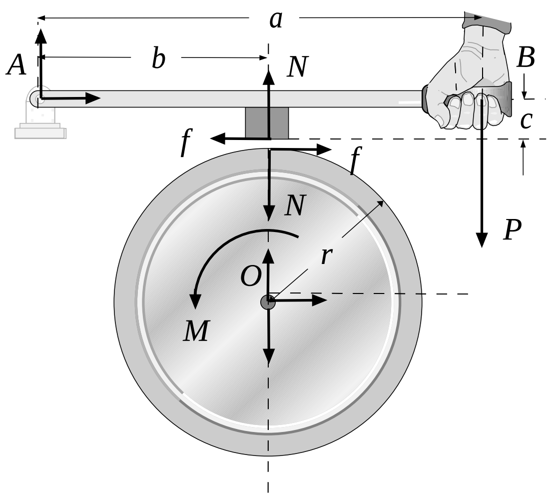


Frilägg hjulet och den lätta stången! Hjulet påverkas av kontaktkraften vid bromsklossen, kraftparsmomentet M samt tyngdkraften och reaktionskraften vid axeln O. Den yttre pålagda kraften P och kontaktkraften vid bromsklossen ger upphov till en reaktionskraft på stången i A.

Här ska vi bestämma krafternas storlek i gränsfallet mot glidning då friktionskraften vid bromsklossen uppnått sitt maximala värde.

Den enda möjligheten att undkomma reaktionskrafterna som ej efterfrågas är att utnyttja momentekvationer.

Jämvikt fordrar för:

stången $\circlearrowleft A$: $N \cdot b - P \cdot a - f \cdot c = 0$ (1)

hjulet $\circlearrowleft O$: $M - f \cdot r = 0$ (2)

Friktionsvillkoret vid kontaktytan är

$$f \le \mu N \quad \Rightarrow \quad f_{\max} = \mu N \quad \Rightarrow \quad N = \frac{f_{\max}}{\mu} \tag{3}$$

Den minsta kraft P som krävs bestäms för det fall då friktionskraften är maximal. Insättning av ekv (3) i (1) ger

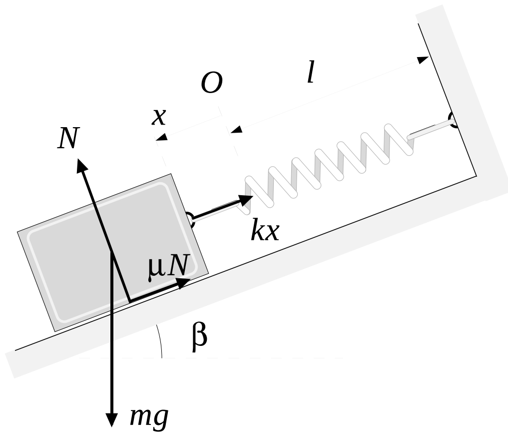
$$\frac{f_{\max}}{\mu} \cdot b - P \cdot a - f_{\max} \cdot c = 0 \tag{4}$$

Insättning av ekv (2) i (4) ger

$$\frac{M}{\mu\, r} \cdot b - P \cdot a - \frac{M}{r} \cdot c = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$P = \frac{1}{a}\left(\frac{M}{\mu\, r} \cdot b - P \cdot a - \frac{M}{r} \cdot c \right) \qquad \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{P = \frac{M}{a r \mu}\left(b - \mu c\right)}}$$



Rätblocket släpps från vila då fjäderförlängningen är noll dvs då fjädern har sin naturliga längd l. Lägg en x-axel med origo i utgångsläget så att koordinaten x betyder rätblockets förflyttning och alltså också fjäderförlängningen.
Begynnelsevillkoret kan skrivas

$$t = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ v_x = 0 \end{cases}$$

De krafter som verkar på rätblocket är tyngdkraften mg, fjäderkraften kx, normalkraften N och friktionskraften, som vid glidning är fullt utbildad och kan skrivas μN. Den maximala fjäderförlängningen fås då rätblocket stannar eller vänder i nedersta läget, dvs då farten är noll. Eftersom en energiekvation i princip ger sambandet mellan fart och läge ställer vi upp en sådan. Då friktionskraften ej är konservativ väljer vi

lagen om den kinetiska energin:

$$U = T - T_0 \tag{1}$$

som säger att det totala arbetet för att nå ett visst läge är lika med ändringen i kinetisk energi. Insättning ger:

$$-\frac{1}{2}kx^2 - \mu mg\cos\beta \cdot x + mg\sin\beta \cdot x = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \tag{2}$$

Tyngdkraften och friktionskraften är konstanta så att arbetet bestäms som kraften i vägens riktning gånger förflyttningen. Tyngdkraftens komponent i x-riktningen är $mg\sin\beta$. Fjäderkraftens arbete beräknas med en integral och blir negativt då fjäderkraften är motriktad förflyttningen. Insättning av $v = 0$ ger

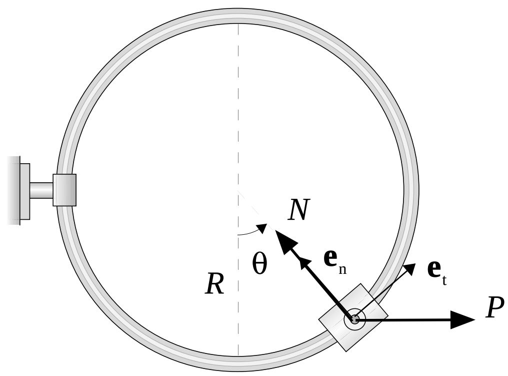
$$-\frac{1}{2}kx^2 - \mu mg\cos\beta \cdot x + mg\sin\beta \cdot x = 0 \tag{3}$$

Ekvationen har två lösningar. Den ena är $x = 0$. Den andra ges av

$$-\frac{1}{2}kx_1 - \mu mg\cos\beta + mg\sin\beta = 0 \tag{4}$$

$$x_1 = \frac{2mg}{k}(\sin\beta - \mu\cos\beta)$$

eller $$x_1 = \frac{2mg}{k}\cos\beta(\tan\beta - \mu)$$



En cirkelrörelse i horisontalplanet ska studeras. De krafter som verkar på hylsan är tyngdkraften mg, den konstanta kraften P samt normalkraften från ringen. Normalkraften kan delas upp i en vertikal och en horisontell komponent. Vi inför beteckningen N för den horisontella komponenten. En kraft söks och det är rimligt att anta att kraften skall kunna bestämmas med kraftekvationen. Vi väljer här

kraftekvationen $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ i det naturliga systemet:

$$\begin{cases} m\ddot{s} = F_t \\ m\dfrac{\dot{s}^2}{\rho} = F_n \end{cases} \tag{1}$$

Här är krökningsradien $\rho = R$ (2)

och $s = R\theta \quad \Rightarrow \quad \dot{s} = R\dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \ddot{s} = R\ddot{\theta}$ (3)

Insättning i (1) ger

$$\begin{cases} mR\ddot{\theta} = P\cos\theta \\ m\dfrac{v^2}{R} = N - P\sin\theta \end{cases} \tag{4}$$

Normalkraften ges alltså av ekv (4b) om vi bara kan bestämma vänsterledet, dvs i princip farten. Det går att bestämma den med en första integral till (4a) men det är enklare att ställa upp lagen om den mekaniska energins bevarande

$$T + V = T_0 + V_0 \tag{5}$$

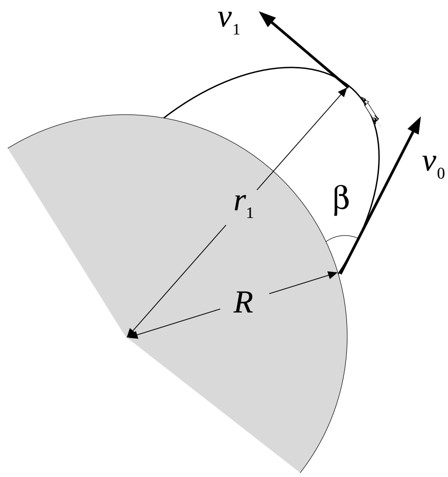
Eftersom P är konstant kan en potentialfunktion bildas på samma sätt som man gör för den konstanta tyngdkraften mg. Vi får alltså

$$\frac{1}{2}mv^2 - PR\sin\theta = 0 - 0 \tag{6}$$

$$mv^2 = 2PR\sin\theta \tag{7}$$

Insättning i ekv (4b) ger resultatet

$$\underline{\underline{N = 3P\sin\theta}}$$



Den enda kraft som verkar på farkosten är gravitationskraften. Verkningslinjen för den går genom jordens centrum och därför är kraftmomentet med avseende på jordens centrum noll. Detta betyder enligt momentekvationen

$$\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O$$

att rörelsemängdsmomentet är en rörelsekonstant:

$$r_1 m v_1 = R m v_0 \cos\beta \qquad (1)$$

Gravitationskraften är konservativ, vilket betyder att den mekaniska energin bevaras:

$$T_1 + V_1 = T_0 + V_0$$

$$\frac{1}{2} m {v_1}^2 - mg\frac{R^2}{r_1} = \frac{1}{2} m {v_0}^2 - mg\frac{R^2}{R} \qquad (2)$$

Nu vet vi att $r_1 = 3R/2$ och $v_0 = \sqrt{3gR}/2$ (3)

Ekv (1) ger då $\frac{3}{2} v_1 = \frac{1}{2}\sqrt{3gR}\cos\beta \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{1}{3}\sqrt{3gR}\cos\beta$ (4)

Dividera ekv (2) med $m/2$ och sätt in sambanden (3) och (4)!

$$\left(\frac{1}{3}\sqrt{3gR}\cos\beta\right)^2 - 2g\frac{2R^2}{3R} = {v_0}^2 - 2gR \qquad (5)$$

$$\frac{1}{3} gR\cos^2\beta = \frac{3}{4} gR - \frac{2}{3} gR \qquad (6)$$

$$\cos^2\beta = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \cos\beta = \pm\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\beta = 60^\circ}}$$