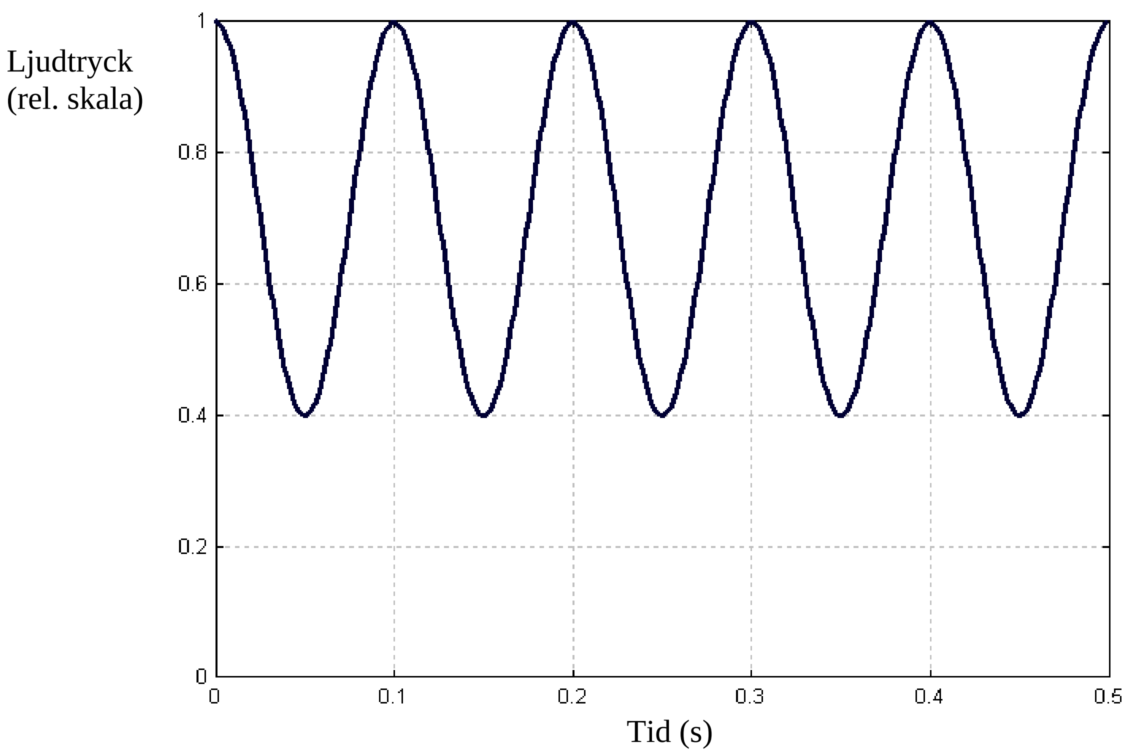
<u>Introduktion till begreppet ortsfrekvens</u>

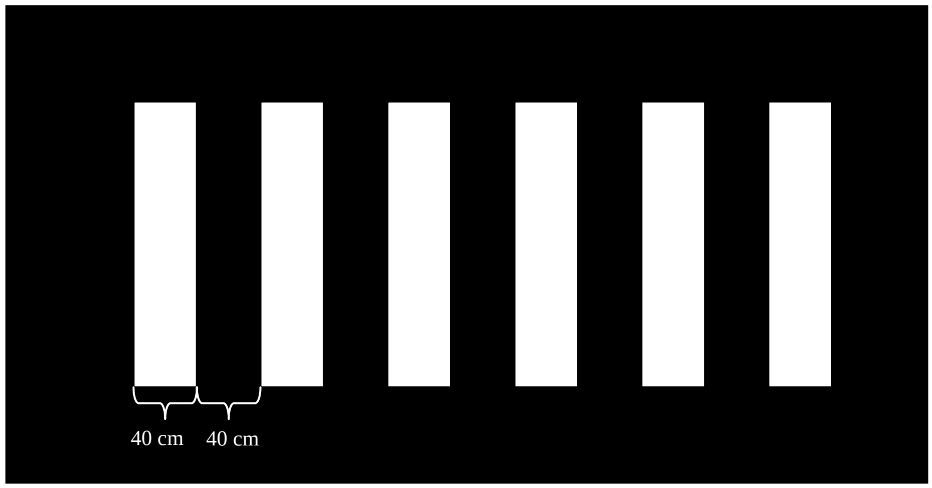
Denna lilla skrift har tillkommit för att förklara begreppet ortsfrekvens, samt ge några exempel på beräkningar och omvandlingar som man kan behöva göra när man jobbar med ortsfrekvenser.

1. Vad är ortsfrekvens?

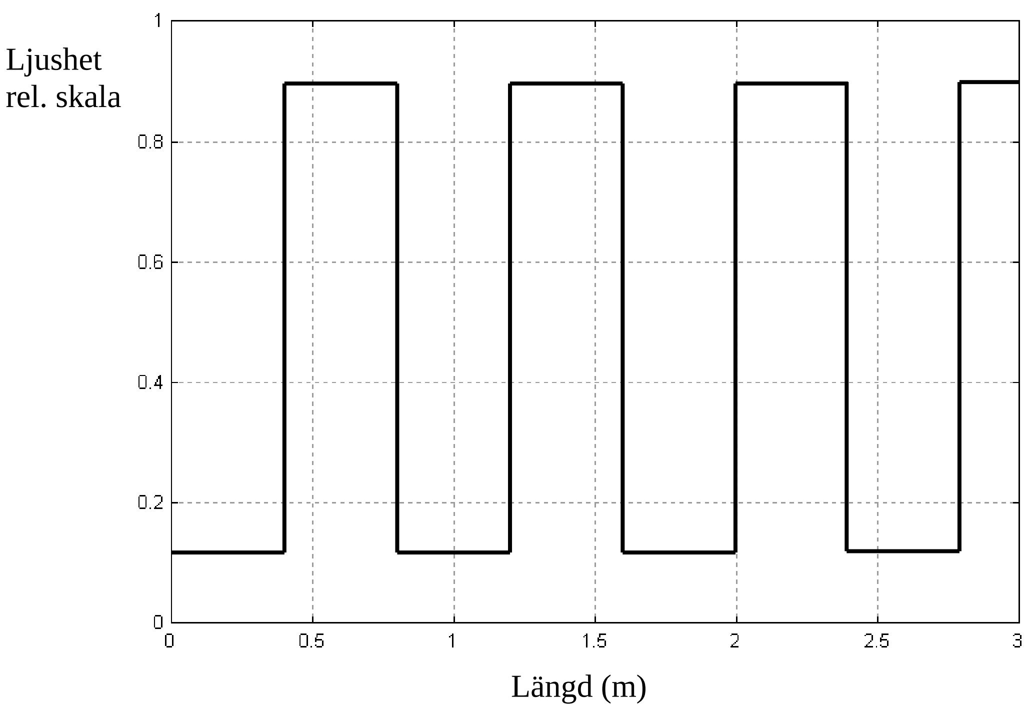
I ljudsammanhang pratar man ofta om olika frekvenser. Det mänsliga örat kan t.ex. uppfatta frekvenser mellan ca. 20 och 20 000 Hz (med åldern minskar detta intervall). Sådana ljudfrekvenser är bekanta begrepp för oss, och vi handskas naturligt och obesvärat med dom. Enheten Hertz (Hz) betyder ”svängningsperioder per sekund”. Hz är alltså samma sak som ”per sekund” = $\frac{1}{s} = s^{-1}$. Figuren nedan visar hur ljudtrycket varierar med tiden för en ton med frekvensen f = 10 Hz. Periodtiden för en svängning är i detta fall $T = \frac{1}{f} = 0.10\,\text{s}$.



Låt oss nu lämna akustiska svängningar och titta på något som varierar i rummet och inte i tiden. Vi kan t.ex. betrakta ett övergångsställe enligt figuren nedan.



När vi rör oss i x-riktningen över övergångsstället kommer ljusheten på marken att variera enligt figuren nedan.



En period av mönstret (en svart plus en vit linje tillsammans) har en bredd av 0.80 m (jämför periodtiden för en akustisk svängning). Eftersom övergångsstället varierar i rummet istället för tiden, blir sorten för perioden meter istället för sekunder.

I akustiken pratar man om både periodtid, *T*, och frekvens, *f*. Sambandet mellan dessa ges av $f = \frac{1}{T}$. På samma sätt kan vi för övergångsstället prata om periodlängd, *L*, och *orts*frekvens, ν (grek. bokstav ”ny”). Analogt med fallet akustik, så ges sambandet mellan periodlängd och ortsfrekvens av $\nu = \frac{1}{L}$. SI-enheten för periodlängd är meter, och sålunda blir SI-enheten för ortsfrekvens ”per meter”, dvs $\frac{1}{\mathrm{m}} = \mathrm{m}^{-1}$. Ortsfrekvensen talar alltså om hur många perioder (svart/vita linjepar) som ryms på en meter. Ju högre ortsfrekvens desto tätare linjemönster är det frågan om. För övergångsstället blir ortsfrekvensen $\nu = \frac{1}{L} = \frac{1}{0.80} = 1.25\ \mathrm{m}^{-1}$.

Linjemönster används ofta för att testa skärpan i bilder. Ju tätare linjemönster man kan se, desto skarpare anses bilden vara. Det tätaste linjemönster man se i bilden brukar kallas för upplösningsgränsen. För att kvantifiera hur tätt detta mönster är kan man ange dess ortsfrekvens, t.ex. 50 000 m^{-1}. Detta motsvarar en periodlängd av $\frac{1}{50000} = 2.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$, dvs de svarta och vita linjerna har en bredd av $1.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$ vardera. Som synes så blir ortsfrekvenser ofta väldigt höga, och periodlängder väldigt små, när de anges i sorten m^{-1} respektive m. Det är därför ofta praktiskt att ange ortsfrekvenser i sorten ”per millimeter” $= \frac{1}{\mathrm{mm}} = (\mathrm{mm})^{-1}$, vilket vanligen skrivs som mm^{-1}. En millimeter är bara en tusendel så lång som en meter, och därför får bara en tusendel så många perioder plats. Därför är ortsfrekvensen 50 000 m^{-1} samma sak som 50 mm^{-1}. Motsvarande periodlängd är då $\frac{1}{50} = 2.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{mm}$, vilket är samma sak som 20 μm.

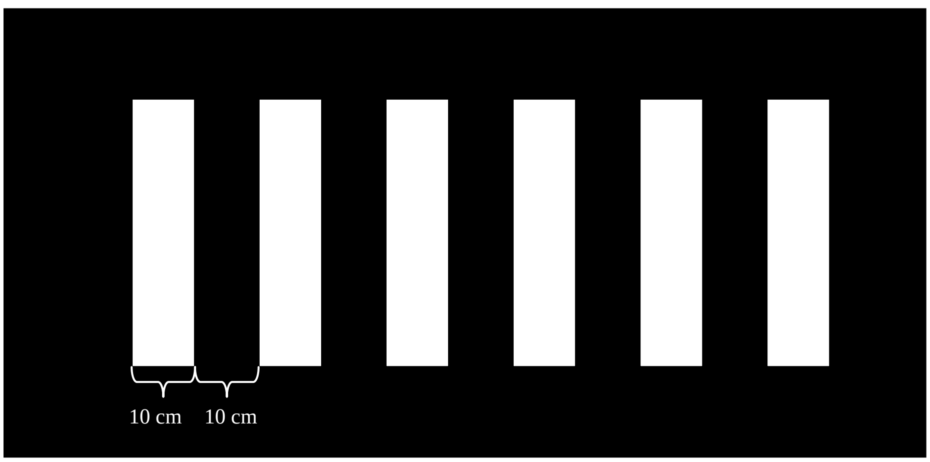
I detta sammanhang kan nämnas, att man i en del litteratur använder sorterna ”linjepar per millimeter” eller ”linjer per millimeter” när man talar om ortsfrekvens. Eftersom ett linjepar (en svart plus en vit linje tillsammans) är lika med en period, så är sorten ”linjepar per millimeter” samma sak som mm^{-1}. Men nu kommer det förrädiska! När man använder sorten ”linjer per millimeter” så avser man hur många svarta <u>och</u> vita linjer som ryms på en millimeter, dvs hur många halvperioder som ryms. Det innebär att den tidigare omtalade ortsfrekvensen 50 mm^{-1} är samma sak som 100 linjer per millimeter. Detta är förvirrande, och sorten ”linjer per millimeter” bör därför undvikas (men förekommer dock i viss litteratur).

2. Ortsfrekvenser i motivet, sensorplanet och slutbilden.

I föregående avsnitt gavs som exempel en upplösningsgräns på 50 mm^{-1}. Det innebär att det tätaste mönster som kan ses har denna ortsfrekvens. Men då kan man fråga sig var denna ortsfrekvens är uppmätt. Är den uppmätt i motivet, i kamerans sensorplan, i en förstorad pappersbild eller i en bild projicerad på en skärm på väggen. Upplösningsgränsen (mätt i sorten mm^{-1}) kommer naturligtvis att variera kraftigt beroende på vilket av dessa alternativ vi väljer. Den standard som har använts inom fotografi sedan många år tillbaka, är att ange ortsfrekvenser i kamerans sensorplan. Detta har fördelen att upplösningsgränsen inte beror på om motivet är nära kameran eller långt borta, och inte heller på förstoringen från sensor till slutbild♣. Så när man säger att t.ex. ett objektiv har en upplösningsgräns på 50 mm^{-1}, så innebär det att tätare linjemönster än så inte kan ses i bildplanet (dvs sensorplanet) inne i kameran. Ofta finns det dock anledning att omvandla ortsfrekvenser mellan motiv, sensorplan och (eventuellt) pappersbild. Enklaste sättet att illustrera detta är kanske med ett litet exempel:

Exempel:

Du ska på 1.5 kilometers avstånd fotografera ett vitt spjälstaket mot en mörk bakgrund, se figuren nedan. Du använder ett objektiv med brännvidden 240 mm. Vilken upplösning, mätt i sorten mm^{-1} i bildplanet, måste objektivet ha för att staketet ska synas i bilden?



Lösning:

En vit staketspjäla plus ett mörkt mellanrum (dvs en period av linjemönstret) har en bredd av 0.20 m. Avbildningsskalan vid fotograferingen $M \approx \dfrac{f}{a} = \dfrac{0.24}{1500} = 1.6\times10^{-4}$. Detta ger en periodlängd i den optiska bilden av $L = 0.20\times1.6\times10^{-4} = 3.2\times10^{-5}$ m. Detta betyder att ortsfrekvensen $\nu = \dfrac{1}{L} = 3.12\times10^{4}\,\mathrm{m}^{-1}$, vilket är samma sak som 31 mm^{-1}. Upplösningsgränsen måste alltså ligga över 31 mm^{-1} för att vi ska kunna se staketet i bilden.

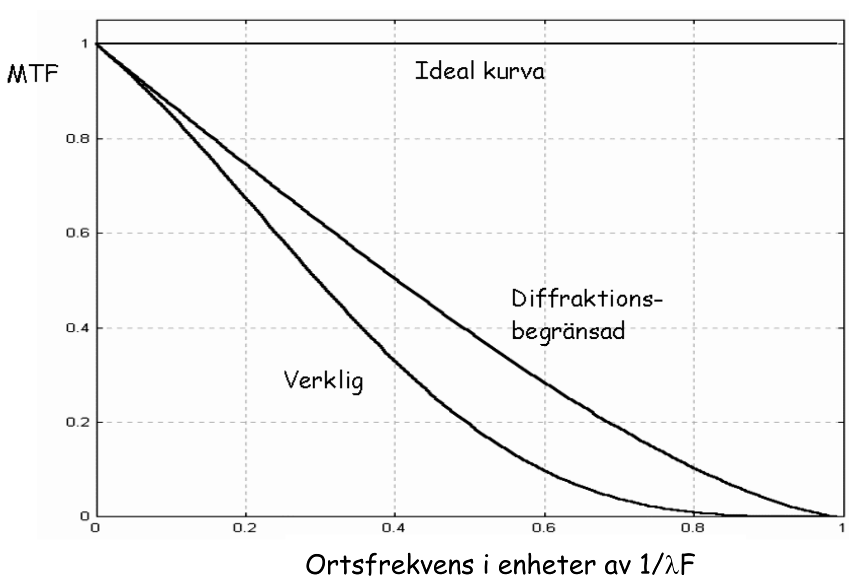
♣ Det är dock inte helt invändningsfritt att ange upplösningsgränsen till en viss ortsfrekvens i bildplanet, men mer om detta senare.

Vi kan fortsätta exemplet med spjälstaketet i ett steg till, nämligen till den slutliga pappersbilden som vi betraktar. Antag att sensorstorleken i kameran är 24 mm x 36 mm, och att bilden skrivs ut på ett papper i storleken 10 cm x 15 cm. Kommer vi att med ögat kunna se spjälstaketet vid ett betraktningsavstånd av 25 cm? På detta avstånd kan vi anta att ögat kan se ett linjemönster om det har en ortsfrekvens under 10 mm^{-1}.

För att besvara frågan måste vi omvandla ortsfrekvensen i kamerans bildplan till en ortsfrekvens i papperskopian. Förstoringen från sensor till pappersbild är $\frac{100}{24} = 4.17$. Detta innebär att staketets periodlängd i pappersbilden blir $L' = 3.2 \times 10^{-5} \times 4.17 = 1.33 \times 10^{-4}$ m. Ortsfrekvensen i pappersbilden blir då $\nu' = \frac{1}{L'} = 7.5 \times 10^{3}$ m^{-1} = 7.5 mm^{-1}. Detta är lägre än ögats upplösningsgräns som är 10 mm^{-1}. Vi bör alltså kunna se staketet när vi tittar på bilden på 25 cm avstånd.

3. Normerade ortsfrekvenser

Förutom att ange ortsfrekvenser i enheterna m^{-1} och mm^{-1}, så förekommer det ofta att man använder en normerad ortsfrekvensskala. Bakgrunden till varför man gör så, och nyttan med det hela, kommer att beröras i samband med att vi går igenom två fall med normerad ortsfrekvensskala. Första fallet som vi ska titta på gäller MTF-kurvan för ett diffraktionsbegränsat objektiv (dvs ett objektiv helt utan avbildningsfel). Detta berörs i kap. 32.4 i fotokompendiet, där nedanstående figur återfinns.



Ortsfrekvensskalan går i detta fall mellan 0 och 1, och det står att ortsfrekvensen anges i enheter av $\frac{1}{\lambda F}$, där λ är ljusvåglängden och F är bländartalet. Vitsen med att använda en normerad ortsfrekvensskala av detta slag, är att en enda figur innehåller

MTF-kurvor för alla tänkbara våglängder och bländartal. Man slipper alltså att rita upp ett stort antal figurer. Låt oss med ett litet exempel se hur vi ska använda en figur av detta slag.

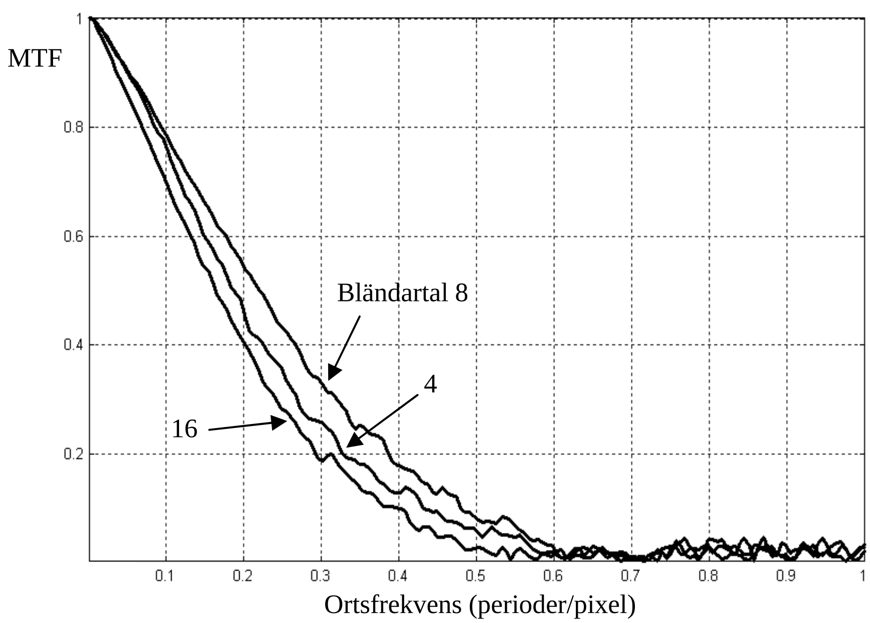
Exempel

Antag att vi använder ett diffraktionsbegränsat objektiv vid ljusvåglängden 550 nm och bländartalet 8. Vilket MTF-värde får vi vid ortsfrekvensen 50 mm^{-1}?

Lösning:

Vi börjar med att räkna ut värdet på $\frac{1}{\lambda F} = \frac{1}{550 \times 10^{-9} \times 8} = 2.27 \times 10^{5}\ \mathrm{m}^{-1}$ = 227 mm^{-1}. Detta är alltså den ortsfrekvens som motsvarar 1 på den normerade skalan i figuren. Frekvensen 50 mm^{-1} svarar då mot frekvensen $\frac{50}{227} = 0.22$ på den normerade skalan. Om vi läser av MTF-värdet vid ortsfrekvensen 0.22 får vi lite drygt 0.7. Detta är alltså objektivets MTF-värde vid ortsfrekvensen 50 mm^{-1}.

Det andra fallet med normerad ortsfrekvensskala som vi ska titta på, används ofta när man studerar MTF för elektroniska sensorer i digitalkameror (eller digitalkamerans totala MTF). Man anger då ofta ortsfrekvensen i enheten perioder per pixel. Ett typiskt exempel är Fig. 32.18 i fotokompendiet som även återges nedan. Med ”pixel” menas i detta sammanhang centrum-till-centrum avståndet mellan pixlarna i sensorn.

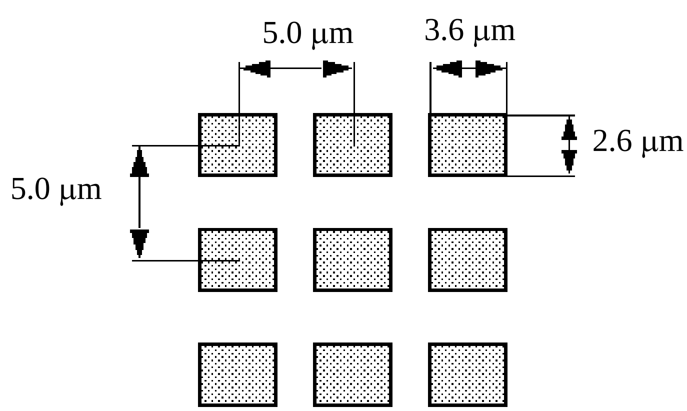


En anledning till att återge ortsfrekvensen i perioder/pixel är att man då lätt kan bedöma risken för aliasingfenomen (kap. 38 i fotokompendiet). Ortsfrekvenser över

0.5 perioder/pixel kommer att återges felaktigt, och över denna gräns vill man därför i allmänhet ha ett lågt MTF-värde.

Exempel

Antag att kameran vars MTF visas på föregående sida har en sensormatris med pixlar enligt nedanstående figur. Vid vilken ortsfrekvens, mätt i enheten mm^{-1} i kamerans sensorplan, har kameran ett MTF-värde på 0.50 (antag bländartal 8).

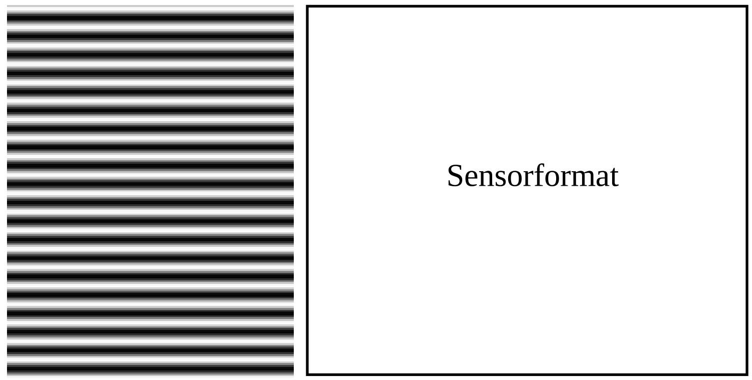


Lösning:

Ur figuren på föregående sida ser vi att MTF-värdet är 0.50 ungefär vid ortsfrekvensen 0.22 perioder/pixel. En ”pixel” betyder, som tidigare sagts, centrum-till-centrum avståndet mellan pixlarna, i detta fall alltså 5.0 µm = 5.0×10^{-3} mm. Detta betyder att 0.22 perioder/pixel svarar mot $\frac{0.22}{5.0\times10^{-3}} = 44$ perioder/mm, alltså 44 mm^{-1}.

4. Ortsfrekvensangivelse i ”perioder per bildhöjd”

Slutligen ska vi beröra ett mått på ortsfrekvens som börjat användas alltmer på senare tid, och som har många fördelar. Det är ortsfrekvensmåttet ”perioder per bildhöjd”. Tyvärr använder man ofta ”linjer (eller linjebredder) per bildhöjd” istället för ”perioder bildhöjd”, så det gäller att läsa noggrant vad som sägs. Om man anger ortsfrekvensen som ”linjer per bildhöjd” så får man ett dubbelt så stort tal som i fallet ”perioder per bildhöjd”. Dessa begrepp illustreras i figuren på nästa sida.



Ortsfrekvensmåttet ”perioder per bildhöjd” anger hur många perioder (svart/vita linjepar) av mönstret som ryms på en sträcka som är lika lång som sensorns höjd. Om man istället talar om ”linjer per bildhöjd” (line widths per picture height) så menar man hur många svarta och vita linjer som ryms. 3000 linjer per bildhöjd är alltså samma sak som 1500 perioder per bildhöjd.

Fördelen med att ange ortsfrekvensen i perioder per bildhöjd är att man rakt av kan jämföra MTF-kurvor och upplösningstal för kameror med olika sensorstorlekar och pixelantal. Om ortsfrekvensen däremot anges i mm^{-1}, eller perioder per pixel, så måste man räkna om ortsfrekvensvärdena vid jämförelse av kameror med olika sensorstorlekar resp. olika antal pixlar (jfr. kap. 32.9 i fotokompendiet). Vi kan ta ett litet exempel för att belysa detta.

Exempel

- Antag att vi har två kameror, den ena med sensorstorleken 24 mm x 36 mm och 14 megapixlar, den andra med sensorstorleken 18 mm x 24 mm och 18 megapixlar.

- Vi antar att man för bägge kamerorna har mätt upp en upplösningsförmåga av 1500 perioder per bildhöjd. Det tätaste linjemönster man kan fotografera, är alltså ett som är så tätt att vi får in 1500 perioder på 24 mm resp 18 mm sensorhöjd.

- Om man fotograferar på så sätt att lika mycket av motivet kommer med på de bägge kamerornas sensorer, så kommer man i bilderna att kunna se lika små motivdetaljer i bägge fallen. Bilderna från de bägge kamerorna ger alltså lika skarpa bilder.

- Om man däremot uttrycker upplösningsgränsen i mm^{-1}, skulle man få värdet 62 mm^{-1} för 14 Mpixelkameran, och 83 mm^{-1} för 18 Mpixelkameran (räkna ut detta som en övning). Man kan då tro att 18 Mpixelkameran ger skarpare bilder.

- Om man däremot uttrycker upplösningsförmågan i perioder per pixel, får man värdet 0.49 perioder/pixel för 14 Mpixelkameran och 0.41 perioder/pixel för 18 Mpixelkameran (räkna ut detta som en övning). Man kan då tro att 14 Mpixelkameran ger skarpare bilder.

Exemplet ovan visar att man måste tänka sig för när man jämför upplösningen för kameror med olika sensorstorlekar och/eller olika pixelantal. Om man anger upplösningsgränsen i mm^{-1}, så måste man räkna om värdena för att kunna jämföra kameror med olika sensorstorlek. Om man anger upplösningen i perioder/pixel, så måste man räkna om värdena vid jämförelse av kameror med olika pixelantal. Om man däremot anger upplösningen i perioder per bildhöjd, så kan man rakt av jämföra kameror oberoende av deras sensorstorlekar och pixelantal. Detta är en stor fördel eftersom det finns digitalkameror med kraftigt varierande sensorstorlekar och pixelantal på marknaden.

I tidningen FOTO anges resultatet av alla upplösningsmätningar i sorten linjer/bildhöjd, vilket alltså gör att man kan jämföra kamerors prestanda på ett enkelt sätt utan några omräkningar (men det vore bättre om man använde perioder/bildhöjd).

På motsvarande sätt gäller att man kan jämföra MTF-kurvor utan att behöva räkna om ortsfrekvensen, om denna anges i perioder per bildhöjd.