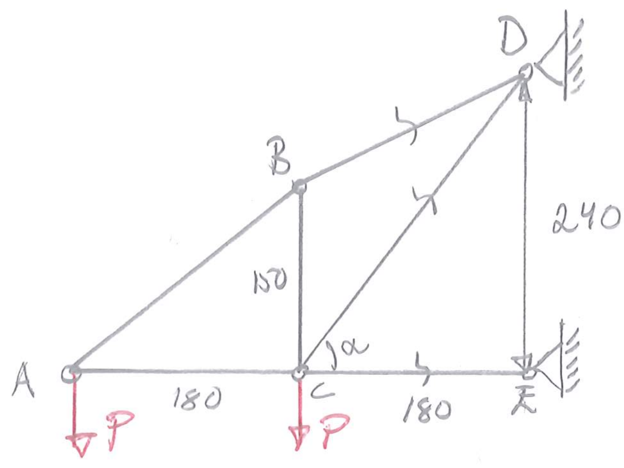
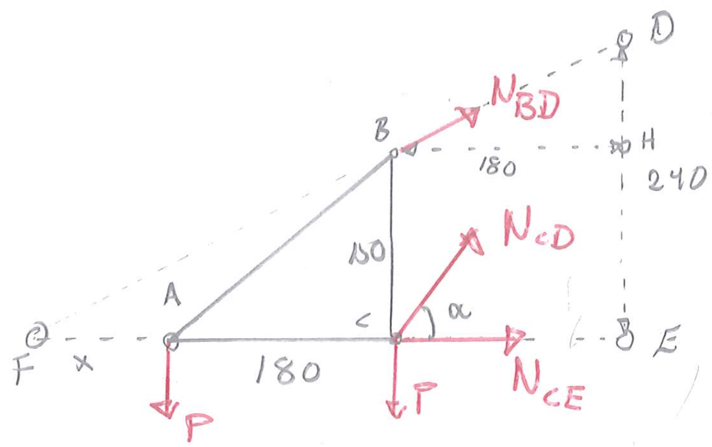
2.2.4



Bestäm normalspänningen i stång CD om dess area är A

Lösning snitta



Ställ upp momentjämvikt rund punkt där N_{BD} och N_{CE} inte ger något bidrag

$$\overset{\curvearrowright}{M}_F: \; P\cdot x + P\cdot(180+x) - N_{CD}\sin\alpha \cdot 180+x$$

$$\sin\alpha = \frac{240}{\sqrt{180^2+240^2}} = \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{4}{5}$$

Triangeln FDE är likformig med BDH

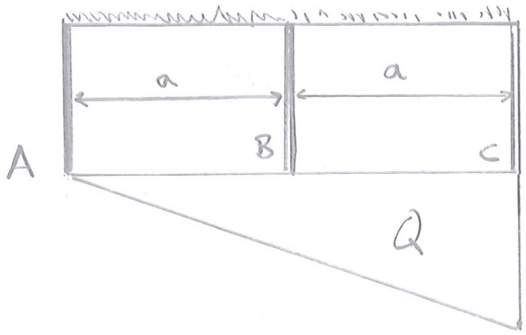
$$\frac{x+360}{240} = \frac{180}{90} \qquad x+360 = 480 \qquad x = 120$$

$$120P + 300P = \frac{4}{5} N_{CD}\cdot 300$$

$$420P = \frac{1200}{5} N_{CD} \qquad N_{CD} = \frac{42\cancel{0}\cdot 5}{120\cancel{0}} P = \frac{7\cdot 5}{20} P = \frac{7}{4} P$$

$$\sigma_{CD} = \frac{7}{4}\frac{P}{A}$$

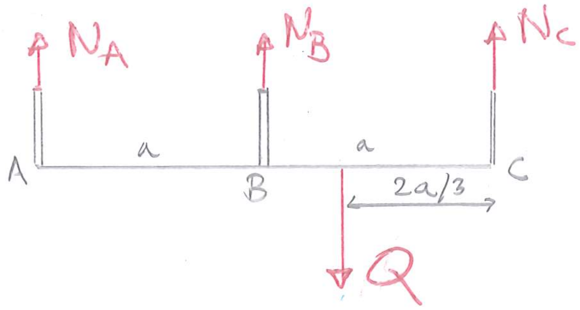
2.11



Bestäm krafterna i stängerna

Tyngden Q verkar i triangelns tyngdpunkt

Snitta och jämvikt

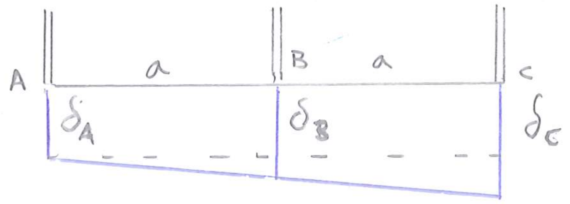


$\uparrow$: $N_A + N_B + N_C - Q = 0$ (1)

$\overset{\curvearrowleft}{M_A}$: $Q \cdot \frac{4a}{3} - N_B \cancel{a} - N_C \cdot 2\cancel{a} = 0$

Deformation:

$\frac{4}{3}Q - N_B - 2N_C = 0$



Likformiga trianglar

$\frac{\delta_B - \delta_A}{a} = \frac{\delta_C - \delta_A}{2a} \Rightarrow \delta_B - \delta_A = \frac{\delta_C - \delta_A}{2} \Rightarrow \delta_A = 2\delta_B - \delta_C$

Material

$\delta_i = \frac{N_i L_i}{E_i A_i}$ (4)

(4) i (3) och förkortning med $\frac{L}{EA}$

$N_A = 2N_B - N_C$

Insatt i (1)

$3N_B = Q$

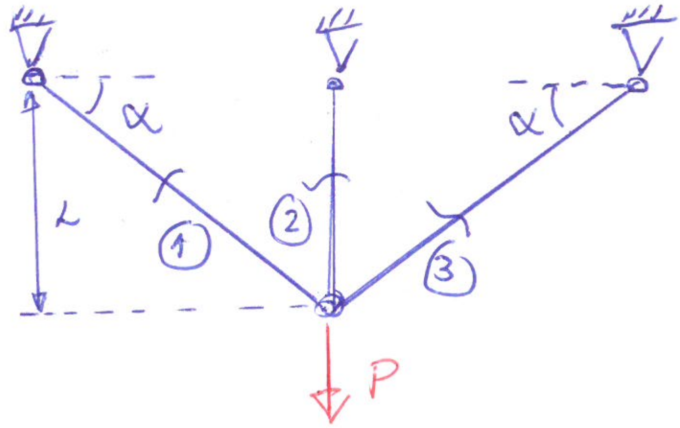
$N_B = \frac{Q}{3}$

Insatt i (2)

$\frac{4}{3}Q - \frac{Q}{3} = 2N_C \qquad N_C = \frac{Q}{2}$

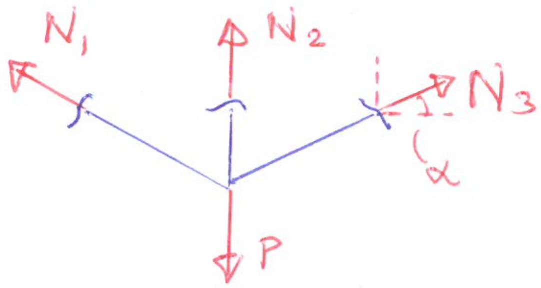
$N_A = \frac{2Q}{3} - \frac{Q}{2} = \frac{Q}{6}$

2.2.14



Bestäm stångkrafternas storlek
Tvärsnittsarea A och elasticitetsmodul E

Lösning: Snitta + jämvikt

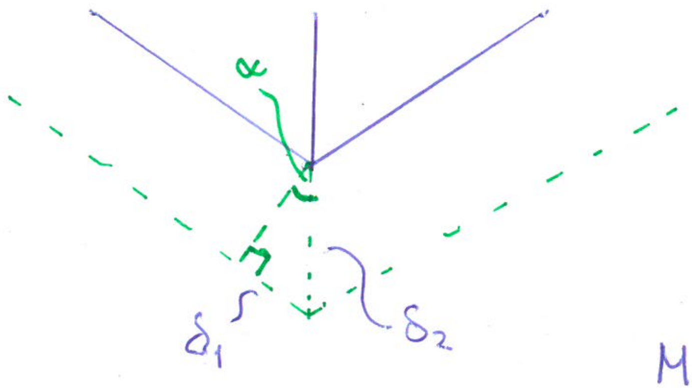


Symmetri: $N_1 = N_3$

Jämvikt ↑: $-P + N_2 + 2N_1 \sin\alpha = 0$ (1)

$(\rightarrow -N_1 \cos\alpha + N_3 \cos\alpha = 0)$

Statiskt obestämt, deformationssamband
Rita överdriven deformationsfigur samt anta små deformationer



$\delta_1 = \delta_2 \sin\alpha$

Symmetri $\delta_1 = \delta_3$ (2)

Materialsamband

$$\delta = \frac{NL}{EA} \quad (3)$$

(3) i (2) $L_1 = \frac{L}{\sin\alpha}$

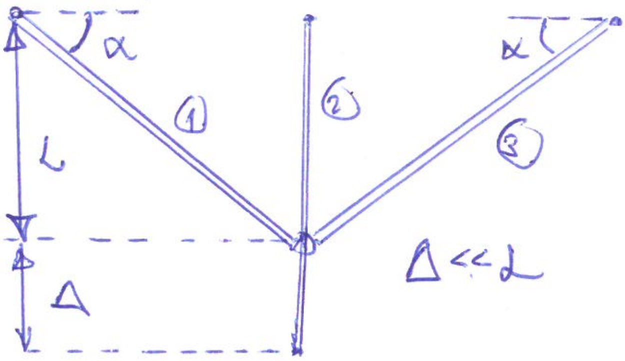
$$\frac{N_1 L}{EA\sin\alpha} = \frac{N_2 L}{EA}\sin\alpha \Rightarrow N_1 = N_2 \sin^2\alpha$$

Insatt i jämvikt (1)

$$-P + N_2 + 2N_2\sin^3\alpha = 0$$

$$N_2 = \frac{P}{1+2\sin^3\alpha} \qquad N_1 = \frac{P\sin^2\alpha}{1+2\sin^3\alpha}$$

2.2.15



$\Delta \ll L$

Bestäm stångkrafterna efter montage

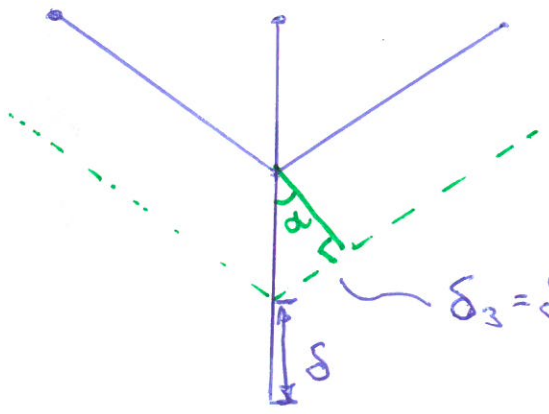
Tvärsnittsarea A

Elasticitetsmodul E

Lösning: Samma jämvikt som 2.2.14 förutom att $P = 0$

$N_2 + 2N_1 \sin\alpha = 0$ (1) $N_1 = N_3$ pga symmetri

Deformationssamband



$\delta_3 = \delta_1 = (\Delta - \delta)\sin\alpha$ (2)

Stång 2 förkortas $\delta \Rightarrow \delta_2 = -\delta$

$\delta_1 = (\Delta + \delta_2)\sin\alpha$ (3)

Materialsamband:

$$\delta = \frac{NL}{EA} \quad (4)$$

Insatt i (3)

$$\frac{N_1 L}{\sin\alpha \, EA} = \left[\Delta + \frac{N_2 L}{EA}\right] \sin\alpha$$

$$N_1 = \left[\Delta \frac{EA}{L} + N_2\right] \sin^2\alpha$$

Insatt i jämvikt (1)

$$N_2 + 2\sin^3\alpha \left[\Delta \frac{EA}{L} + N_2\right] = 0$$

$$N_2 \left(1 + 2\sin^3\alpha\right) = -\Delta \frac{EA}{L} 2\sin^3\alpha$$

$$N_2 = -\frac{2\sin^3\alpha}{1 + 2\sin^3\alpha} EA \frac{\Delta}{L}$$

Från jämvikt:

$$N_2 + 2N_1 \sin\alpha = 0 \quad N_1 = -\frac{N_2}{2\sin\alpha}$$

$$N_1 = \frac{\sin^2\alpha}{1 + 2\sin^3\alpha} EA \frac{\Delta}{L}$$

2.2.15

Alternativ lösning: Det krävs en kraft $P = -EA\frac{\Delta}{\ell}$ för att trycka stång 2 till de andra.

Koppla ihop stångerna och lasta sedan <u>hela</u> strukturen med en kraft $-P$

Då fås noll pålagd kraft och krafterna i stångerna blir de rätta

$$N_1 = N_3 = 0 + \frac{\sin^2\alpha}{1+2\sin^3\alpha} \cdot -P = \frac{\sin^2\alpha}{1+2\sin^2\alpha} EA\frac{\Delta}{\ell}$$

$$N_2 = -EA\frac{\Delta}{\ell} + \frac{1}{1+2\sin^3\alpha} \cdot -P =$$

$$= -EA\frac{\Delta}{\ell} + \frac{1}{1+2\sin^3\alpha} EA\frac{\Delta}{\ell} = EA\frac{\Delta}{\ell}\left(-1 + \frac{1}{1+2\sin^3\alpha}\right)$$

$$= \frac{-1+2\sin^3\alpha+1}{1+2\sin^3\alpha} EA\frac{\Delta}{\ell} = -\frac{2\sin^3\alpha}{1+2\sin^3\alpha} EA\frac{\Delta}{\ell}$$

Detta fungerar endast då systemet är linjärt!