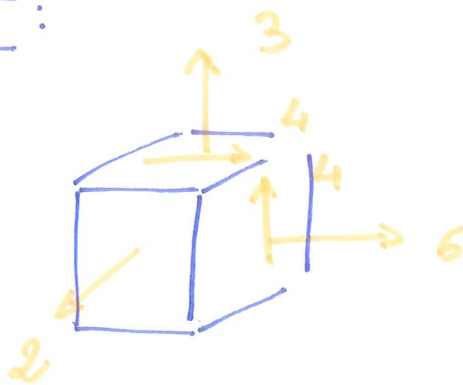
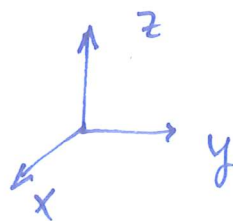


1.1.10

GIVET:



[MPa]

SÖKT: Huvudspänningarnas $\left\{ \begin{array}{l} \text{- storlek} \\ \text{- riktning} \end{array} \right.$

LÖSNING:

1.- Spänningsvek: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Normalspänningar} \\ \tau_x = 2 \\ \tau_y = 6 \\ \tau_z = 3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Sjuvspänn.} \\ \tau_{yz} = 4 \end{array} \quad [\text{MPa}]$

från bilden

$$S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

2.- Huvudspänningar i storlek $\det(S - \lambda I) = 0$

$$\det \begin{bmatrix} 2-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 6-\lambda & 4 \\ 0 & 4 & 3-\lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$(2-\lambda)(6-\lambda)(3-\lambda) - 16(2-\lambda) = 0$$

$$(2-\lambda) [(6-\lambda)(3-\lambda) - 16] = 0$$

$$(2-\lambda) [\lambda^2 - 9\lambda + 2] = 0$$

$$\lambda_1 = 2 \quad \lambda_{2,3} = \frac{9 \pm \sqrt{73}}{2}$$

Huvudspänningar:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{9 + \sqrt{73}}{2} \\ \sigma_2 = 2 \\ \sigma_3 = \frac{9 - \sqrt{73}}{2} \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{OBS!} \\ \text{Alltid } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \end{array} \right)$$

3. - Huvudspänningarnas riktning.

$$(\sigma - \sigma_i I) \underline{n}_i = 0$$

OBS! σ_x är huvudspänning med huvudriktning $\underline{n} = (\pm 1, 0, 0)^T$
(eftersom $\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$)

Andra två huvudriktningar ligger i zy planet:

$$\sigma_1) \rightarrow \underline{n}_1 = (0, n_{y1}, n_{z1})^T$$

$$\sigma_3) \rightarrow \underline{n}_3 = (0, n_{y3}, n_{z3})^T$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3-\sqrt{73}}{2} & 4 \\ 4 & \frac{-3-\sqrt{73}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{y1} \\ n_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \leftarrow 2 \text{ ekv.} \\ \leftarrow \text{beroende} \\ \text{Ta 1 ekv:} \end{array}$$

$$\rightarrow \frac{3-\sqrt{73}}{2} n_{y1} + 4 n_{z1} = 0 \Rightarrow n_{z1} = -\frac{3-\sqrt{73}}{8} n_{y1}$$

normalisera \nearrow

$$m_1 = \sqrt{\left(\frac{3-\sqrt{73}}{8}\right)^2 + 1^2}$$

$$\underline{n}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm \frac{1}{m_1} \\ \pm \frac{3-\sqrt{73}}{8m_1} \end{bmatrix} = [0, \pm 0.82, \pm 0.57]^T$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3+\sqrt{73}}{2} & 4 \\ 4 & \frac{-3+\sqrt{73}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{y3} \\ n_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{3+\sqrt{73}}{2} n_{y3} + 4 n_{z3} = 0 \Rightarrow n_{z3} = -\frac{3+\sqrt{73}}{8} n_{y3}$$

$$m_3 = \sqrt{\left(\frac{3+\sqrt{73}}{2}\right)^2 + 4^2}$$

$$\underline{n}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1/m_3 \\ \mp \frac{3+\sqrt{73}}{8m_3} \end{bmatrix} = [0, \pm 0.57, \mp 0.82]^T$$