

## Föreläsning 9-10: Bildkvalitet (PSF och MTF)

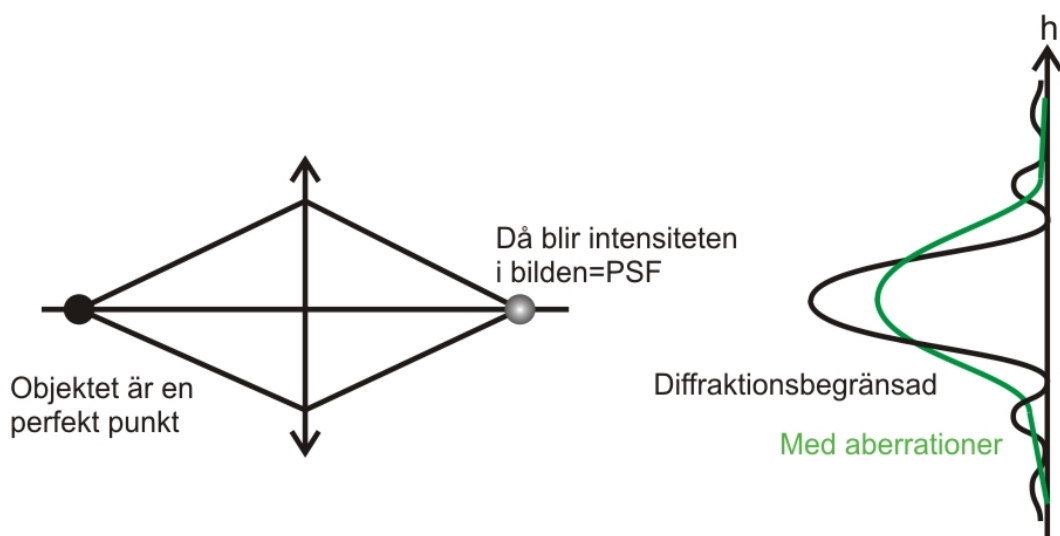
### Att mäta bildkvalitet

Bildkvaliteten påverkas av både aberrationer och diffraktion, men hur ska vi mäta den?  
Enklast är att avbilda ett objekt beskriva hur bilden ser ut!

Två vanliga mått är:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{PSF (punktspridningsfunktionen)} \Leftrightarrow \text{bilden av ett punktobjekt} \\ \text{MTF (modulationsöverföringsfunktionen)} \Leftrightarrow \text{bilden av ett randmönster} \end{array} \right.$

### Punktspridningsfunktionen (PSF)

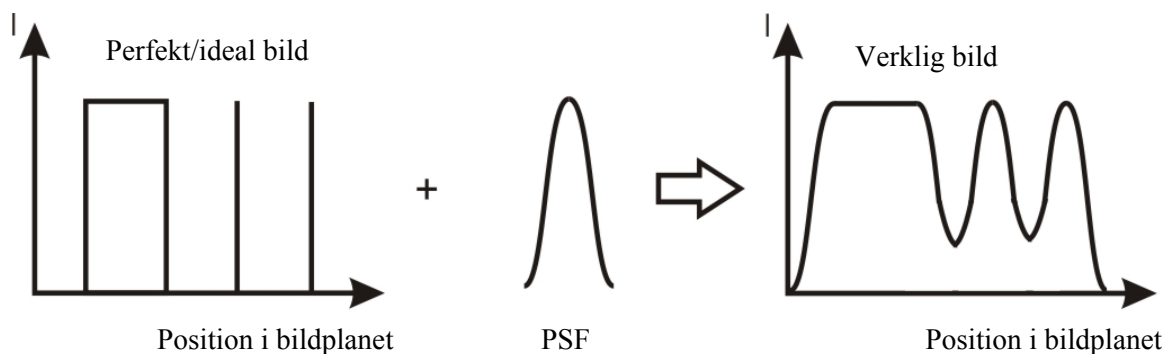
PSF motsvarar hur bilden av ett punktobjekt ser ut.



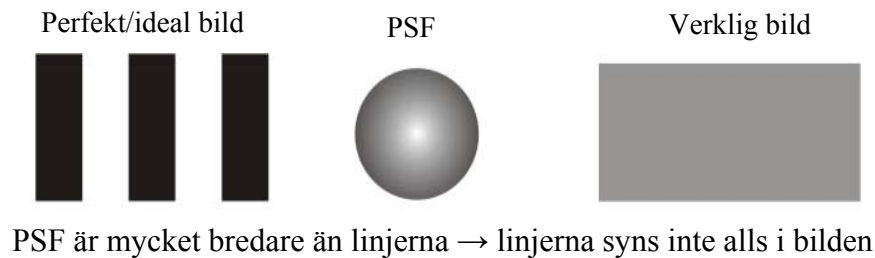
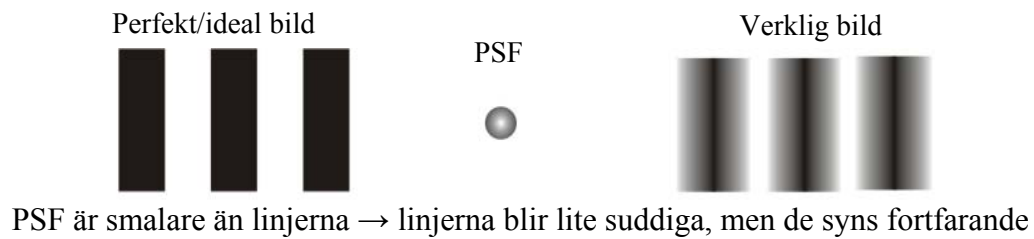
Om aberrationerna är små bestäms PSF av diffraktionen. Då vet vi hur PSF ser ut, nämligen en Airy-fläck (se fysikalisk optik, sista två föreläsningarna).

PSF ser olika ut på olika ställen i bildplanet (vi får ju andra sorters aberrationer tex. på eller utanför optiska axeln).

Även mer komplicerade objekt påverkas av PSF:



Exempel: Hur påverkar PSF bilden av ett randmönster?



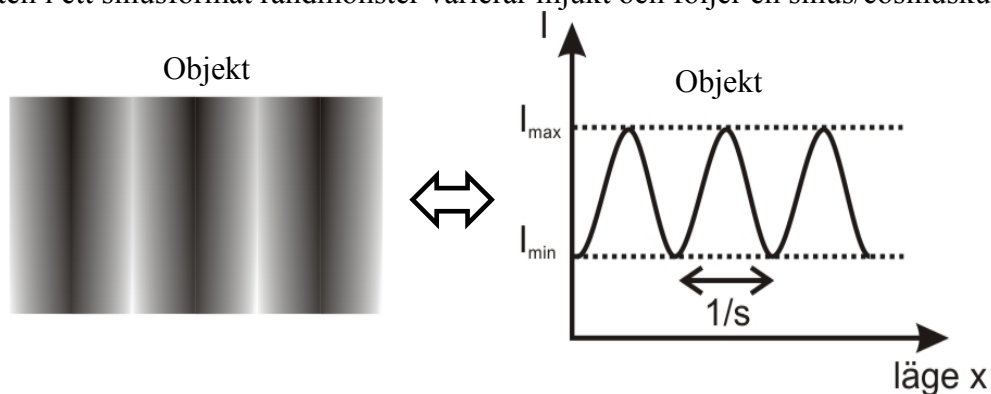
### Modulationsöverföringsfunktionen (MTF)

Bilden av en punkt (PSF) kan se ganska komplicerad ut när det finns aberrationer som tex. koma och sned/radiell astigmatism. Bilden av ett (sinusformat) randmönster blir dock alltid ett (sinusformat) randmönster. Det enda som påverkas av aberrationerna är kontrasten i bilden.

MTF visar hur kontrasten (kallas också modulationen) i ett sinusformat randmönster överförs till bilden av randmönstret (dvs. hur bra man kan se randmönstret i bilden).

### Sinusformade randmönster och kontrast

Intensiteten i ett sinusformat randmönster varierar mjukt och följer en sinus/cosinuskurva.



Om vi beskriver intensiteten,  $I$ , i randmönstret som funktion av läget,  $x$ , i objektplanet (se figuren ovan) kan vi matematiskt skriva:

$$I(x) = I_0(1 + c_m \cos(2\pi s x))$$

### Spatialfrekvens:

$s$  kallas för spatialfrekvens eller ortsfrekvens och talar om hur många linjer/ränder (räkna svarta **eller** vita) som får plats per meter (eller per millimeter). Enheten kan skrivas [linjer/m] eller [ $m^{-1}$ ], alternativt [linjer/mm] eller [ $mm^{-1}$ ].

OBS:  $s$  motsvarar alltså [linjepar/mm], där ett linjepar är (en svart + en vit) linje/rand.

(För ögat uttrycks spatialfrekvensen istället ofta i [linjer/grad synvinkel utanför ögat]. Mer om det i kursen ögats optik.)

### Kontrast/modulation:

Kontrasten i randmönstret (kallas även modulationen) definieras som:

$$c_m = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Medelintensiteten är:

$$I_0 = \frac{I_{max} + I_{min}}{2}$$

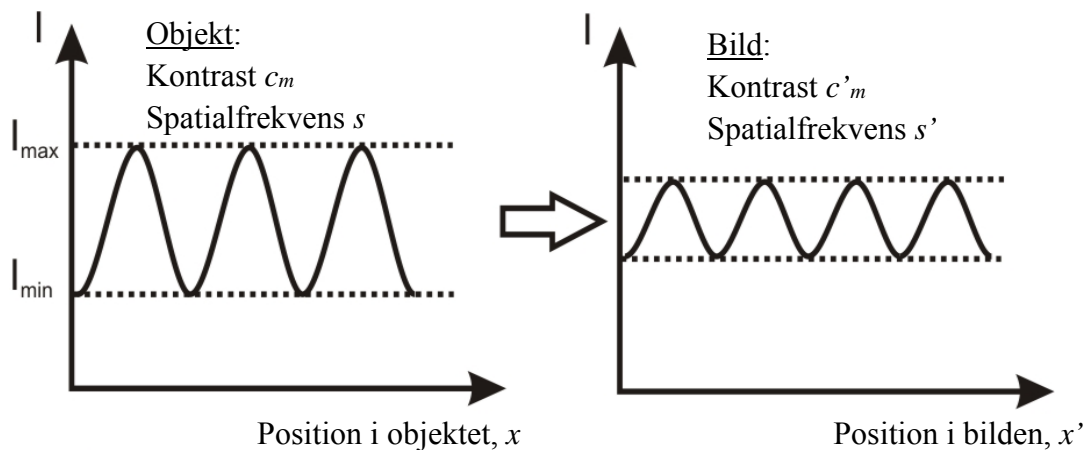
Kontrasten/modulationen hos randmönstret ligger alltid mellan 0 och 1:

$c_m = 0 \rightarrow$  randmönstret syns inte alls, ingen kontrast alls, jämngrått.

$c_m = 1 \rightarrow$  randmönstret har högsta kontrast (mörka delar helt svarta och ljusa delar helt vita)

### Bilden av ett sinusformat randmönster

När randmönstret avbildas blir bilden också ett randmönster men med annan spatialfrekvens (på grund av förstoringen,  $m$ ) och annan kontrast/modulation (på grund av aberrationer och diffraktion).



Om vi beskriver intensiteten,  $I'$ , i bilden av randmönstret som funktion av läget,  $x'$ , i bilden kan vi skriva:

$$I'(x') = I'_0(1 + c'_m \cos(2\pi s'x'))$$

Spatialfrekvenserna  $s$  och  $s'$  blir olika pga. förstoringen:

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{s}{s'} \quad \rightarrow \quad s' = \frac{s}{m}$$

Kontrasten i bilden blir alltid lägre än den i objektet eller lika bra. Den kan aldrig bli bättre. MTF talar om hur bra kontrasten förs över till bilden och definieras som:

$$MTF(s') = \frac{c'_m}{c_m} = \frac{\text{kontrast i bild}}{\text{kontrast i objekt}}$$

$$0 \leq MTF \leq 1$$

$MTF = 1 \rightarrow$  Kontrasten i bilden är samma som i objektet.

$MTF = 0 \rightarrow$  Det finns ingen kontrast i bilden, oavsett vilken kontrast objektet hade.

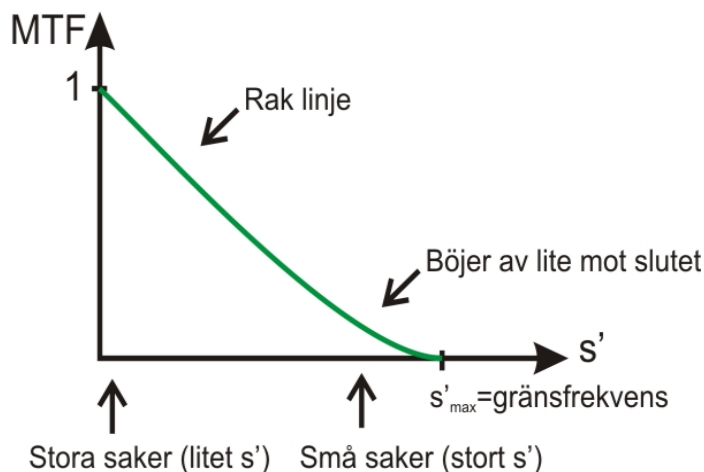
Om  $MTF=0$  avbildas linjemönstret inte alls, det blir bara jämngrått i bilden.

Hur bra kontrasten överförs beror på hur tätt ränderna ligger i randmönstret.  $MTF(s')$  blir alltså en funktion (kurva) av spatialfrekvensen  $s'$ .

OBS: man använder normalt alltid spatialfrekvensen i bildplanet,  $s'$ , när man anger MTF-kurvor.

### MTF-kurvan

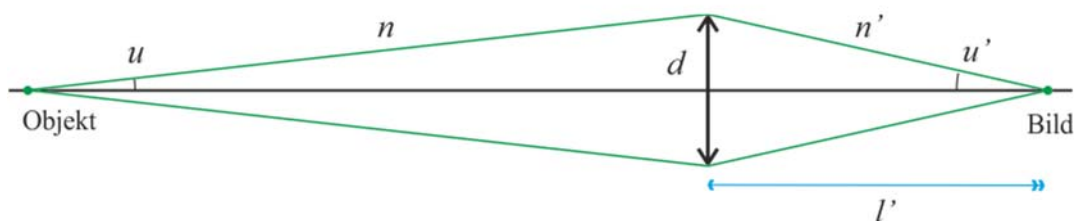
För **diffraktionsbegränsat system** (dvs. så bra det kan bli)



Gränsvärdet,  $s'_{max}$ , ges av:

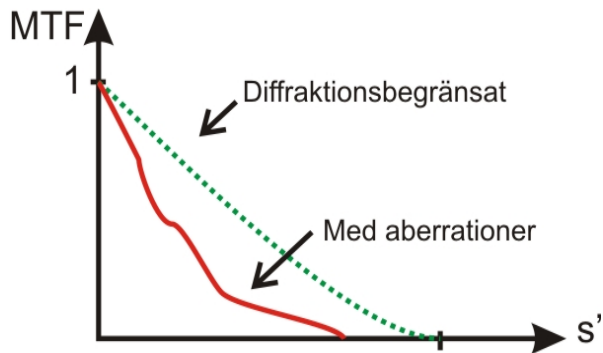
$$s'_{max} = \frac{2NA'}{\lambda} = \frac{2n' \sin u'}{\lambda} = \frac{n'd}{\lambda l'}$$

där  $d$ =linsens diameter,  $\lambda$ =våglängd,  $l'$ =bildavstånd,  $NA'$ =numerisk apertur (se figur nedan)

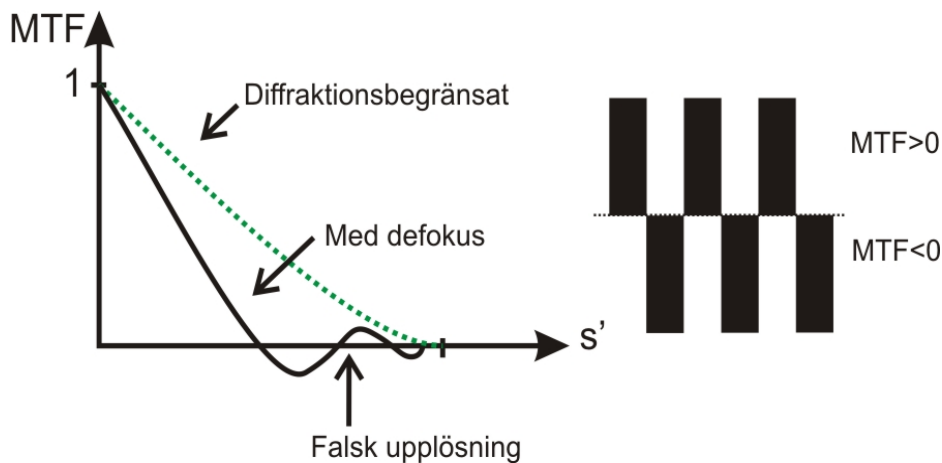


Det är lättare att avbilda stora saker än små! Gränsvärdet motsvarar det tätaste randmönster som kan avbildas av det optiska systemet.

För ett verkligt **system med aberrationer** ligger MTF-kurvan alltid lägre än den diffraktionsbegränsade.



Om systemet är **felfokuserat** kan MTF bli negativt. Då har man inverterad kontrast, dvs. svart blir vitt och tvärtom. Detta fenomen kallas falsk upplösning.



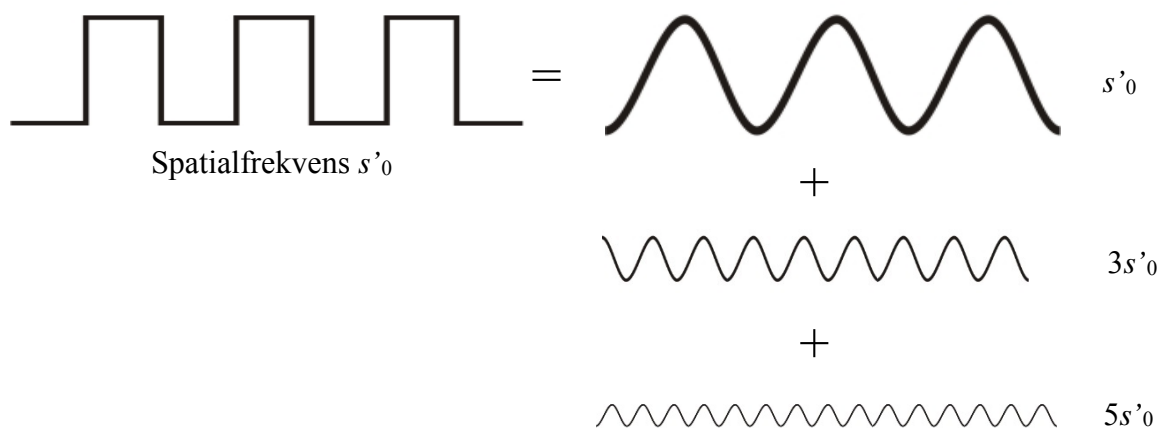
### Egenskaper hos MTF-kurvan

- Kan multipliceras, t.ex.  $MTF_{total} = MTF_{projektor} \cdot MTF_{öga}$
- Ser olika ut för olika bildpunkter (om det finns aberrationer)
- Ser olika ut i tangential- och sagittalplan
- Första  $s'$  där MTF blir noll anger systemets upplösning

## Hur påverkar systemets MTF-kurva bilden av ett objekt?

Alla objekt kan delas upp i sinusformade randmönster i olika riktningar och med olika spatialfrekvenser. Små detaljer eller skarpa kanter beskrivs av höga spatialfrekvenser.

Ex: svart-vitt randmönster med skarpa kanter består av flera spatialfrekvenser:



Det höga spatialfrekvenserna ger de skarpa kanterna. Om höga spatialfrekvenserna tas bort av det optiska systemet bort blir kanterna mjukare. Bilden upplevs som suddigare.

## Upplösning

Det minsta avstånd,  $h'_{min}$ , mellan två punkter i bilden som går att upplösa ges av:

$$h'_{min} = \frac{1}{\text{spatialfrekvens där MTF blir noll första gången}} = \frac{1}{s'_{max}}$$

