använda änypanneformlerna direkt - förutom då någon kraft påverkar respektive riktning!

$M_\nu \leftrightarrow$ Skjuvning i φ - z -planet dvs τ_z och τ_φ och τ_r är opåverkade

Det går dessutom bra att dela upp spänningsbidragen i enskilda fall (så länge det är inom elastiskt område o lin. el. utr.)

\Rightarrow se tex lösning 2.9.9