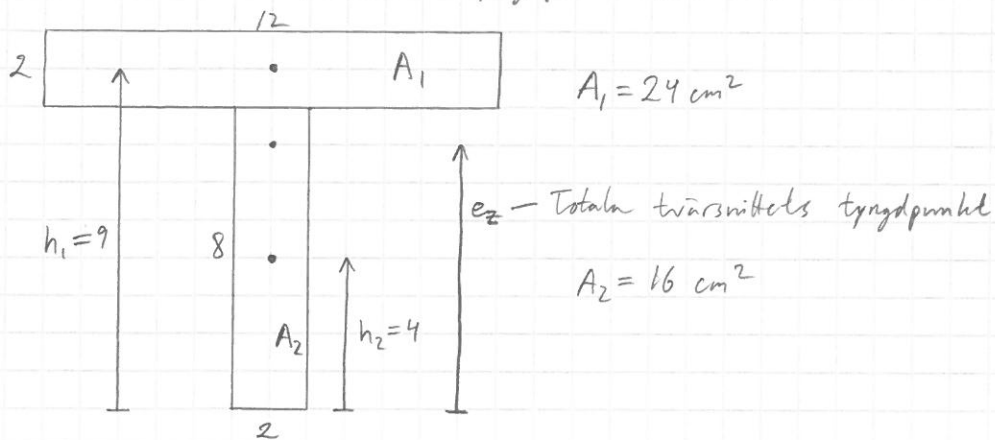


2.4.47. $I_y = ?$ Oavsett om använder Steiners sats eller direkt integral behöver vi hitta tyngdpunkten först, dvs. där $e = 0$



Del 1 har en tyngdpunkt 9 cm upp, del 2 på 4 cm upp.

Ett vanligt medelvärde ger $\frac{9+4}{2} = 6,5 \text{ cm}$, men areorna är olika stora, så totala areans tyngdpunkt borde ligga närmare toppen.

Ett viktnat medelvärde ger rätt svar direkt:

1. Multiplicera varje värde med en "vikt", nu använder vi arean som vikt
2. Dividera med summan av vikter istället för antal termer

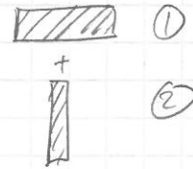
$$\Rightarrow e_z = \frac{A_1 \cdot 9 + A_2 \cdot 4}{A_1 + A_2} = \frac{24 \cdot 9 + 16 \cdot 4}{24 + 16} = 7 \text{ cm}$$

2.4.77.

I_y med direkt integration: $I_y = \int_A z^2 dA$

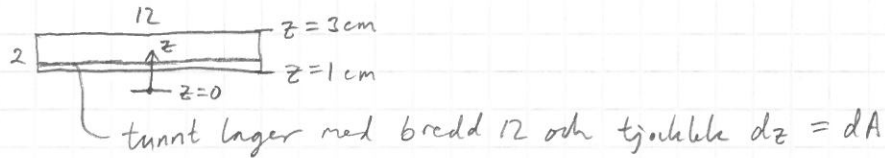
F.s. 30.3 s. 337
(29.2 s. 327 i gamla bti)

Enklast att dela upp integralen i två delar:



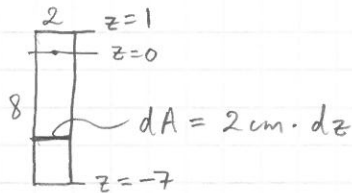
$$\Rightarrow I_y = I_1 + I_2$$

Del 1:



$$\begin{aligned} \Rightarrow I_1 &= \int_{A_1} z^2 dA = \underbrace{\int_{1}^3 z^2 \cdot 12 \cdot dz}_{\text{gränser } z \text{ från } 1 \text{ cm} \rightarrow 3 \text{ cm}} = \int_1^3 z^2 \cdot 12 \cdot dz = \\ &= 12 \cdot \left[\frac{z^3}{3} \right]_1^3 = 4 \cdot (3^3 - 1^3) = 104 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

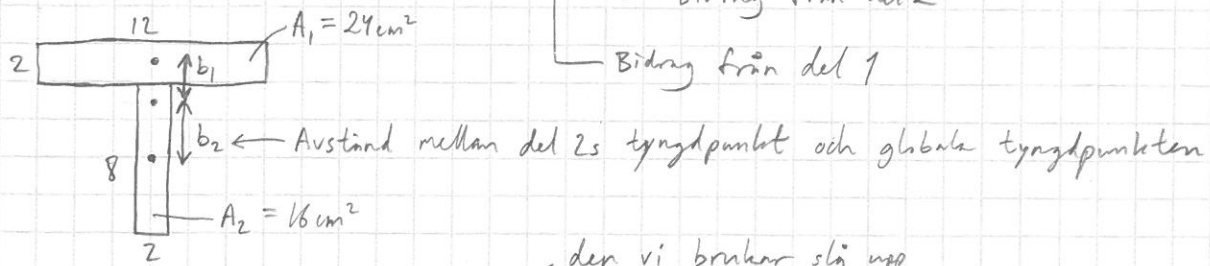
Del 2:



$$\Rightarrow I_2 = \int_{A_2} z^2 dA = \int_{-7}^1 z^2 \cdot 2 \cdot dz = \frac{2}{3} \left[z^3 \right]_{-7}^1 = \frac{688}{3} \text{ cm}^4$$

$$I_y = I_1 + I_2 = 104 + \frac{688}{3} = \underline{\underline{\frac{1000}{3} \text{ cm}^4}}$$

24.47. I_y med Steiners sats: $I_y = I_1 + I_2$

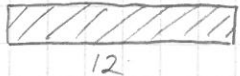


F.S. 30.5 s. 338
(29.4 s. 328 i gamla bti)

den vi brukar slå upp


$$\Rightarrow I_i = I_{yi} + b_i^2 A_i$$

↑
Aren
Avstånd av tyngdpunkt

Del 1:  $A = 24 \text{ cm}^2$
 $b = 2 \text{ cm}$

F.S. s. 344 $\Rightarrow "I_y = \frac{\text{bredd} \cdot \text{höjd}^3}{12}" \Rightarrow I_{yi} = \frac{12 \cdot 2^3}{12}$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{12 \cdot 2^3}{12} + 2^2 \cdot 24 = 104 \text{ cm}^4$$

Del 2:  $A = 16 \text{ cm}^2$
 $b = 3 \text{ cm}^2$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{2 \cdot 8^3}{12} + 3^2 \cdot 16 = \frac{688}{3} \text{ cm}^4$$

$$I_y = I_1 + I_2 = \frac{1000}{3} \text{ cm}^4$$