

1.1.13

GIVET:

Plant spänningstillstånd:

$$\sigma_x = 40$$

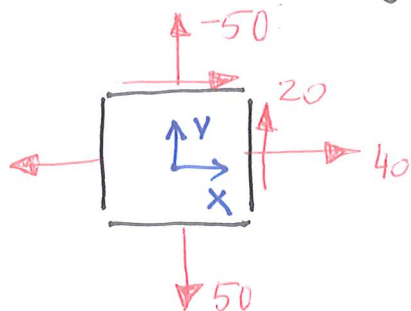
$$\sigma_y = -50 \text{ [MPa]}$$

$$\tau_{xy} = 20$$

A) SÖKT: Huvudspänningar samt motsvarande ~~huvud~~ huvudriktningar

LÖSNING:

Plant spänningstillstånd:  $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$



Allt. 1. Lös med egenvärden och egenvektorer

$$\begin{cases} \det(\underline{\underline{\sigma}} - \lambda \underline{\underline{I}}) = 0 \rightarrow \lambda_i \rightarrow \sigma_i \\ (\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_i \underline{\underline{I}}) \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{0}} \rightarrow \underline{\underline{n}}_i \end{cases}$$

Allt. 2. Mohrs cirkel. (i ett plan vinkelrätt mot en huvudspänningsriktning).

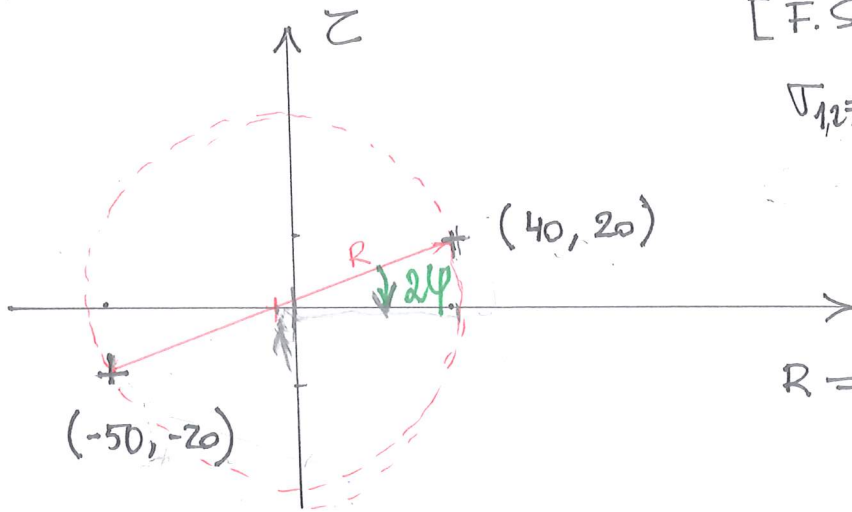
Eftersom  $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \Rightarrow \sigma_z = 0$  är en huvudspänning och huvudriktningen är z. axeln.

↳ x, y planet är vinkelrätt mot en huvudspänningsriktning.

↳ man kan använda Mohrs cirkel i xy planet.

[F.S. (1.19)]

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm R$$

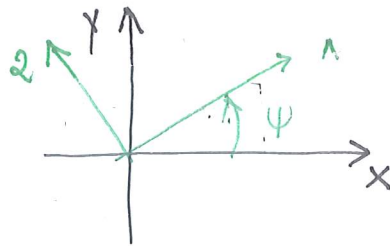


$$R = \left[ \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_{1,2}^{2D} = \frac{40 - 50}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{40 - (-50)}{2} \right)^2 + 20^2} = -5 \pm 49,2$$

$$\sigma_1^{2D} = 44,2 \text{ MPa} ; \quad \sigma_2^{2D} = -54,2 \text{ MPa}$$

Huvudsp. riktning:



$$\tan 2\psi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \Rightarrow 2\psi^* = \arctan \left( \frac{2 \cdot 20}{40 + 50} \right) = 24^\circ$$

$\hookrightarrow \tau_{xy} > 0 \text{ och } \sigma_x > \sigma_y$   
 $0 < 2\psi < 90^\circ$

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2 \cdot 20}{40 - (-50)} \right) = 12^\circ$$

Huvudspänningar

$$\sigma_1^{3D} = 44,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2^{3D} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3^{3D} = -54,2 \text{ MPa}$$

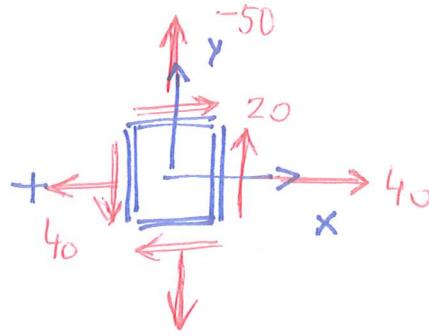
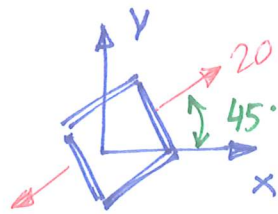
Huvudsp. riktningar.

$$\underline{n}_1 = [\cos(12^\circ), \sin(12^\circ), 0]^T$$

$$\underline{n}_2 = [0, 0, 1]^T$$

$$\underline{n}_3 = [\cos(90^\circ + 12^\circ), \sin(90^\circ + 12^\circ), 0]^T$$

1.1.13 B).



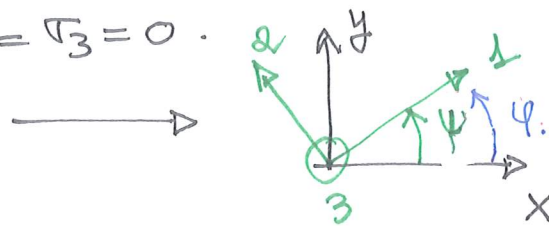
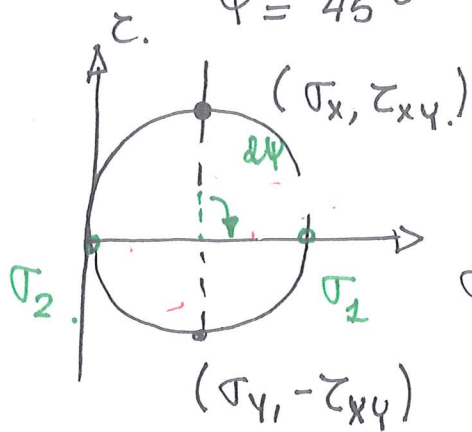
SÖKT: Resulterande spänningstillstånd.

LÖSNING: \*

I drag vid  $45^\circ \rightarrow$  ändra spänning (normalspänning)

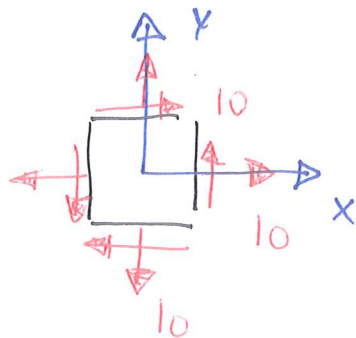
$$\sigma_1 = 20 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0.$$

$$\psi = 45^\circ$$

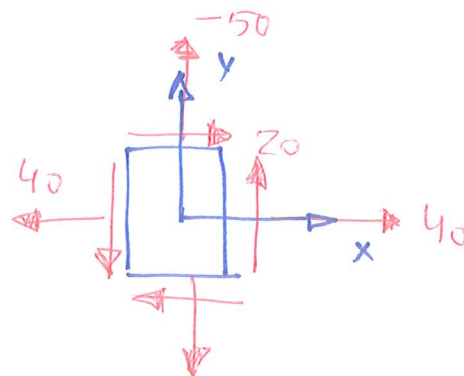


$$\Rightarrow R = 10 \text{ MPa} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

$$\begin{cases} \sigma_x = 10 \text{ MPa} \\ \sigma_y = 10 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = 10 \text{ MPa} \end{cases}$$



+



$$\begin{cases} \sigma_x = 40 + 10 = 50 \text{ MPa} \\ \sigma_y = -50 + 10 = -40 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} = 20 + 10 = 30 \text{ MPa} \end{cases}$$

~~\*~~~~\*~~ [F.S. 1.17 och 1.18]

$$\sigma_1 = 20 = \sigma_x \cos^2(45) + \sigma_y \sin^2(45) + 2\tau_{xy} \sin(45) \cos(45)$$

$$\sigma_2 = 0 = \sigma_x \cos^2(90+45) + \sigma_y \sin^2(90+45) + 2\tau \sin(90+45) \cos(90+45)$$

$$\tau_{12} = 0 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(90) + \tau_{xy} \cos(90)$$

$$\begin{cases} 20 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y}{2} + \tau_{xy} \rightarrow \boxed{\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 10 \text{ MPa}} \\ 0 = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y}{2} - \tau_{xy} \rightarrow \sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} \\ 0 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \rightarrow \sigma_x = \sigma_y \end{cases}$$