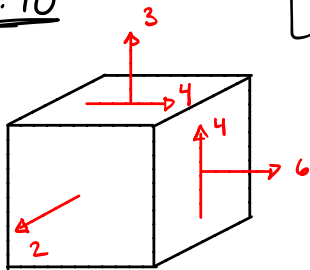
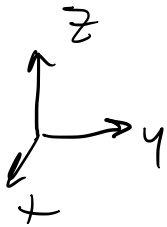


1.1.10

[MPa]



Bestäm: Huvudspänningarnas storlek & riktning

HUR? (1) Huvudspänningar - Egenvärden till
 $\det(\underline{A} - \sigma_i \underline{I}) = 0 \quad i=1,2,3 \quad (\text{f.s } 1.10)$

(2) Använd huvsp till att beräkna egenvärdes-vektorerna
 $(\underline{A} - \sigma_i \underline{I}) \underline{n}_j = 0 \quad (\text{f.s } 1.15)$

LÖSNING

1. Spänningsmatrisen, från figuren

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Egenvärden

$$(1.10) \rightarrow 0 = \begin{vmatrix} (2 - \sigma_i) & 0 & 0 \\ 0 & (6 - \sigma_i) & 4 \\ 0 & 4 & (3 - \sigma_i) \end{vmatrix} \quad \text{kofaktor} = (2 - \sigma_i) \begin{vmatrix} (6 - \sigma_i) & 4 \\ 4 & (3 - \sigma_i) \end{vmatrix}$$

$$= (2 - \sigma_i) ((6 - \sigma_i)(3 - \sigma_i) - 16)$$

$$= (2 - \sigma_i) (\sigma_i^2 - 9\sigma_i + 2)$$

0 om $\sigma_A = 2$

$$\sigma_A = 2 \text{ MPa}, \quad \sigma_{B,C} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 2} \rightarrow \begin{cases} \sigma_B = 8,77 \text{ MPa} \\ \sigma_C = 0,228 \text{ MPa} \end{cases}$$

Och

$$\begin{cases} \sigma_1 = 8,77 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 2 \text{ MPa} \\ \sigma_3 = 0,228 \text{ MPa} \end{cases}$$

← Ordnade enligt:
 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

Insert i (1.15), $(A - \sigma_i I)n_i = 0$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} (2-\sigma_i) & 0 & 0 \\ 0 & (6-\sigma_i) & 4 \\ 0 & 4 & (3-\sigma_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (*)$$

$\sigma_1 = 8.77$
i
(*) \rightarrow

$$\begin{bmatrix} -6.77 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & -2.77 & 4 & | & 0 \\ 0 & 4 & -5.77 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot \frac{1}{-6.77} \\ \cdot \frac{1}{-2.77} \\ \cdot \frac{1}{4} \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1.44 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1.44 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \ominus \\ \ominus \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1.44 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} n_x = 0 \\ n_y + 1.44 n_z = 0 \\ n_z = s \end{cases}$$

fri!

med $s=1$

$$\rightarrow \tilde{n}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.44 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{1.44^2 + 1^2}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.82 \\ 0.57 \end{bmatrix}$$

$\sigma_2 = 2$ i (*)

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 4 & 4 & | & 0 \\ 0 & 4 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \ominus \\ \left(\frac{1}{4}\right) \\ \ominus \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 4 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \ominus \\ \ominus \\ \left(\frac{1}{3}\right) \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \ominus \\ \leftarrow \\ \ominus \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} n_2 = 0 \\ n_3 = 0 \\ n_1 = s \end{matrix} \rightarrow \text{med } s=1 \quad \tilde{n}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\sigma_3 = 0.228$ i (*)

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1.772 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 5.772 & 4 & | & 0 \\ 0 & 4 & 2.772 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot \frac{1}{1.772} \\ \cdot \frac{1}{5.772} \\ \cdot \frac{1}{4} \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0.693 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0.693 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \ominus \\ \ominus \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0.693 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} n_x = 0 \\ n_y = -0.693 n_z \\ n_z = s \end{cases} \xrightarrow{s=1} \tilde{n}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.693 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{0.693^2 + 1^2}}$$

$$\rightarrow \tilde{n}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.57 \\ 0.82 \end{bmatrix}$$