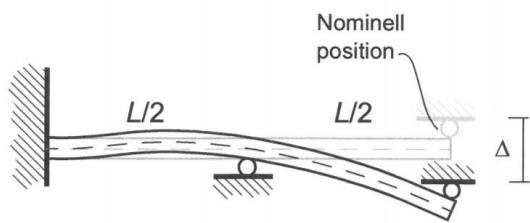


2018-01-13 U3

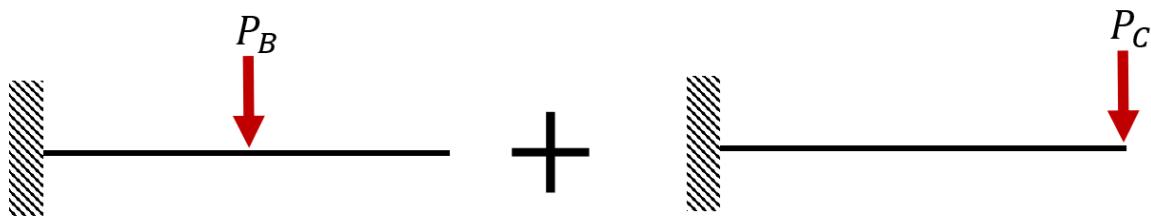
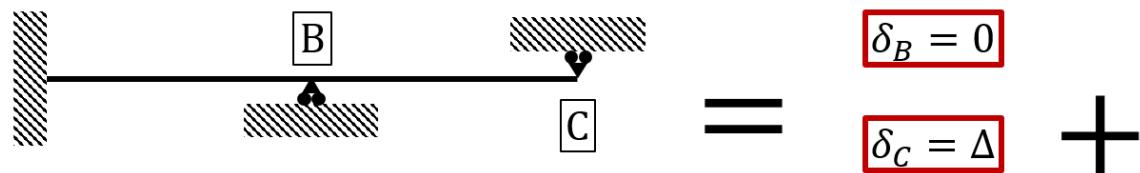
3. En balk (längd L , böjstyrhet EI) är fast inspänd till vänster, och har två (momentfria) stöd enligt figuren.

Bestäm reaktionskraften vid stödet i mitten, om det högra stödet har ett passningsfel så att det sitter stycket $\Delta \ll L$ för lågt. (6p)



Lösning

Försök identifiera elementarfall som kan kombineras för att skapa problemet vi har. Jag väljer följande:



E1, FS 31.1.1

E2, FS 31.1.1

Ställ upp uttryck för nedböjningen i B.

$$\delta_{I,B} = \{FS\ 31.1.1\} = \frac{P_B L^3}{3EI} \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\delta_{I,B} = \frac{P_B L^3}{24EI}$$

$$\delta_{II,B} = \frac{P_C L^3}{6EI} ([\xi - \alpha]^3 - 3\beta^2(\xi - \alpha) + 2\beta^3)$$

$$\delta_{II,B} \left(\xi = \frac{1}{2}, \alpha = 0, \beta = 1 \right) = \frac{P_C L^3}{6EI} \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{2} + 2 \right)$$

$$\delta_{II,B} = \frac{5P_C L^3}{48EI}$$

Tack vare deformationssambandet kan vi nu lösa ut P_B som funktion av P_c .

$$0 = \delta_{I,B} + \delta_{I,C}$$

$$0 = \frac{P_B L^3}{24EI} + \frac{5P_C L^3}{48EI}$$

$$P_B = -\frac{5P_C}{2}$$

Nu kan vi lösa ut vilken reaktionskraft som uppstår i stödet C. Vi använder samma elementarfall

$$\delta_{I,C} = \begin{cases} \xi = 0 \\ \alpha = 1/2 \\ \beta = 1/2 \end{cases} = \frac{PL^3}{6EI} [-\beta^3 + 3\beta^2(1 - \xi)]$$

$$\delta_{I,C} = \frac{5P_B L^3}{48EI}$$

$$\delta_{II,C} = \begin{cases} \xi = 0 \\ \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{cases} = \frac{P_C L^3}{3EI}$$

Vi vet vilken deformation som ska uppstå i punkten så vi kan lösa ut den enda okända, P_C .

$$\Delta = \delta_{I,C} + \delta_{II,C}$$

$$\Delta = \frac{5P_B L^3}{48EI} + \frac{P_C L^3}{3EI}$$

$$\Delta = -\frac{5P_C}{2} \cdot \frac{5L^3}{48EI} + \frac{P_C L^3}{3EI}$$

$$\Delta = -\frac{25P_C L^3}{96EI} + \frac{P_C L^3}{3EI}$$

$$\Delta = \frac{P_C L^3}{EI} \left(-\frac{25}{96} + \frac{32}{96} \right)$$

$$P_C = \frac{96EI\Delta}{7L^3}$$

Det i sin tur ger den sökta kraften P_B

$$P_B = -\frac{5P_C}{2}$$

$$P_B = -\frac{240EI\Delta}{7L^3}$$