

Lösningförslag Avbildningskvalitet

Repetition av geometrisk optik

1.

Objektvergens $L = -2,5$ D. Styrkan är $(n'-1)/r = 0,33/0,1 = 3,3$ D. Då blir bildvergens $L' = -2,5 + 3,3 = 0,8$, och bildavståndet $n'/L' = 1,33/0,8 = 1,66$ m.

2.

Objektvergens $L = 1,33/-0,2 = -6,65$ D. Styrkan är $(n'-1)/r = (1-1,33)/-0,2 = 1,65$ D. Då blir bildvergens $L' = -6,65 + 1,65 = -5$, och bildavståndet $n'/L' = 1/-5 = -0,2$ m. Observera att vi använder bildrymdens brytningsindex för bildavståndet, även om bildavståndet är negativt.

3.

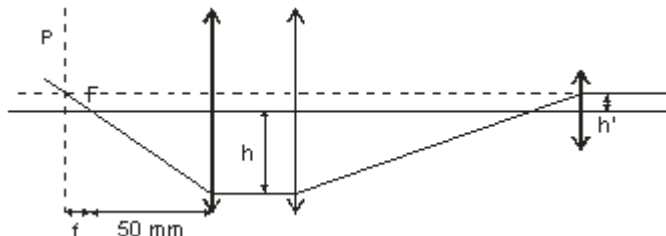
Linsens brytningsindex och fokallängd (i luft) ger att krökningsradierna är $r_1 = -r_2 = 12,4$ mm. Den limmade linsen får styrkan $F = (1,62 - 1,49)/r_1 + (1 - 1,62)/r_2 = 60,5$ D. Objektet skall placeras i främre fokalpunkten. Det ger $x = -f = n_{plast}/F = 24,6$ mm.

4.

Vinkelförstoringen i luppen ges av $M = F/4$. Objektet placeras i främre fokalpunkten. Beräkna luppens styrka och huvudplanens läge: $F_1 = F_2 = \frac{n-1}{r} = 250$ D. $F_E = F_1 + F_2 - \frac{d}{n} F_1 F_2 = 333$ D. $F_v = F_E / [1 - (d/n) F_2] = 1000$ D ger $f_v = -1$ mm. Alltså $M = 333/4 = 83$ ggr, obj 1 mm från ytan.

5.

För en lupp gäller att $M = F/4$. Därför blir $F = 20$ D och luppens fokallängd 50 mm. Strålkonstruktion enligt fig. Objektet placeras i luppens främre fokalpunkt och efter luppen går strålarna parallellt med optiska axeln. Teleskopet är afokalt, så även efter går strålarna parallellt med optiska axeln. Teleskopets förstoring 7 ggr ger att $b = 7b'$. Främre huvudplan P hittas genom att skärningspunkten mellan utgående och ingående stråle tas. Systemets främre fokalpunkt F är där ingående stråle skär optiska axeln. Främre fokallängd är avståndet från P till F. Likformiga trianglar ger då att $f = 50/7 = 7,1$ mm. Systemets (bakre) fokallängd $f' = -f = -7,1$ mm.



6.

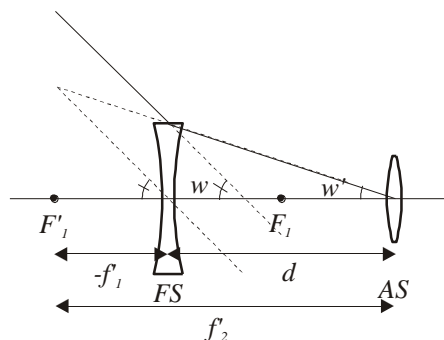
Hålet blir AS och IP, linsen FS. Stråle mitt i IP kanten på FS ger synfältet. Likformiga trianglar ger $2b_{max}/1,0$ m = $2,0$ mm/ $3,0$ mm, vilket ger synfältet $2b_{max} = 0,67$ m.

7.

Vi söker utträdespupillens läge! Med lite strålrättning förvissas man sig om att objektivet är AS (som det brukar vara). Det gäller bara att avbilda AS till höger genom mellanlinsen och okularet. Avbildning i tunn lins två gånger ger att den slutliga bilden av objektivet (dvs utträdespupillen) hamnar 44 mm efter okularet.

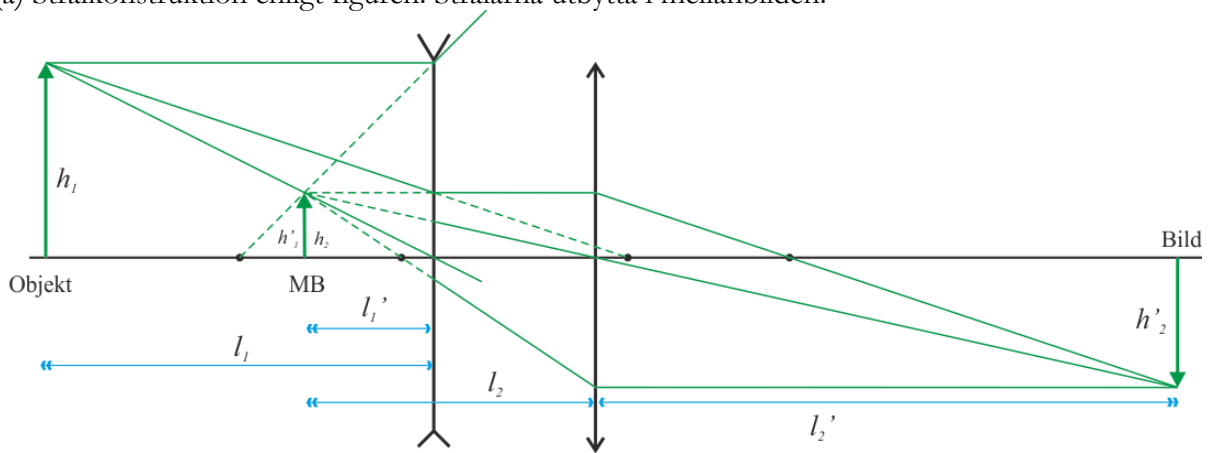
8.

Enkelt test visar att lins 2 är AS och lins 1 blir då FS. Synfältet begränsas av stråle mitt i AS kanten på FS. Strålkonstruktion med hjälpstråle enl. fig. ger $-f_1' \tan w = f_2' \tan w' = f_2' (D_1 / 2d)$. Det ger synfältsvinkeln $2w = 90^\circ$.



8½

(a) Strålkonstruktion enligt figuren. Strålarna utbyttas i mellanbilden.



(b) Avbildning i lins 1: $l_1 = -0,060$ m samt $L'_1 = L_1 + F_1$ ger $h'_1 = -0,020$ m. Förstoringen blir $m_1 = L_1/L'_1 = 1/3$. Avbildning i lins 2: $l_2 = h'_1 \cdot d = -0,045$ m ger $h'_2 = 0,090$ m. Förstoringen blir $m_2 = L_2/L'_2 = -2$. Total förstoring $m = -2/3$.

Monokromatiska aberrationer

9.

Vanlig plankonvex lins, bländartalet är 1,5 det ger kraftig sfärisk aberration. Vi söker fokallängden för randstrålarna vilken ges av $f'_m = f' - LA$. Formfaktorn blir $X=+1$ samt konjugatfaktorn $Y=-1$. Vanliga formler för sfärisk aberration ger $LA=15,5$ mm, dvs fokallängden för randstrålarna är 104,5 mm

10.

Antag reducerad ögonmodell med 60 D styrka för centrala strålar och 60,9 för randstrålar. $n'/l' = n/l + F$ ger $l'=22,22$ mm för centrala strålar och $l'_m=21,89$ mm för randstrålar vid $2y=6$ mm pupill. $TA = LA \cdot y/l' = (l' - l'_m) \cdot y/l' = 44 \mu\text{m}$ ger en diameter på 88 μm . (Om man defokuserar till minsta spridningscirkelns blir diametern en fjärdedel, alltså 22 μm .)

11.

$F = (n-1)(1/r_1 - 1/r_2) = 10.32$ D. Avbildning $\frac{1}{l'} = \frac{1}{l} + F$ ger $l'=-50,40$ mm. Dessa värden ger oss $Y=4,846$, $X=-4,040$. Brytningsindex insatt i kända formler ger $\alpha=2,141$, $\beta=3,188$, $\gamma=1,079$, $\delta=2,136$, $\varepsilon=1,594$, $\xi=1,329$. Detta ger $TA_{\text{sfärisk ab}} = 1/2 y^3 l' F^3 (\alpha X^2 + \beta XY + \gamma Y^2 + \delta)$ och $TA_{\text{koma}} = 3/2 y^2 h' F^2 (\varepsilon X + \xi Y)$ mycket nära noll

12.

Formel för koma i tunn lins visar att det inte blir någon koma om $\varepsilon X + \xi Y = 0$. Eftersom $X=0$ för en ekvikonvex lins får vi att konjugatfaktorn också skall vara noll, dvs $Y=0$. Det innebär 1:1 avbildning och $l=2f=-200$ mm.

13.

Sfärisk aberration! För (rättvänd) tunn lins enligt uppgift får vi $X=1$, $Y=-1$, $y=3$ mm, $l'=f'=1/60$ m, $F=60$ D samt $n=1,5$. Det ger $LA=l'-l'_m=f'-f'_m=0,63$ mm. Således får vi $F_m=1/f'_m=62,4$ D och en skillnad på 2,4 D. (Verkligheten bättre än modellen)

14.

Eftersom objektet ligger nära optiska axeln är sfärisk aberration och koma de viktigaste bildfelen. Kromatisk aberration förekommer i princip inte eftersom belysningen är laserljus. Sfärisk aberration ger lika stor suddighet för alla objektpunkter och kan alltså accepteras, däremot bör koma inte förekomma. Villkoret för detta ges av $\varepsilon X + \xi Y = 0$. Objektvergens $L=-1$ D ger bildvergens $L'=-1\text{D}+10\text{D}=+9$ D. Konjugatfaktorn blir alltså $Y = (L + L') / (L - L') = -0,8$. $n=1,52$ ger $\varepsilon = 1,59$ och $\xi = 1,33$. Vi får alltså optimal formfaktor som $X = -(\xi / \varepsilon)Y = 0,67$. (Denna formfaktor ligger också nära den optimala för sfäriska aberrationen)

15.

Parallellt laserljus... Det enda anledningen till att alla strålar inte träffar fokalpunkten (då skulle inte fläcken röra sig) är sfärisk aberration. När hålet placeras vid kanten ser vi helt enkelt var randstrålarna skär paraxialt bildplan. Total förflyttning blir alltså $2TA$. Formler för sfärisk aberration $TA = 1/2 y^3 l' F^3 (\alpha X^2 + \beta XY + \gamma Y^2 + \delta)$, $Y=-1$, $X=1$ samt $\alpha=2,33$, $\beta=3,33$, $\gamma=1,08$, $\delta=2,25$ ger $2TA=1,9$ mm.

15½

Styrkan ökar i båda huvudsnitten, men mest i det tangentiella (vertikala) snittet. Styrkan hos det vinklade glasögat ges av $F_{180} = F_S = F(1 + \sin^2(30^\circ)/3) = 5,4$ D och

$F_{90} = F_T = F_S / \cos^2(30^\circ) = 7,2$ D. Recept: Sfär +7,25 D, Cyl -1,75 D Ax 90.

Astigmatisk avbildning

16.

Avbildning med mellanbild: $1/l'_1 = 1/l_1 + F_1$, $l_2 = l'_1 - 0,200$ m, $1/l'_2 = 1/l_2 + F_2$ samt $m_{tot} = m_1 m_2 = (L_1 / L'_1)(L_2 / L'_2)$. HS90: $l_1 = -250$ mm, $F_1 = 2,75$ D, $F_2 = 5,00$ D ger $l_2 = 250$ mm, $m_{tot} = -0,8$. HS180: $l_1 = -250$ mm, $F_1 = 5,00$ D, $F_2 = 2,75$ D, ger $l_2 = 250$ mm, $m_{tot} = -1,25$.
Bilden hamnar alltså 250 mm efter sista linsen och blir 8 mm hög och 12,5 mm bred (ellips).

17.

Objektavståndet är $L = -1,0$ D för båda huvudsnitten. Den vänstra bilden visar att det horisontella huvudsnittet har sin bild på avståndet $L'_{180} = 1,25$ D, den högra visar att $L'_{90} = 0,75$ D. Motsvarande styrkor blir alltså $L'_{180} = 2,25$ D, den högra visar att $L'_{90} = 1,75$ D. Recept: Sf 2,25, Cyl -0,50 Ax 180. (Minsta spridningscirkeln ligger på 1,0 m avstånd från linsen).

18.

HS90: $L = -2,0$ D, $L'_{90} = 2,00$ D, ger $(F_{90} + 5,00) = +4,00$ D, dvs $F_{90} = -1,00$ D.
HS180: $L = -2,0$ D, $L'_{180} = 2,50$ D, $(F_{180} + 5,00) = +4,50$ D, dvs $F_{180} = -0,50$ D.
Recept: -0,50 D / -0,50 D x 180.

19.

Varje huvudsnitt för sig. Linsen skall lägga bilden av ett avlägset objekt i ögats fjärrpunkt (där ögat då kan se det). Detta kallas korrektionsprincipen. I detta fall innebär det att linsens styrka i det vertikala huvudsnittet (horisontell bildlinje) skall ha styrkan -4,00 D och det horisontella -5,00 D. Det motsvarar Sfär -4,00 D, Cylinder -1,00 D axel 90°.

20.

Styrkan i vertikalt huvudsnitt blir $F_{90} = -4$ D och i horisontellt huvudsnitt $F_{180} = -2$ D. $M =$ (Synvinkel med glasöga / Synvinkel utan glasöga) $= w' / w$. Mellanbild i glasögats fokalpunkt med bildstorleken $h' = -f' w$. Synvinkel med glasöga $w' = h' / (\text{avstånd öga-mellanbild}) = -f' w / d$
Detta ger $M_{90} = -f'_{90} / d_{90} = 0,25 / 0,75 = 1/3$ och $M_{180} = -f'_{180} / d_{180} = 0,5 / 1 = 1/2$.

21.

Minsta spridningscirkeln på näthinnan ger: $L'_c = (L'_v + L'_H) / 2 = 60$ D,
 $(L'_H - L'_v) / (L'_H + L'_v) = 10 \mu\text{m} / 3 \text{ mm}$. Vi får då $(L'_H - L'_v) = 0,4$ D.

22.

Receptet ger oss att styrkan skall vara $F_{180} = -3$ D horisontellt och $F_{90} = -4,25$ D vertikalt. Den främre ytans styrka ges av $F_1 = (n-1) / r_1 = 1,04$ D. Eftersom linsen är tunn får vi de bakre styrkorna som $F_{2,180} = F_{180} - F_1 = -4,04$ D och $F_{2,90} = F_{90} - F_1 = -5,29$ D. Motsvarande krökningsradier för den toriska bakre ytan ges av $r_{2,180} = (1-n) / F_{2,180} = 130$ mm, $r_{2,90} = (1-n) / F_{2,90} = 98$ mm.

23.

Antag reducerad ögonmodell med pupilldiameter $D = 4$ mm och sätt $F_1 = 61$ D, $F_2 = 59$ D (brytkrafter i de två huvudsnitten). Avlägset objekt ger $L_1 = 61$ D, $L_2 = 59$ D. Minsta spridningscirkelns diameter ges av $d = D(L'_1 - L'_2) / (L'_1 + L'_2) = 67 \mu\text{m}$.

24.

Horisontella linjer skarpt i normalfallet betyder att det vertikala snittets styrka är rätt med -8 D ($f' = -1/8 = -125$ mm). När hon skjuter glasögonen 15 mm längre ifrån ögat flyttas bilden (som ögat ser) av tegelväggen också 15 mm längre från ögat. Samma effekt fås med ett glasöga med 15 mm längre fokallängd. Brytkraften i det horisontala snittet bör alltså vara $1 / (-140 \text{ mm}) = -7,14$ D (dvs man väljer -7,25 D). Alltså torisk lins med ovanstående styrkor.

Kromatisk aberration

25.

$$(F_{\text{blått}} - F_{\text{rött}}) = F_{\text{grönt}} / V \text{ ger } V=36,25 \text{ (flintglas).}$$

26.

Vi väljer våglängder motsvarande F, e och C för blått, grönt resp. rött. Sfärisk gränssyta ger $F = (n' - n) / r$ och $n' / l' = n / l + F$, där $l' = 22,24$ mm, $n = 1$ och $n' = n_F, n_e$ resp. n_C . Detta ger $L_F = -0,36$ D, $L_e = 0,00$ D och $L_C = 0,44$ D.

27.

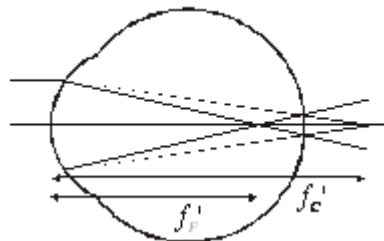
Fokallängd 100 mm betyder styrka 10 D. Då ges första linsens styrka av $F_1 = \frac{V_1}{V_1 - V_2} F = \frac{64,17}{64,17 - 32,22} \cdot 10 \text{ D} = 20,1 \text{ D}$. Andra linsens styrka ges av $F_2 = \frac{V_2}{V_2 - V_1} F = \frac{32,22}{32,22 - 64,17} \cdot 10 \text{ D} = -10,1 \text{ D}$. Första linsen ska vara ekvikonvex, vilket ger dess krökningsradier $r_1 = -r_2$ och därmed $F_1 = (n_1 - 1) \frac{2}{r_1}$, vilket ger $r_1 = (n_1 - 1) \frac{2}{F_1} = 0,151579 \cdot \frac{2}{r_1} = 51$ mm och $r_2 = -51$ mm. Eftersom linsen är cementerad, blir den andra linsens första radie $r_3 = -51$ mm. Den andra linsen ska ha brytkraft $F_2 = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right)$. Det ger $\frac{1}{r_4} = \frac{1}{r_3} - \frac{F_2}{n_2 - 1}$ vilket leder till $r_4 = -225$ mm.

28.

Vi väljer två glassorter med olika dispersion: (1) HC524592 och (2) DF620364. Styrkorna på komponenterna ges då av $F_1 = F^* V_1 / (V_1 - V_2) = -10,4$ D och $F_2 = F^* V_2 / (V_2 - V_1) = +6,4$ D. Vi väljer att göra den positiva komponenten ekvikonvex ($r_3 = -r_2$). $(n_1 - 1)(1/r_1 - 1/r_2) = -10,4$ D samt $(n_2 - 1)(1/r_2 - 1/r_3) = 6,4$ D ger då $r_2 = -r_3 = 195$ mm och $r_1 = -68,2$ mm.

29.

I Emsleys reducerade ögonmodell är krökningsradien $r = 5,55$ mm. Fokallängden ges av $f' = n' / F = n' r / (n' - n)$, där $n = 1$ och n' är brytningsindex för vatten. Genom att sätta in brytnings-index vid rött resp. blått (vi kunde också valt violett) ljus får vi $f'_F = 22,01$ mm och $f'_C = 22,31$ mm. Minsta spridningscirkelns diameter d fås precis som i fallet med astigmatisk avbildning av $d = D(f'_C - f'_F) / (f'_C + f'_F) = 27 \mu\text{m}$, där D är pupilldiam.



30.

Prisma med toppvinkeln $a = 13^\circ$ ger deviationsvinkeln $v = (n - 1)a$. Enligt uppgiften skiljer sig deviationsvinkeln för rött och blått med $\arctan(1 \text{ dm} / 12 \text{ m}) = 0,48^\circ$. Vi får då

$$v_{\text{blått}} - v_{\text{rött}} = (n_{\text{blått}} - n_{\text{rött}})a = 0,48^\circ. \text{ Abbetalet får vi sedan som } V = \frac{n-1}{n_{\text{blått}} - n_{\text{rött}}} = 24,5.$$

31.

Dispersion! Ögonmodell: sfärisk gränsyta mellan luft, $n=1$, och vatten, n' , med längd $l'=22.22$ mm. Vid $\lambda=590$ nm får vi $n'=n_d$, $l_d=-1$ m. Avbildning i sfärisk gränsyta ger då att ögats styrka måste vara 61 D och krökningsradien 5.46 mm. Vid $\lambda=430$ nm får vi $n'=n_g$. Styrkan blir då 62.3 D. Avbildning i sfärisk gränsyta med $l'=22.22$ mm ger då objektavståndet $l_g=-0.50$ m.

32.

Det blir en vinkel mellan blått och rött ljus efter prismet vilket leder till att punkten kommer att se ut som ett färgat streck, blått i överkant och rött i underkant. $v_d = (n_d - 1)\alpha = 2,8^\circ$. $\frac{v_F - v_C}{v_d} = \frac{1}{V_d}$ ger $v_F - v_C = 0,044^\circ = 2,7'$ vilket också blir synvinkeln.

33.

Styrkan för första linsen beräknas enligt $F_1=(n_1-1)(1/r_1-1/r_2)$, och styrkan för den andra beräknas enligt $F_2=(n_2-1)(1/r_2-1/r_3)$. Totala styrkan fås som $F=F_1+F_2$. Värdena ges i tabellen nedan för de olika linserna. Där ser vi att lins 3 har fel styrka, så vi har bara lins 1 och 2 att välja på. Sedan vet vi att en akromat ska vi ha $F_1=FD_1/(D_1-D_2)$ och $F_2=FD_2/(D_2-D_1)$. Dessa värden finns i de två sista kolumnerna. Här ser vi att lins 1 har fel styrkor på linserna, medan lins 2 är en akromat. Alltså ska vi använda lins 2.

Lins	F_1	F_2	F	F_1 (akr.)	F_2 (akr.)
1	8,094	-3,094	5,00	10,581	-5,582
2	8,283	-3,283	5,00	8,284	-3,284
3	21,958	-11,957	10,00	21,958	-11,957

Linsdesign

34.

Båda akromaterna bör placeras och orienteras så att den mest buktiga ytan vänds mot ett avlägset konjugat. Detta kan åstadkommas genom att den första avbildar objektet till en mellanbild i oändligheten och den andra avbildar mellanbilden till en reell bild dess bakre fokuspunkt. För att få rätt förstoring skall +10 D linsen placeras närmast objektet. Avståndet mellan linserna har endast betydelse för synfältet.

35.

Endast sfärisk aberration och diffraktion kan påverka bildkvaliteten. Bländartalen är 50 resp. 25 vilket betyder att vi endast behöver räkna med diffraktion. Radien i Airy-disken är proportionell mot linsens fokallängd, alltså kommer 2,0 D linsen ge minst fläck.

36.

Endast sfärisk aberration. Bländartalet ges $D_{lins} = 2y = (1/60) \cdot 2,8 = 0,00595$ m. Rättvänd planokonvex lins och avlägset objekt ger $TA = 1/2y^3 l' F^3 (\alpha X^2 + \beta XY + \gamma Y^2 + \delta)$, $Y=-1$, $X=1$ samt $\alpha=2,33$, $\beta=3,33$, $\gamma=1,08$, $\delta=2,25$. Detta ger $2TA/4=56 \mu\text{m}$.

37.

Antag att kulans halva diameter är r . Bländartalet ges av $f/\# = f'_E/d$, där $d=2r$ är glaskulans diameter. Vanliga formelmaskineriet: $F_1 = F_2 = (n-1)/r$, Systembrytkraften ges av $F_E = F_1 + F_2 - (d/n)F_1F_2 = 2(n-1)/nr$. Bländartalet blir $f/\# = f'_E/d = n/4(n-1) = 0,75$.

38.

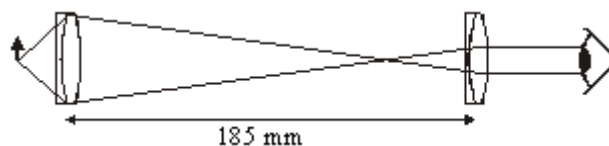
Det som påverkar bildskärpan i den givna situationen är endast sfärisk aberration och diffraktion. Bländartalet vid de tre diametrarna blir $50/30=1,7$, $50/50=10$ respektive $50/1=50$. Den stora linsen ger mycket sfärisk aberration och lite diffraktion (vet man utifrån bländartalet). Den minsta linsen är klart begränsad av diffraktionen i stället (vet man utifrån bländartalet). I mellan linsen är aberrationen och diffraktionen ungefär lika stora (vet man utifrån bländartalet) och det ger således bästa skärpa.

39.

Med diametern 25 mm får den enkla linsen bländartalet 2. Detta är ett lågt värde som för en vanlig lins ger upphov till sfärisk aberration, dvs randstrålarna bryts för kraftigt. Bästa fokus ligger $3/4LA$ närmare linsen än det paraxiala bildplanet.

40.

Förstoringen i ett mikroskop ges av $M = -\frac{g}{f'_o} \frac{q}{f'_e}$, där g är avståndet mellan fokalpunkterna och $q=0,25$ m. Avståndet mellan linserna blir $d = g + f'_o + f'_e = 185$ mm. Den mest buktiga ytan vänds mot det planaste fältet, se fig.

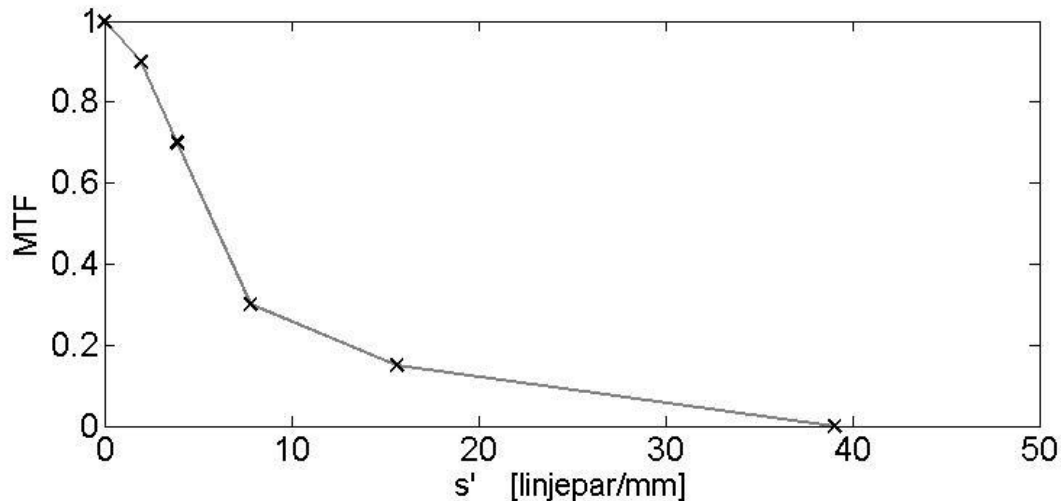


MTF

41.

Objektsavståndet 2 m och fokallängd 50 mm ger bildavstånd 51 mm och därmed en förstoring på $m = \frac{0,051}{2} = 0,0256$. Det betyder att bredden på ett randpar i bilden ges av bredden på ett

randpar i objektet gånger förstoringen, så i bildplanet blir bredden på randparen (i samma ordning som tabellen) 0,51 mm, 0,26 mm, 0,13 mm, 0,064 mm, respektive 0,026 mm. Dessa inverteras för att ge spatialfrekvenserna 1,9, 3,9, 7,8, 16, respektive 39 linjepar/mm. Om vi antar att objektets kontrast var 1 eller nära 1, så är värdena på MTF-kurvan samma som kontrasten i bilden, alltså 0,9, 0,7, 0,3, 0,15, respektive 0. Om alla dess punkter ritas in får vi kurvan enligt nedan. En punkt till vet vi redan: för $s'=0$ blir MTF alltid 1.



42.

a) På x-axeln plottas spatialfrekvens, alltså hur många linjepar per millimeter som finns i ett mönster. Troligtvis skriver du t.ex. dina lösningar på ett rutat papper, som har spatialfrekvens 2 linjepar/cm. På y-axeln plottas MTF, alltså kontrastöverföringsfunktionen. Den talar om hur bra kontrasten överförs från objekt till bild. (Om kontrasten hos objektet var 1, är MTF lika med kontrasten i bilden.)

b) För system I blir kontrasten 0 vid ca 170 linjepar/mm. För system II blir den 0 vid ca 270 linjepar/mm. Det betyder att med system II kan man se högre spatialfrekvenser, alltså tätare randmönster. Då kan man urskilja små detaljer i en bild, och systemet har bäst upplösning.

c) Ur grafen kan vi läsa ut att MTF vid spatialfrekvens 100 linjepar/mm är ca 0,30 för system I, och ca 0,55 för system II. Om kontrasten hos objektet var 1 eller nästan 1 (rimligt om vi tittar på svartvita randmönster) blir kontrasten i bilden ca 0,30 för system I och ca 0,55 för system II. (Den som vill kan också svara ca 30% respektive ca 55%.)

43.

Enligt MTF-kurvan klarar objektivet av att avbilda randmönster med en täthet i *bildplanet* på ca 60 linjepar/mm. Det innebär att om bilden av ett randpar blir smalare än $1/60$ mm så syns inte ränderna längre. Detta inträffar när förstoringen blir mindre än $(1/60)/4,0 = 1/240$ ggr, dvs när objektet befinner sig längre bort än $240 \times \text{fokallängden} = 5,3$ m.

44.

Avståndet mellan punkterna i bildplanet blir $h' = h(L/L') \approx h(Lf') = 10 \mu\text{m}$. Det motsvarar 100 linjer/mm vilket systemet bör klara eftersom gränshfrekvensen är 200 linjer/mm. Ja.

45.

Förstoringen blir $m = L/L' \approx L/F = (-1/50)/60 = 0,00033$.

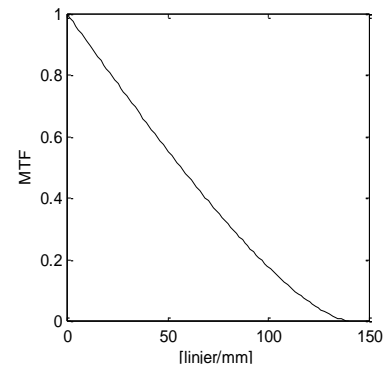
$s' = s/m = 21000$ linjer/m = 21 linjer/mm. Avläsning ger $\text{MTF}(2 \text{ mm}) \approx 0,85$ och $\text{MTF}(4 \text{ mm}) \approx 0,35$. Kontrasten i bilden sjunker alltså från 0,85 till 0,35 dvs med 60%.

46.

Ortsfrekvensen i de två objekten är 0,03 resp. 0,06 linjer/mm. Vid avbildningen är förstoringen $100/200 = 1/2000$. Motsvarande ortsfrekvenser i filmplanet är alltså 60 resp. 120 linjer/mm. Vid dessa frekvenser är MTF ca. 0,3 resp. 0. Det glesa mönstret bör alltså synas, men med modulation omkring 0,3 och sinusformad variation. Kantigheten hos objektet beskrivs av högre ortsfrekvenser som inte går igenom systemet. Det täta mönstret syns inte alls eftersom modulationen blir noll (medelintensiteten finns dock kvar).

47.

Punktspridningsfunktionen (PSF) ser ut som en Airy-disk. Troligen ett diffraktionsbegränsat system. Detta ger en rak kurva som böjer av något vid frekvensaxeln (se fig.). Hur tätt kan två ränder avbildas med denna PSF? Rayleighkriteriet säger att man kan särskilja två punkter (eller linjer för den delen) som ligger på ett avstånd motsvarande radien i Airy-disken. Från PSF får vi radien till ungefär $4/500$ mm. Detta är alltså minsta avståndet mellan två linjer och det motsvarar spatialfrekvensen $500/4=125$ linjer/mm (gränshfrekvensen).



48.

Gränshfrekvenserna i bilden för de olika systemen beräknas som $s'_{max} = n'd/\lambda l'$. Brytningsindex är 1, $d=40$ mm för alla system, och våglängden kan antas ligga i mitten av synliga spektrat, t.ex. 550 nm. Objektsavståndet är -300 mm, så bildavståndet blir $l'=300$ mm för system B och D, samt $l'=150$ mm för system A och C: För den diffraktionsbegränsade kurvan blir då gränshfrekvensen $s'_{max} = 242$ linjepar/mm för system B och D, samt 485 linjepar/mm för system A och C. Då ser vi att graferna I och III är någon av B och D, och att graferna II och IV är någon av A och C. Eftersom den verkliga MTFen för en planokvex lens sjunker ganska snabbt, medan den för en akromat kan vara nära diffraktionsbegränsad, kan vi para ihop: A är IV, B är I, C är II, och D är III.

Huvudplan och nodalplan

49.

Vi beräknar huvudplanen enligt gängse metod: $F_1 = (n_{lins} - n) / r_1 = 122,2 \text{ D}$,

$F_2 = (n' - n_{lins}) / r_2 = 122,2 \text{ D}$. Systembrytkraften ges av $F_E = F_1 + F_2 - (d/n_1)F_1F_2 = 191,72 \text{ D}$.

$F'_v = \frac{F_E}{1-d/n_1F_1} = 337,16 \text{ D}$. Detta ger $f'_v = 3,955 \text{ mm}$, $f'_E = 6,955 \text{ mm}$ och $e' = f'_v - f'_E = -$

$3,000 \text{ mm}$. Symmetri ger att $f_v = -3,955 \text{ mm}$, $f_E = -6,955 \text{ mm}$ och $e = 3,000 \text{ mm}$. $s = 0$. Huvudplanen och nodalplanen ligger alltså mitt i kulan. Fokalpunkterna ligger $4,0 \text{ mm}$ från kulans yta.

50.

Från ögonmodellen: $r_1 = 10,0 \text{ mm}$, $r_2 = -6,0 \text{ mm}$, $d = 3,6 \text{ mm}$, $n = 1,3333$, $n_L = 1,4160$, $n' = 1,3333$, med beteckningar relevanta för linsen ensam. Ytornas styrkor ges av $F_1 = (n_L - n) / r_1$ och

$F_2 = (n' - n_L) / r_2$. Linsens styrka $F_E = F_1 + F_2 - (d/n)F_1F_2 = 21,76 \text{ D}$. Vidare får vi

$F'_v = F_E / (1 - (d/n)F_1) = 22,23 \text{ D}$ och $F_v = F_E / (1 - (d/n)F_2) = 22,55 \text{ D}$. Slutligen $f'_E = n' / F_E = 61,26 \text{ mm}$, $f'_v = n' / F_v = 59,98 \text{ mm}$, $f_v = -n / F_v = -59,12 \text{ mm}$, $e = 2,147 \text{ mm}$, $e' = -1,288 \text{ mm}$.

51.

Använd huvudplan. $l = -(50 \text{ mm} + 1,55 \text{ mm}) = -51,55 \text{ mm}$. Effektiv styrka ges av

$F_E = -1 / f_E = 60,5 \text{ D}$. Avbildning $\frac{1,3333}{l'} = \frac{1,00}{l} + 60,5$ ger, $l' = 32,44 \text{ mm}$. Avståndet till näthinnan blir $l' - f'_E = 10,4 \text{ mm}$.

52.

Vanliga formelmaskineriet: $F_1 = (n_1 - 1) / r_1 = 48,346 \text{ D}$, $F_2 = (n_2 - n_1) / r_2 = -6,108 \text{ D}$.

Systembrytkraften ges av $F_E = F_1 + F_2 - (d/n_1)F_1F_2 = 42,356 \text{ D}$. $F'_v = \frac{F_E}{1-d/n_1F_1} = 43,191 \text{ D}$. Detta ger $f'_v = 30,965 \text{ mm}$, $f'_E = 31,575 \text{ mm}$ och $e' = f'_v - f'_E = -0,610 \text{ mm}$.

53.

KL: $F_E = F_{KL} + F_{\dot{O}} = 50 \text{ D}$, bildstorlek $h' = \tan w \cdot f_E = \tan w / F_E = 58 \mu\text{m}$

GÖ: $F_E = F_{KL} + F_{\dot{O}} - dF_{KL}F_{\dot{O}} = 60 \text{ D}$, bildstorlek $h' = \tan w \cdot f_E = \tan w / F_E = 48 \mu\text{m}$.

54.

Tunna linser: $F_1 = -10 \text{ D}$, $F_2 = +68,7 \text{ D}$, $d = 15 \text{ mm}$, $n = 1$, $n' = 4/3$. $F_E = F_1 + F_2 - dF_1F_2 = 69 \text{ D}$,

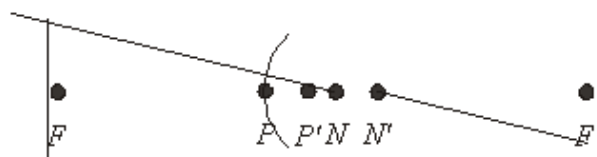
$F'_v = \frac{F_E}{1-dF_1} = 60 \text{ D}$ och $F_v = \frac{F_E}{1-dF_2} = -2260 \text{ D}$. Detta ger

$f'_E = n' / F_E = 19,3 \text{ mm}$, $f_E = -n / F_E = -14,5 \text{ mm}$,

$f'_v = n' / F'_v = 22,2 \text{ mm}$, $f_v = -n / F_v = 0,44 \text{ mm}$,

$e = f_v - f_E = 14,9 \text{ mm}$, $e' = f'_v - f'_E = 2,9 \text{ mm}$ samt

$s = f'_E + f_E = 4,8 \text{ mm}$. Avstånden mellan punkterna i figuren blir alltså: $14,5 \text{ mm}$, 3 mm , $1,8 \text{ mm}$, 3 mm och $14,5 \text{ mm}$. Främre huvud-punkten P ligger $0,1 \text{ mm}$ till vänster om hornhinnan. Obruten stråle genom nodalpunkterna ger bildstorleken $h' = \tan(5^\circ) \cdot 14,5 \text{ mm} = 1,27 \text{ mm}$.



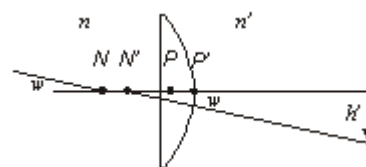
55.

Avståndet från bakre nodalplanet till fokalplanet är $f' - s = -f$.

Bildstorleken ges alltså allmänt av $h' = f \tan(w)$. I luft får vi då

$f_{luft} = -30 \text{ mm}$, dvs $F = 33 \text{ D}$. Främre ytan är plan. Det gör att systemets styrka inte ändras under vattnet. I vatten gäller således

$f_{vatten} = -n / F = -40 \text{ mm}$. Detta ger $h' = 3,5 \text{ mm}$.



Fotometri

56.

Belysningen på näthinnan ges av $E'_v = (n'/n)^2 L_v \Omega'$, där $n'=1,333$ är brytningsindex på bildsidan, $n=1$ är brytningsindex vid solen och L_v är armaturens luminans. Sett från näthinnan upptar pupillen, med radien $r=2,0$ mm, rymdvinkeln $\Omega' = \pi r^2 / f_{\text{öga}}'^2 = 0,025$ sr. Det ger $L_v = 1100$ cd/m².

57.

Belysningen i bildplanet ges av $E'_v = L_v \Omega' \approx L_v \cdot \pi u^2 = L_v \cdot \pi \left(\frac{D}{2} / f'\right)^2 = L_v \cdot \frac{\pi}{4(f/\#)^2}$. När bländartalet ökar från 8 till 11 ändras alltså belysningen med faktorn $(8/11)^2=0,53$

58.

Belysningen i bildplanet ges av $E'_v = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 L_v \Omega'$, där Ω' är rymdvinkeln inuti ögat. Eftersom ögat är AS får vi $\Omega' = \pi(d_{\text{pupill}} / 2l'_{\text{öga}})^2 = 0,057$ sr. Belysningen blir då: $E'_v = 20$ lux.

59.

Vi använder Emsleys reducerade +60D ögonmodell med pupillen vid den brytande ytan. Det betyder att avståndet från utträdespupillen till bilden på näthinnan är $f'=22,2$ mm. Sett från näthinnan upptar då pupillen, med radien $r=1$ mm, rymdvinkeln $\Omega' = \pi r^2 / f'^2 = 0,0064$ sr.

Belysningen på näthinnan ges av $E'_v = (n'/n)^2 L_v \Omega'$, där $n'=1,333$ är brytningsindex på bildsidan, $n=1$ är brytningsindex vid solen och L_v är solens luminans. Med siffror får vi 18 Mlux!. Solens area påverkar inte beräkningen och heller inte belysningen på näthinnan.

60.

Belysningen på näthinnan beror endast på objektets luminans om pupillen är oförändrad. Det betyder att bildskärmen skall ha samma luminans som pappret. Papprets luminans ges av

$$L_v = \frac{R_{\text{diffus}} \cdot E_v}{\pi} = 170 \text{ cd/m}^2.$$

61.

Rymdvinkeln för ljuset från trafikljuset är $\Omega_{\text{tot}} = 2\pi(1 - \cos(7^\circ)) = 0,0468$ sr. Ljusstyrkan blir då $I_v = \Phi_v / \Omega_{\text{tot}} = 363$ cd. Ögats pupill upptar rymdvinkeln $\Omega_{\text{pup}} = \text{pupillarea} / \text{avstånd}^2 = 7,07 \cdot 10^{-10}$ sr. Flödet genom pupillen blir då $\Phi_{\text{vpup}} = I_v \cdot \Omega_{\text{pup}} = 2,57 \cdot 10^{-7}$ lm. För att beräkna belysningen på näthinnan behöver vi veta flödet genom pupillen och bildarean på näthinnan, alternativt luminansen hos objektet och rymdvinkeln i ögat. Vi väljer den första metoden. Bilddiametern på näthinnan blir $b' = b \cdot (n'/n) = 0,15 \text{ m} \cdot (22,22 \text{ mm} / 1,33 \cdot 100 \text{ m}) = 25 \mu\text{m}$. Arean blir då $A' = 4,9 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$. Slutligen $E'_v = \Phi_{\text{vpup}} / A' = 520$ lux.

62.

Det enda som bestämmer belysningen i bildplanet är luminansen i objektet! $E'_v = (n'/n)^2 L_v \Omega'$ ger deras samband. Brytningsindex i ögat är 1,33 och rymdvinkeln i ögat beräknas från ögonmodellen (reducerad). Vi antar en stor pupill (mer ljus) på 7 mm. Den reducerade ögonmodellen ger halva konvinkeln, θ , i ögats som $\tan \theta = (3,5 \text{ mm} / 22,2 \text{ mm})$. Vi får: $\Omega' = 2\pi(1 - \cos \theta) = 0,076$ sr. Detta ger max $L_v = 17500$ cd/m².

63.

Avbildande system. Belysningen i bilden beror på luminansen hos objektet. Luminansen hos dioderna ges av $L_v = \Phi_v / (\Omega \cdot A)$, där Φ_v är flödet, Ω rymdvinkeln och A arean på den lysande ytan. Rymdvinklarna fås från $\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$, där θ är halva konvinkeln. Med siffror får man, $L_{1v} = 83,000 \text{ cd/m}^2$ och $L_{2v} = 140,000 \text{ cd/m}^2$. Alltså nr. 2 ser starkast ut.

64.

Direkt från glödlampan: $\Phi_v = 300 \text{ lm}$, $\Omega = \text{halvsfär} = 2\pi$ ger $I_v(\text{direkt}) = \Phi_v / \Omega = 47.7 \text{ cd}$.
Reflekterat ljus: $\Phi_v = 0.8 \cdot 300 \text{ lm}$, $\Omega = 2\pi[1 - \cos(35^\circ)]$ ger $I_v(\text{reflekterat}) = 211 \text{ cd}$. Total ljusstyrka blir alltså ca 260cd.

65.

Låt belysningen på marken vara E_{in} , Reflektansen R , och luminansen för det reflekterade ljuset L . Då gäller: $\pi L = RE_{in}$, eftersom marken är en lambertspridare. Belysningen i ögat fås från $E' = (n'/n)^2 L\Omega'$, där Ω' är rymdvinkeln på bildsidan i ögat. Kvoten mellan belysningen i ögat i de två fallen ges alltså av: $\frac{E_1'}{E_2'} = \frac{L_1\Omega_1'}{L_2\Omega_2'}$. Med givna värden kan vi räkna ut L_1 och L_2 , vi vet också att Ω_2' är 6^2 ggr större än Ω_1' eftersom pupillarean ökat med den faktorn. Kvoten blir 140,000ggr.

66.

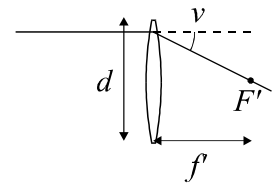
Belysningen på näthinnan ges av $E_v' = (n'/n)^2 L_v\Omega'$. Rymdvinkeln Ω' är lika stor i båda fallen, varför belysningen inte ändras alls.

Gitter och diffraktiv optik

67.

De tre styrkorna motsvarar ordningarna $m=0, 1, 2$. Vi väljer att räkna på $m=1$ och styrkan 1,5 D. Deviationsvinkeln ν för en stråle som går i kanten på en lins med fokallängden f framgår av figuren. Geometri ger $\tan \nu = d/(2f')$.

Gitterformeln ger: $\sin \nu = \lambda/(b+c)$. Med småvinkelapproximation (ν liten) får vi $\sin \nu = \tan \nu$ och $1/(b+c) = d/(2\lambda f') = 9,5$ linjer/mm. ($\lambda=550$ nm).



68.

Akromaten har ingen kromatisk eller sfärisk aberration vilket i detta fall betyder att avbildningen blir diffraktionsbegränsad. Bildstorleken ges av diametern i airy-disken. Radien i airy-disken ges av formeln $y' = \frac{1,22\lambda f'}{b} = 3,3 \mu\text{m}$. $2y' = 6,7 \mu\text{m}$.

69.

Eftersom objektet är en punktkälla bevaras inte luminansen hos objektet. Vi får i stället beräkna belysningen genom att fördela flödet genom linsen på bildens area, dvs. arean av airy-disken.

Flödet ges av $\Phi_v = E_{v, stjärna} \cdot A_{lins} = 7 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 0,010^2 = 2,2$ nlm. Radien i airy-disken ges av

$$y = \frac{1,22\lambda f'}{b} = 1,7 \mu\text{m}. \text{ Belysning i bilden } E_{v, bild} = \Phi_v / \pi y^2 = 250 \text{ lux}!$$

70.

En diffraktiv lins har ett kromatiskt fel motsvarande ett abbeta $V_d = -3,5$. Vi får då

$\Delta F = F_F - F_C = F_d / V_d = -2,9$ D. Minsta spridningscirkelns diameter ges av (pss som vid astigmatism) $d = D \cdot (F_F - F_C) / (F_F + F_C) \approx D \cdot (F_F - F_C) / 2F_d = (-)1,4$ mm, där D är linsens diameter.

71.

Mätning i figuren ger att diametern för gränshfrekvensen är ca 12 mm. Det betyder att

$(s'_{\max}/4) = 72 / (\square * 12 \text{ mm})$, så $s'_{\max} = 7,6$ linjer/mm. $s'_{\max} = \frac{n'b}{\lambda l'}$, $\lambda = 550$ nm, ger $b = 25$ mm.

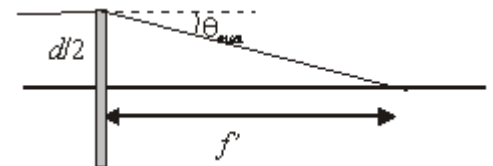
72.

Tätheten störst i kanten på linsen. 100 linjer/mm ger $(b+c) = 0,01$ mm i kanten på den diffraktiva linsen. Gitterekvationen ger

$$\sin \theta_{\max} (b+c) = m\lambda. \quad m=1 \text{ och } \lambda=550 \text{ nm ger } \theta_{\max} = 3,15^\circ.$$

Geometrin i figuren ger $d = 2f' \tan \theta_{\max}$. Bländartalet blir

$$f/\# = f'/d = 1/(2 \tan \theta_{\max}) = 9.$$



73.

Polycarbonat har ett Abbeta på 29,9 och en diffraktiv lins har ett Abbeta motsvarande -3,45 (se bok och föreläsning). För att linskombinationen skall bli akromatisk krävs $\frac{F_1}{V_1} + \frac{F_2}{V_2} = 0$. Det ger oss polycarbonatlinsens styrka som

$$F = -29,9 \frac{+3D}{-3,45} = +26 \text{ D}.$$

74.

En diffraktiv lins fungerar som ett gitter. Deviationsvinkeln θ för en stråle i kanten på linsen ges av gitterekvationen $(b+c)\theta = \lambda$ för första ordningen och små vinklar, $(b+c)$ är linjebredd.

Fokallängden blir $f' = r/\theta = r(b+c)/\lambda$, (r radie). Det innebär alltså att fokallängden är

proportionell mot $1/\lambda$. Vi får då $f'_F = (\lambda_d/\lambda_F)f'_d$ och $f'_C = (\lambda_d/\lambda_C)f'_d$.

Några förslag på skillnader. Det finns fler än de som nämns här.

- a) Fresnellinsen är refraktiv (bygger på brytning), diffraktiva linsen bygger på diffraktion.
- b) Zonerna (alltså bredden på ringarna) i Fresnel-linsen är mycket större än i den diffraktiva linsen.
- c) Den kromatiska aberrationen skiljer sig – för en Fresnel-lins böjs blått av mest, för en diffraktiv lins böjs rött av mest. (Samma som att säga att Fresnel-linsen har positivt Abbe-tal, diffraktiva linsen har negativt Abbe-tal).
- d) Den kromatiska aberrationen skiljer sig – en diffraktiv lins har mycket större skillnad mellan olika våglängder. (Samma som att säga att den har mindre Abbe-tal.)
- e) En Fresnel-lins har bara en ordning, medan en diffraktiv lins har flera ordningar och alltså är multifokal.