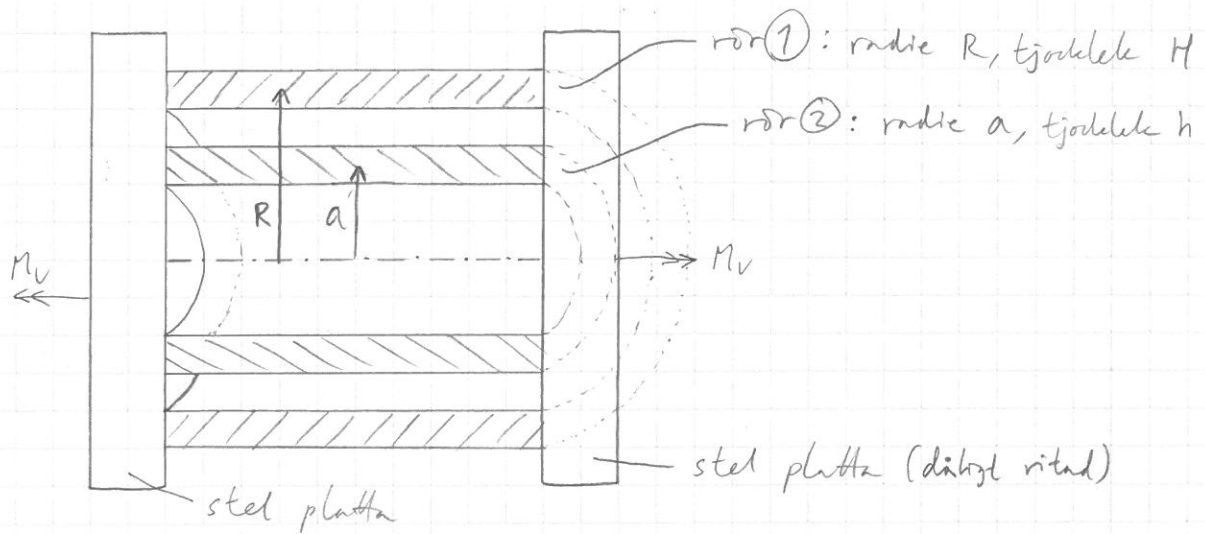


2.6.25.



G och τ_s i båda rören, tunnväggiga

Sökt: $\beta = \frac{M_f - M_s}{M_s}$

Lösning: $M_f = M_{f1} + M_{f2} = \underbrace{\tau_s 2\pi R H}_{A_1 \text{ hävarm}} R + \underbrace{\tau_s 2\pi a h}_{A_2 \text{ hävarm}} a = 2\pi \tau_s (R^2 H + a^2 h)$

$\tau = G \frac{\theta}{L} r \Rightarrow$ yttre plastiserar först, ty störst r , och båda måste ha samma θ .

$\Rightarrow \tau_1 = \tau_s = G R \cdot \underbrace{\frac{M_{1s}}{G K_1}}_{\theta/L} \Leftrightarrow M_{1s} = \frac{\tau_s K_1}{R} = \frac{\tau_s 2\pi R^3 H}{R} = 2\pi \tau_s R^2 H$

Moment för att plastisera ①

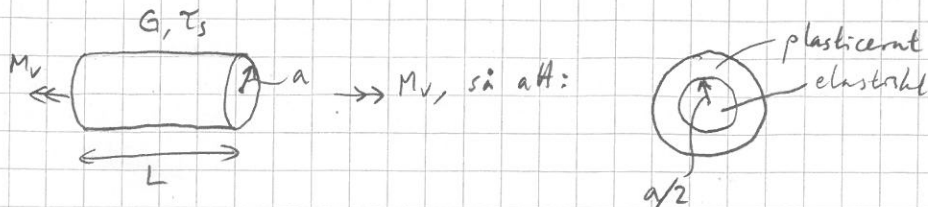
Det inre röret har samma $\theta \Rightarrow$

$\Rightarrow \theta_1 = \theta_2 \Leftrightarrow \frac{M_{1s} L}{G K_1} = \frac{M_2 L}{G K_2} \Leftrightarrow M_2 = M_{1s} \frac{K_2}{K_1} = M_{1s} \left(\frac{a^3 h}{R^3 H} \right) = 2\pi \tau_s R^2 H \left(\frac{a^3 h}{R^3 H} \right)$

$\Rightarrow M_s = M_{1s} + M_2 = M_{1s} \left(1 + \frac{a^3 h}{R^3 H} \right) = 2\pi \tau_s R^2 H \left(1 + \frac{a^3 h}{R^3 H} \right)$

$\Rightarrow \frac{M_f - M_s}{M_s} = \beta = \dots = \frac{a^2 h (R - a)}{R^3 H + a^3 h}$

2. 6. 30.



Således: θ efter att M_v tas bort

Hur: $\theta_e = \theta_i + \Delta\theta$ ← När man släpper M_v , dvs $\Delta M = -M_v$
 efter innan, när M_v ligger på

Exempelsamlingens " $\tau = \tau_s \frac{2r}{a}$ " kommer från den elastiska kärnan;

Där ökar spänningen linjärt med avståndet från centrum som

$$\tau(r) = G\vartheta r \quad (\text{F.S. s.73, 6.78}) \quad (1)$$

Vid gränsen mot den plastiska delen är $\tau = \tau_s$, dvs

$$\tau(a/2) = \tau_s \quad (\text{randvillkor}) \quad (2)$$

Om man vill kan man alltså skriva om (1)

$$\tau\left(\frac{a}{2}\right) = G\vartheta\left(\frac{a}{2}\right) = \tau_s \Leftrightarrow G\vartheta = \tau_s \frac{2}{a} \Rightarrow \tau(r) = G\vartheta r = \tau_s \frac{2r}{a} \quad (3)$$

Det hjälper oss att hitta $\theta_i = \vartheta_i L$ (F.S. s.73, 6.74)

$$(3) \Rightarrow \vartheta_i = \frac{2\tau_s}{Ga} \Rightarrow \theta_i = \frac{2\tau_s L}{Ga} \leftarrow (\text{Kallas } j \text{ i exempelsamlingen}) \quad (4)$$

F.S. 6.74 säger också hur mycket moment den elastiska kärnan bär:

$$\left. \begin{aligned} M_{el} &= \theta_i \cdot \frac{GK_{el}}{L} = \frac{2\tau_s L}{Ga} \cdot \frac{GK_{el}}{L} = \frac{2\tau_s K_{el}}{a} \\ K_{el} &= \frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{a}{2}\right)^4 - (0)^4 \right] = \frac{\pi a^4}{32} \quad (\text{F.S. s.73, 6.76}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_{el} = \frac{\pi \tau_s a^3}{16} \quad (5)$$

M_v bär upp den plastiska biten också, så att $M_v = M_{el} + M_{pl}$

$$(\text{F.S. s.74, 6.84}) \Rightarrow M_{pl} = \frac{2\pi\tau_s}{3} \left[\underbrace{\left(\frac{a}{2}\right)^3 - \left(\frac{a}{2}\right)^3}_{\frac{a^3}{8}} \right] = \frac{7\pi\tau_s a^3}{12} \quad (6)$$

$$M_v = M_{el} + M_{pl} = \left(\frac{1}{16} + \frac{7}{12} \right) \pi \tau_s a^3 = \frac{31}{48} \pi \tau_s a^3 \quad (7)$$

Vid avlastning blir allt elastiskt igen, så

$$\Delta\theta = \frac{\Delta M \cdot L}{GK}, \quad \Delta M = -M_v = -\frac{31}{48} \pi \tau_s a^3$$

↑
för hela
cylindern

2.6.30.

Fortsättning.

$$K = \frac{\pi [(a)^4 - (0)^4]}{2} = \frac{\pi a^4}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = \frac{\left(-\frac{31}{48} \pi \tau_s a^3 \right) L}{G \left(\frac{\pi a^4}{2} \right)} = -\frac{31}{24} \frac{\tau_s L}{G a} \quad (8)$$

$$(4) \text{ och } (8) \Rightarrow \theta_e = \theta_i + \Delta \theta = 2 \frac{\tau_s L}{G a} - \frac{31}{24} \frac{\tau_s L}{G a} = \frac{17}{24} \frac{\tau_s L}{G a}$$

$$\text{Eller om man vill: } \theta_e = \frac{17}{48} \underbrace{\left(\frac{2 \tau_s L}{G a} \right)}_{\theta_i (j)} = \frac{17}{48} \theta_i \approx \underline{\underline{35\% \text{ av } \theta_i}}$$

Visuell tolkning av svar:

