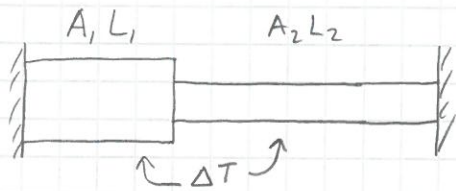
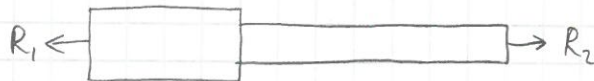


2.1.36.

 E, α i båda delarnaSölet: σ_1, σ_2 om stängerna värms med ΔT

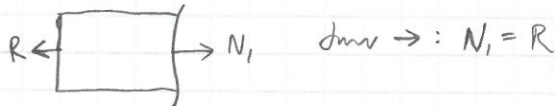
Hur? $\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \leftarrow \begin{matrix} \text{Snitt} + \text{Jmv.} \\ \text{A} \leftarrow \text{given} \end{matrix}$

+ Deformations samband vid behov ③

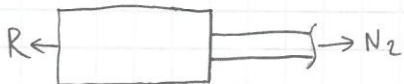
Lösning: ① Frilägg + Jämvikt

$$\text{Jmv} \rightarrow: -R_1 + R_2 = 0 \Rightarrow R_1 = R_2 = R$$

② Snitta + Jämvikt



$$\text{Jmv} \rightarrow: N_1 = R$$



$$\text{Jmv} \rightarrow: N_2 = R$$

$$\Rightarrow N_1 = N_2 = N = R$$

③ Deformations samband behövs - Jämvikts ekvationer räcker inte

$$\text{Stela väggar} \Rightarrow \delta = \delta_1 + \delta_2 = 0$$

$$\text{Vi vet att } \delta = \varepsilon L = (\varepsilon_m + \varepsilon_T) L$$

$$\frac{N}{EA} \leftarrow \frac{\sigma}{E} \leftarrow \begin{matrix} \text{mekanisk del} \\ \text{termisk del} \end{matrix} \rightarrow \alpha \Delta T$$

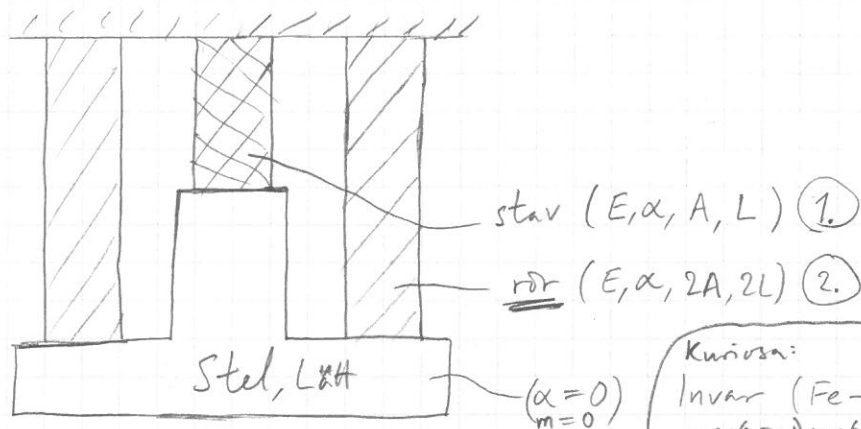
$$\Rightarrow \delta = \delta_1 + \delta_2 = \left(\frac{N_1 L_1}{EA_1} + \alpha \Delta T L_1 \right) + \left(\frac{N_2 L_2}{EA_2} + \alpha \Delta T L_2 \right) = 0$$

$$\Rightarrow \{N_1 = N_2 = N\} \Rightarrow N \left(\frac{L_1}{A_1} + \frac{L_2}{A_2} \right) + E \alpha \Delta T (L_1 + L_2) = 0$$

$$\frac{A_2 L_1 + A_1 L_2}{A_1 A_2}$$

$$\Rightarrow N = - \frac{E \alpha \Delta T A_1 A_2 (L_1 + L_2)}{A_2 L_1 + A_1 L_2}, \quad \sigma_1 = \frac{N}{A_1}, \quad \sigma_2 = \frac{N}{A_2}$$

2.2.20.



Både stav och rör: E, α

Solat: $\sigma_1, \sigma_2 \Leftrightarrow$ behöver N_1, N_2

Kuriosa:

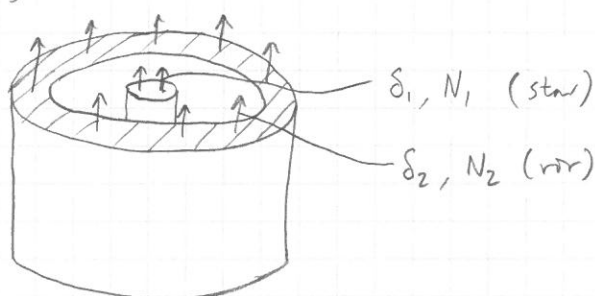
Invar (Fe-36Ni)
 $\alpha \approx 0,5 \cdot 10^{-6}/K$ ($20^\circ C - 100^\circ C$)

Al: $\alpha \approx 24 \cdot 10^{-6}/K$

Fe: $\alpha \approx 12 \cdot 10^{-6}/K$

glas: $\alpha \approx 9 \cdot 10^{-6}/K$

Förslags taletfästet:



$$J_{mv} \Rightarrow N_1 = -N_2 \Leftrightarrow \sigma_1 A = -\sigma_2 2A \Leftrightarrow \sigma_1 = -2\sigma_2 \quad (1)$$

$$\text{Talet} \Rightarrow \delta_1 = \delta_2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \epsilon \text{ konst} \\ \text{inom} \\ \text{rör/stav} \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{\epsilon_1 L}_{\delta_1} = \underbrace{\epsilon_2 2L}_{\delta_2} \Leftrightarrow \epsilon_1 = 2\epsilon_2 \quad (2)$$

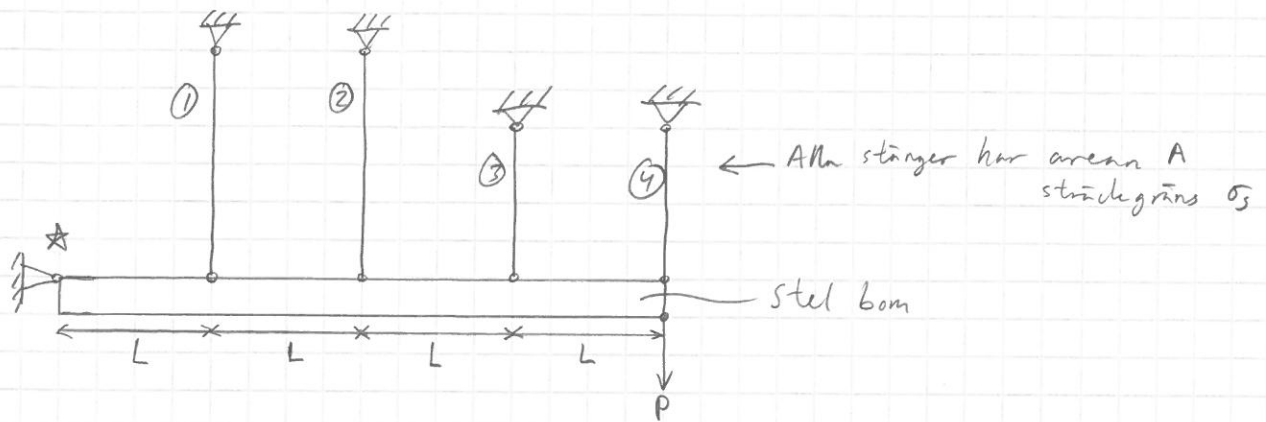
$$\epsilon_i = \epsilon_{Mi} + \epsilon_{Ti} = \frac{\sigma_i}{E} + \alpha \Delta T \quad (3)$$

$$(2) \text{ och } (3) \Rightarrow \frac{\sigma_1}{E} + \alpha \Delta T = \frac{2\sigma_2}{E} + 2\alpha \Delta T \Leftrightarrow \frac{\sigma_1}{E} - \frac{2\sigma_2}{E} = \alpha \Delta T \quad (4)$$

$$(1) \text{ och } (4) \Rightarrow \frac{\sigma_1}{E} + \frac{\sigma_1}{E} = \alpha \Delta T \Leftrightarrow \sigma_1 = \frac{E \alpha \Delta T}{2}$$

$$(1) \Rightarrow \sigma_1 = -2\sigma_2 \Leftrightarrow \sigma_2 = -\frac{\sigma_1}{2} = -\frac{E \alpha \Delta T}{4}$$

2.2.30.



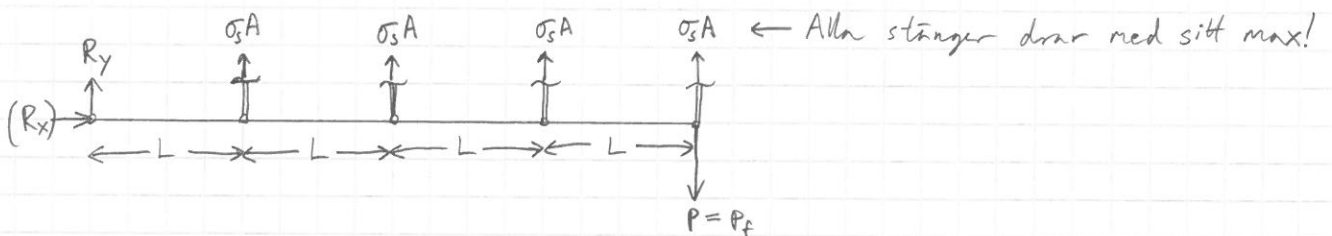
Sökt: P_f , kollapslast

Hur? Så länge någon stång fortfarande inte har plastiserat kan man fortfarande öka lasten. Kollaps sker alltså när den sista stången når $\sigma = \sigma_s$.

Dvs. P_f när $\sigma = \sigma_s$ för alla stänger

Lösning: $\sigma = \sigma_s \Rightarrow N_i = \sigma_s A = \text{kända}$

Fritägg (Inte nödvändigt, men bra vana. Många har förlorat tentapoäng för att de glömt bort reaktionskraften och därmed gör jämviktsdel.



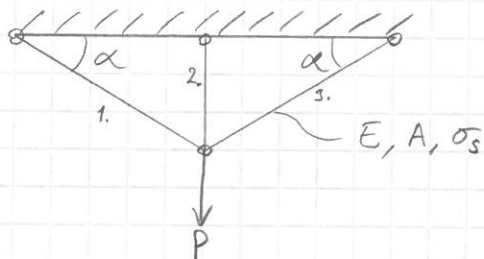
(Jmv \rightarrow : $R_x = 0$)

Jmv \uparrow : $R_y + 4 \cdot \sigma_s A - P_f = 0$
 \uparrow obs!!!

Jmv (\star) : $4P_f L - \underbrace{1\sigma_s AL - 2\sigma_s AL - 3\sigma_s AL - 4\sigma_s AL}_{-10\sigma_s AL} = 0 \Leftrightarrow P_f = \frac{10\sigma_s A}{4} = \underline{\underline{2,5\sigma_s A}}$

Om man glömmar bort R_y får man $4\sigma_s A - P_f = 0$ från jämvikt \uparrow , vilket förstås är fel.

2.2.31.



a) Sölet: P_s , last som ger begynnande plastisk deformation (Påhittad uppgift)

Hur? Största $|\sigma| = \sigma_s$

\Rightarrow Hitta största av $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, sätt $= \sigma_s$, vilken P krävs?

Lösning: Från övning 3, tal 2.2.14 $\Rightarrow N_1, N_2, N_3$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \sigma_3 = \frac{P}{A} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{1 + 2 \sin^3 \alpha} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} \left(\frac{1}{1 + 2 \sin^3 \alpha} \right)$$

$\sin^2 \alpha$ är mellan 0 och 1, så alltid mindre än 1 för alla praktiska fall.

$$\Rightarrow \sigma_2 \text{ störst} \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_s = \frac{P_s}{A} \left(\frac{1}{1 + 2 \sin^3 \alpha} \right)$$

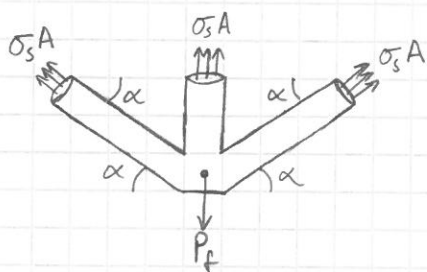
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_s = \sigma_s A (1 + 2 \sin^3 \alpha)}}$$

b) Sölet: P_f , kollapslast (När alla stänger plastiserat och en större last ger kollaps)

Hur? Vi vet att alla stänger måste plastisera för kollaps.

$$\Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_s \Rightarrow N_1 = N_2 = N_3 = \sigma_s A$$

\Rightarrow Snitta + Jmv borde ge P_f .



$$\text{Jmv } \uparrow: \sigma_s A + 2 \sin \alpha \sigma_s A - P_f = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P_f = \sigma_s A (1 + 2 \sin \alpha)$$

2.2.31. c)

Sölet: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ om vi lastar till P_f , och sen lastar av.

(Påhittad uppgift)

Använd $\alpha = 30^\circ$

Hur? Vi visste att $\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{P}{A} \left(\frac{\sin^2}{1 + 2 \sin^2 \alpha} \right) = \{\alpha = 30^\circ\} = \frac{P}{5A}$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} \left(\frac{1}{1 + 2 \sin^2 \alpha} \right) = \{\alpha = 30^\circ\} = \frac{4P}{5A}$$

Det här gäller när alla stänger är elastiska.

När vi lastar av sjunker alla spänningar direkt, och alla stänger blir elastiska.

Samma relationer gäller, men egentligen ska man se relationerna som hur spänning ändras om lasten ändras.

Dvs. $\Delta \sigma_1 = \Delta \sigma_3 = \frac{1}{5} \frac{\Delta P}{A}$

$$\Delta \sigma_2 = \frac{4}{5} \frac{\Delta P}{A}$$

Lösning:

Om vi lastar av ska lasten ändras från P_f till 0, så $\Delta P = -P_f$,

dvs. $P_f + \Delta P = 0 \leftarrow$ Vad lasten är efter avlastning

↑
Hur mycket vi lastar av
Innan avlastning

När vi ligger på P_f så ligger alla stänger på $\sigma = \sigma_s$, och vid avlastning ska spänningarna ändras:

$$\begin{aligned} \sigma_s + \Delta \sigma_1 &= \sigma_1 \leftarrow \\ \sigma_s + \Delta \sigma_2 &= \sigma_2 \leftarrow \\ \sigma_s + \Delta \sigma_3 &= \sigma_3 \leftarrow \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Spänning efter avlastning}$$

↑
Hur spänningen ändras pga avlastning
Spänning innan avlastning

$$P_f = \sigma_s A (1 + 2 \sin^2 \alpha) = \{\alpha = 30^\circ\} = 2 \sigma_s A \Rightarrow \Delta P = -P_f = -2 \sigma_s A$$

$$\Delta \sigma_1 = \Delta \sigma_3 = \frac{1}{5} \frac{\Delta P}{A} = \frac{-2 \sigma_s A}{5 A} = -\frac{2}{5} \sigma_s \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_s - \frac{2}{5} \sigma_s = \underline{\underline{\frac{3}{5} \sigma_s}} \text{ (drag)}$$

$$\Delta \sigma_2 = \frac{4}{5} \frac{\Delta P}{A} = \frac{4}{5} \frac{(-2 \sigma_s A)}{A} = -\frac{8}{5} \sigma_s \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_s - \frac{8}{5} \sigma_s = \underline{\underline{-\frac{3}{5} \sigma_s}} \text{ (tryck)}$$