



# LABORATION 5

## Aberrationer

Personnummer	Namn
--------------	------

### **Laborationen godkänd**

Datum	Assistent
-------	-----------

## LABORATION 5: ABERRATIONER

---

<b>Att läsa i kursboken:</b>	sid. 233-248, 257-261, 470-472, 480-485, 497-505
<b>Förberedelseuppgifter</b>	2 st, se nedan. Skall vara gjorda före labttillfället.
<b>Vad labben går ut på:</b>	Uppmätning av sfärisk aberration, koma och kromatisk aberration. Subjektiv mätning av MTF. Skillnad mellan central och perifer bildkvalitet.
<b>Utrustning:</b>	Fiberljuskälla, svart tyg Färgfilter (Hoya) Platta med hålmönster Sektorstjärna Irisbländare monterad på en planokonvex lins med $f' = 50$ mm Liten skärm med millimeterskala Stor skärm med vitt papper Skjutmått, tejp, skena, ryttare, hållare, etc. Dator med strålräkningsprogrammet Winlens

---

### Teori

Bilden av ett objekt som alstras av en lins eller ett linssystem blir aldrig helt skarp p.g.a. olika avbildningsfel. I den här laborationen skall du få bekanta dig med några vanliga bildfel. Du skall också få titta på hur linjemönster avbildas av linsen. Teorin nedan beskriver kort de vanligaste avbildningsfelen. Vi kommer också att gå igenom den s.k. Modulation Transfer Function (MTF), som används för att beskriva hur pass täta linjemönster en lins klarar av att avbilda.

#### Aberrationer

I ett idealt avbildande system skall en punkt i objektplanet avbildas som en punkt i bildplanet. P. g. a. olika ofullkomligheter i det avbildande systemet får man normalt inte en punkt, utan en bild utspridd över ett större område. Avbildningsfel i linssystem kallas med ett fackuttryck för aberrationer. Det finns en rad olika aberrationer, och varje typ av aberration ger upphov till sitt karaktäristiska mönster i bildplanet.

Ett sätt att matematiskt behandla avbildningsfel är att titta på hur vågfronterna från en monokromatisk punktkälla förändras av linser. En punkt ger ju upphov till en sfärisk våg, och för att bli en punkt igen efter det avbildande systemet måste vågen återigen bli sfärisk. Vi skall först behandla den typ av aberrationer som uppstår på grund av att inte ens en ideal sfärisk yta mellan två olika brytningsindex exakt återskapar en sfärisk våg efter gränsytan. Dessa aberrationer är fundamentala, eftersom alla ytor på linser av praktiska skäl ofta måste göras sfäriska. I den enkla paraxiala linsteorin undviker man svårigheterna med aberrationer genom att betrakta alla vinklar som så små att  $\sin i \approx i$  (radianer). Avvikelsen från en perfekt sfärisk vågfront på vågor som passerat en

sfärisk gränsyta mellan olika brytningsindex är i den paraxiala teorin mycket mindre än beräkningsnoggrannheten.

I den matematiska teorin för serieutvecklingar kan man visa att sinus-funktionen kan skrivas som en summa av olika termer,

$$\sin i = i - \frac{1}{6}i^3 + \frac{1}{120}i^5 + \dots \quad (1)$$

Notera att  $i$  antas vara mycket mindre än 1, och att därför är  $i^3$  mycket mindre än  $i$ . Genom att ta med termen  $-\frac{1}{6}i^3$  förbättrar man noggrannheten i teorin, och man kan då konstatera att en sfärisk våg som går genom en perfekt sfärisk gränsyta inte längre är exakt sfärisk. Teorin brukar kallas för tredje ordningens teori, till skillnad från den paraxiala som kallas för första ordningens teori. Man kan påvisa fem olika typer av aberrationer inom tredje ordningens teori, de s. k. seidelaberrationerna: *sfärisk aberration*, *koma*, *bildfältskrökning*, *astigmatism*, samt *distorsion*. Vi kommer i denna laboration endast att intressera oss för de två första av dessa.

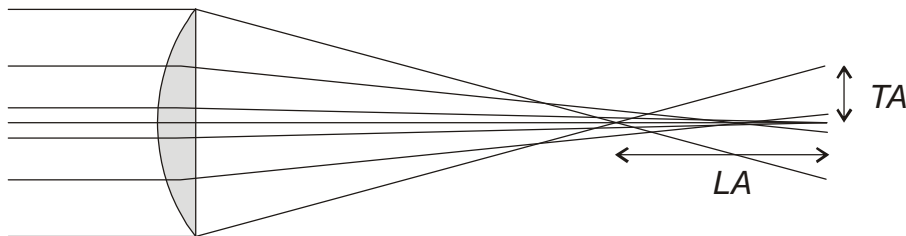


Fig. 1 Sfärisk aberration i enkel lins

**Sfärisk aberration:** är den enda seidelaberration som förekommer för alla punkter på en bild, även för de bildpunkter som ligger på den optiska axeln i det avbildande systemet. I en enkel strålmodell kan man säga att sfärisk aberration uppkommer därför att centrala strålar och strålar längre ut från den optiska axeln har olika fokuspunkter, se fig. 1. Som mått på den sfäriska aberrationen brukar man ange två storheter, den longitudinella aberrationen  $LA$  och den transversella aberrationen  $TA$ . Den longitudinella aberrationen är avståndet mellan bildpunkten för centrala strålar och bildpunkten för de strålar som går genom linsens yttersta kant, s. k. *randstrålar* (eng. *marginal rays*). Den transversella aberrationen  $TA$  är den halva bredden av det fokuserade strålnippet i bildpunkten för centrala strålar. Det framgår av fig. 1 att den skarpaste punkten inte uppstår i detta fokus. Man kan visa att den minsta transversella utbredningen av det fokuserade strålnippet är  $TA/4$ .

**FÖRBEREDELSEUPPGIFT 1:** Titta på ekvation 7.21 (i boken och i föreläsninganteckningarna). Rita hur en plankonvex lins ska vändas för att minimera den sfäriska aberrationen vid en förstörande avbildning av ett reellt objekt! Vilken formfaktor  $X$  har den?

**Koma:** har fått sitt namn av den kometliknande svans som bilden av ett punktförmigt objekt har. Aberrationen uppkommer när man försöker avbilda ett objekt som ligger vid sidan av den optiska axeln och förorsakas av att förstoringen är olika för centrala strålar och randstrålar, d.v.s. för strålar i som går genom linsens mitt och för strålar som går genom linsens ytterkant. Vid en strålkonstruktion av koma utgår man lämpligen från infallsplanet, det plan som innehåller både den optiska axeln och den

ideala bildpunkten. Infallsplanet kallas också för *tangentialplanet* eller meridionalplanet. Man skiljer mellan *tangentiell* och *sagittal* koma. Fig. 2 visar tangentiell koma, som uppkommer när de infallande strålarna ligger i tangentialplanet. Ett parallellt strålnippe som skall fokuseras i en enda punkt faller in mot en lins i vinkeln  $w$  mot den optiska axeln. Randstrålarna fokuseras längre bort från den optiska axeln än de centrala strålarna, eftersom avståndet från optiska axeln är proportionellt mot förstoringen och förstoringen är större för randstrålar. Därmed dras den ideala bildpunkten ut till ett streck. Om de infallande strålarna i fig. 2 alla passerar linsen i planet vinkelrätt mot tangentialplanet, linsens *sagittalplan*, talar man om sagittal koma. Man kan visa att den sagittala koman har nästan samma effekt som den tangentiala. Den drar ut bildpunkten till ett streck, men strecket är bara en tredjedel så långt som i det tangentiala fallet. Vid normal avbildning av en punkt träffar det utgående strålnippet linsen både i meridionalplanet, i sagittalplanet och i alla tänkbara mellanlägen mellan dessa plan. Strålarna i planen mellan meridional- och sagittalplan ger slutligen den kometliknande svansen åt bilden av ett punktformat objekt, se fig. 3. Längden på komasvansen är beroende av hur stor infallsvinkeln mot optiska axeln är.

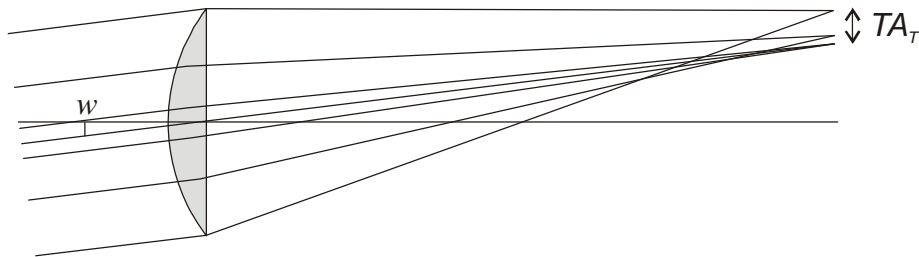


Fig. 2 Tangential koma i en enkel lins. Strålarna nära linsens rand fokuseras till en punkt längre ifrån den optiska axeln än de centrala strålarna.



Fig 3 Bild av ett punktformat objekt i en lins med koma.

**FÖRBEREDELSEUPPGIFT 2:**

- Koma beror på varierande förstoring, rita ut den paraxiala bildhöjden  $h'$  i fig. 2 och 3 ovan (i fig. 3 får du anta ett rimligt läge för den optiska axeln).
- Koma ger olika suddighet i det tangentiella och det sagittala bildplanet, kallad  $TA_t$  och  $TA_s$ , rita in dessa två storheter i fig. 3.
- Hur skulle bilden i fig. 3 se ut om linsens diameter gjordes hälften så stor?
- Hur skulle bilden i fig. 3 se ut om infallsvinkeln  $w$  blir dubbelt så stor?

Kromatisk aberration: Hittills har vi betraktat avbildning med monokromatiska ljuskällor. Linser är gjorda av olika material och har en dispersion, d. v. s. brytningsindex  $n$  är en funktion av våglängden på ljuset. Eftersom brytkraften på en lins är proportionell mot  $(n-1)$  kommer fokalpunkterna att ligga på olika ställen för de olika våglängderna i icke-monokromatiska ljuskällor. Detta fenomen brukar kallas för kromatisk aberration, och leder till att bilden av en vit ljuspunkt blir utsmetad och olikfärgad i olika regioner av det transversella fokus.

### Modulation Transfer Function (MTF)

Linser kan med tillgänglig teknologi tillverkas så att aberrationerna blir mycket små. Ytterst begränsas avbildningen med en lins av diffraktionen, som beskrivs mer ingående i kap. 13 i kursboken. Man kan visa att en plan vågfront som fokuseras av en perfekt lins kommer att ge en rund cirkelskiva med svaga ringar runt om i fokalplanet. Radien av den inre cirkelskivan är

$$y = \frac{1,22\lambda f'}{D}, \quad (3)$$

där  $\lambda$  är våglängden på ljuset,  $f'$  är linsens fokallängd och  $D$  är linsens diameter. Man kan alltså aldrig få en helt punktformig bild.

En lins där aberrationsfelen är mindre än inverkan av diffraktionen brukar kallas *diffraktionsbegränsad*. När man undersöker bildkvaliteten i linser har det visat sig lämpligt att titta på hur sinusformade mönster avbildas, snarare än hur en enstaka punkt avbildas. Om intensiteten i objektplanet varierar som

$$I(x) = I_0 [1 + c_m \sin(2\pi s x)], \quad (4)$$

kommer bilden från en lins också att vara sinusformig,

$$I'(x') = I'_0 [1 + c'_m \sin(2\pi s' x' + \varepsilon)] \quad (5)$$

där  $x$  och  $x'$  är de rumsliga koordinaterna i objektplan respektive bildplan,  $s$  och  $s'$  är de s.k. ortsfrekvenserna och  $\varepsilon$  är en fasförskjutning. Konstanten  $c_m$  brukar kallas *modulation*, och modulationen avgör hur starkt det sinusformade mönstret är i förhållande till bakgrunden (kontrast). Av avgörande intresse för hur skarpt linsen kan göra avbildningar är förhållandet mellan modulation i bild och objekt och hur detta förhållande varierar med spatialfrekvensen i bilden. Förhållandet  $c'_m/c_m$  brukar kallas för *MTF*, efter den engelska termen *Modulation Transfer Function*. *MTF* avtar som regel med ökande ortsfrekvens, för att bli noll över en viss gränshfrekvens. I den s.k. fourieranalysen kan man visa att intensitetsfördelningen för varje objekt kan uppfattas som en blandning av olika ortsfrekvenser. Ju skarpare kanter ett objekt har, desto högre är dess spatialfrekvenser. Avbildningen med lins skär alltid bort de högsta frekvenserna och begränsar därmed skärpan i bilden.

## INSTRUKTIONER

1. Gör en förstörande avbildning av aluminiumplattan med hålmönster med hjälp av den planokonvexa linsen ( $f = 50 \text{ mm}$ ). Objektet (hålmönstret) belyses lämpligen diffust med fiberljuskällan genom att sätta tejp på objektet. Se till att den mittersta punkten i mönstret verkligen ligger på optiska axeln i systemet. Kontrollera även att irisbländaren vid linsens krökta yta är centrerad. Blända ner så att bara centrala strålar passera linsen och ställ in skärpan. Förstora bländaren och studera hur bilden förändras. Vänd sedan på linsen. Blir det någon skillnad? Använd rättvänd lins och mät upp den sfäriska aberrationen. Jämför med den teoretiskt beräknade sfäriska aberrationen från Winlens. Visa sedan att  $TA \sim y^3$  ( $y =$  linsens halva diameter) genom att mäta  $TA$  vid två olika aperturstorlekar när linsen är rättvänd.
2. Föreligger någon koma? Kan du få till både negativ och positiv koma? Försök göra övriga aberrationer så små som möjligt. Hur snabbt ökar koma med avståndet från axeln? Rita av bilden. Jämför resultatet med beräkningar i Winlens.
3. Mät fokallängden för några olika färger, och uppskatta den kromatiska aberrationen. Använd sektorstjärnan som objekt. Jämför resultatet med Winlens.
4. Mät upp gränshfrekvensen för en rätt- respektive felvänd planokonvex lins. Jämför resultatet med Winlens.