Kontrollskrivning 1 SF1661 Perspektiv på Matematik
Tisdagen 17 september 2013, 13.15 – 14.30

Kontrollskrivningen består av tre uppgifter som var och en bedöms med maximalt 4 poäng. Den som uppnår minst 7 poäng totalt får tillgodoräkna sig 3 poäng, och den som uppnår minst 9 poäng får tillgodoräkna sig 4 poäng, på uppgift 1 vid ordinarie tentamen och vid ordinarie omtentamen.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är korrekt, fullständig och tydligt presenterad. Det innebär speciellt att införda beteckningar skall definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Lycka till!

1. a) Bestäm alla reella tal x som uppfyller olikheten $|x+1| \leq 4$. (1p)

b) Bestäm en ekvation för den cirkel i xy-planet som passera igenom punkten med koordinater $(1, -3)$ och som har sin medelpunkt i punkten med kooridnater $(2, -2)$. (2p)

c) Ange koordinaterna för ytterligare två punkter som ligger på den cirkel som du studerade i uppgift b). (1p)

2. Låt z och w vara de komplexa talen

$$z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) \quad \text{och} \quad w = 16\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right).$$

a) Beräkna $\dfrac{w^3}{z^{11}}$. Du kan ange kvoten på polär form. (2p)

b) Markera så tydligt som möjligt i en figur var i det komplexa talplanet talen z, w och $\dfrac{w^3}{z^{11}}$ ligger. (2p)

3. a) Det finns ett berömt, än så länge obevisat, påstående om primtalen som kallas "Goldbachs förmodan" (*The Goldbach conjecture*). Vad säger detta påstående? (1 p)

b) Redogör för beviset av att det finns oändligt många primtal. (3p)