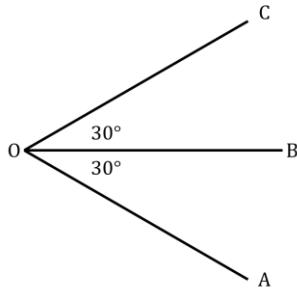


## 1.2.10



**Givet**

Se figur

$$\varepsilon_{OA} = 0.0004$$

$$\varepsilon_{OB} = 0.0006$$

$$\varepsilon_{OC} = 0.0003$$

**Sökt**

- a)  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  och deras riktningar

### Lösning

Vi har tre normalspänningar men behöver formulera en töjningsmatris  $\mathbf{T}$  som innehåller alla komponenter.

$$\{\text{FS 2.21}\} \quad \varepsilon(\varphi) = \varepsilon_x \cos^2 \varphi + \varepsilon_y \sin^2 \varphi + \gamma_{xy} \sin \varphi \cos \varphi$$

$$\{\text{FS 2.22}\} \quad \gamma(\varphi) = (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\varphi + \gamma_{xy} \cos 2\varphi$$

Vi har tre okända och kan formulera tre ekvationer. Börja med B:

$$\varepsilon(0) = \varepsilon_{OB} = \varepsilon_x \cos^2(0) + \varepsilon_y \sin^2(0) + \gamma_{xy} \sin(0) \cos(0)$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{OB}$$

Lös de andra två med ekvationssystem

$$\varepsilon(30) = \varepsilon_{OC} = \frac{3\varepsilon_x}{4} + \frac{\varepsilon_y}{4} + \frac{\sqrt{3}\gamma_{xy}}{4}$$

$$\varepsilon_y = 4\varepsilon_{OC} - 3\varepsilon_{OB} - \sqrt{3}\gamma_{xy}$$

Sista ekvationen

$$\varepsilon(-30) = \varepsilon_{OA} = \frac{3\varepsilon_x}{4} + \frac{\varepsilon_y}{4} - \frac{\sqrt{3}\gamma_{xy}}{4}$$

$$\varepsilon_{OA} = \frac{3\varepsilon_{OB}}{4} + (4\varepsilon_{OC} - 3\varepsilon_{OB} - \sqrt{3}\gamma_{xy}) \cdot \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_{OA} = \varepsilon_{OC} - \frac{\sqrt{3}}{2}\gamma_{xy}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2}{\sqrt{3}}(\varepsilon_{OC} - \varepsilon_{OA}) = -1.15 \cdot 10^{-4}$$

Vilket ger

$$\varepsilon_y = 4\varepsilon_{OC} - 3\varepsilon_{OB} - 2(\varepsilon_{OC} - \varepsilon_{OA}) = -4 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{OB} = 6 \cdot 10^{-4}$$

Sätt in allt

$$T = 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -0.575 & 0 \\ -0.575 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lös egenvärdesproblemet med linjär algebra eller Mohr's sats.

$$R = \left( \left( \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R = 5.0332 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm R$$

$$\varepsilon_{1,2} = \begin{cases} 6.03 \cdot 10^{-4} \\ -4.03 \cdot 10^{-4} \end{cases}$$

Riktning via Mohr's cirkel

$$\sin 2\chi_1 = \frac{\gamma_{xy}}{2R}$$

$$\chi_1 = -3.3^\circ$$

Via ortogonalitet,

$$\chi_2 = -3.3 + 90 = 86.7^\circ$$