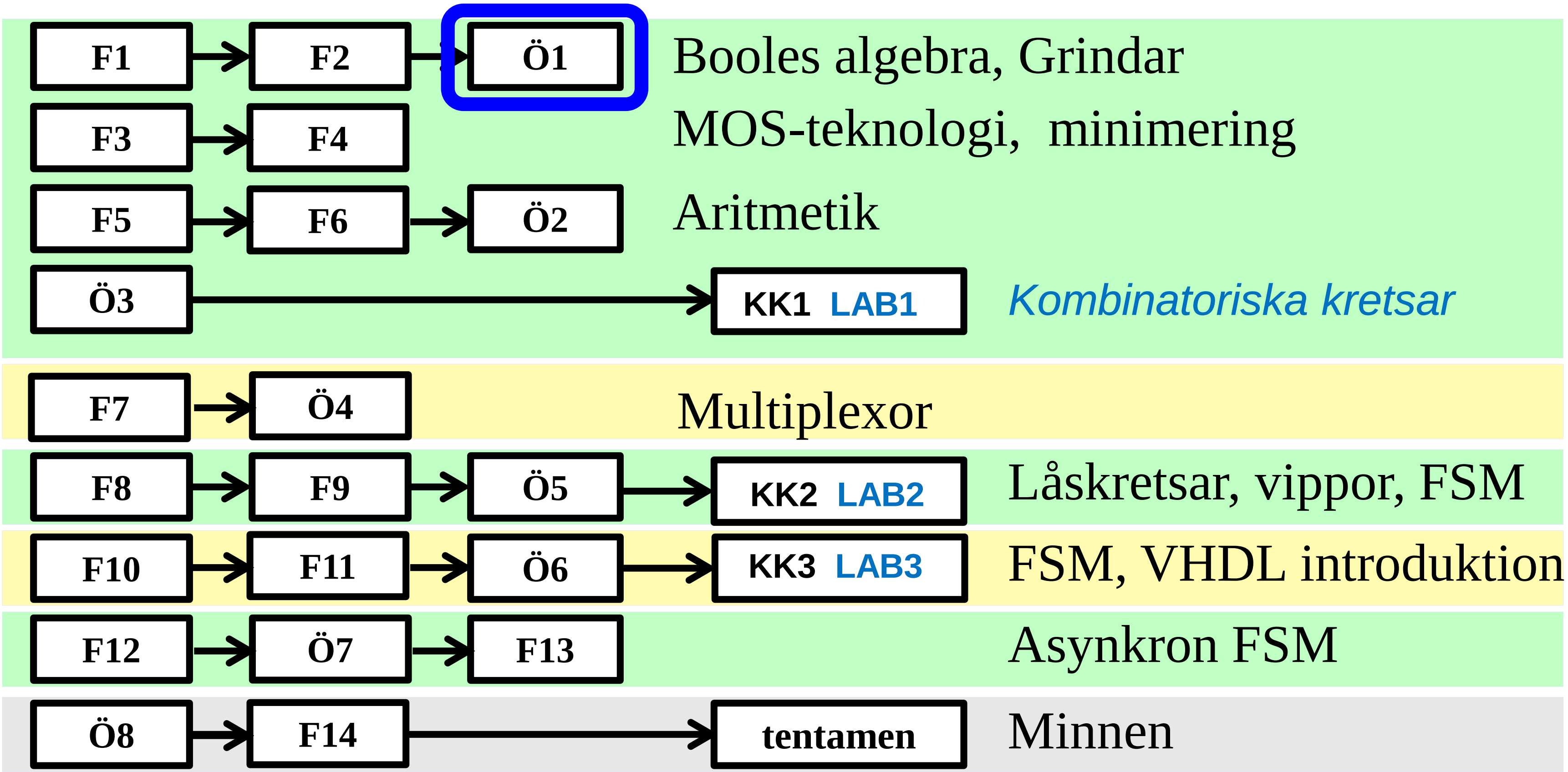
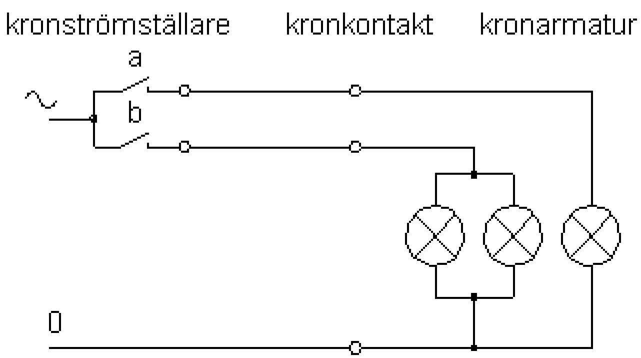
IE1204 Digital Design

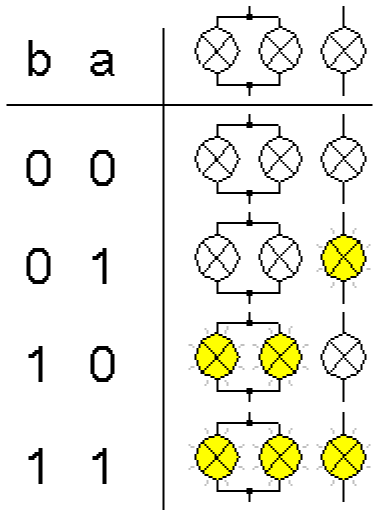


Föreläsningar och övningar bygger på varandra! Ta alltid igen det Du missat!
Läs på i förväg – delta i undervisningen – arbeta igenom materialet efteråt!

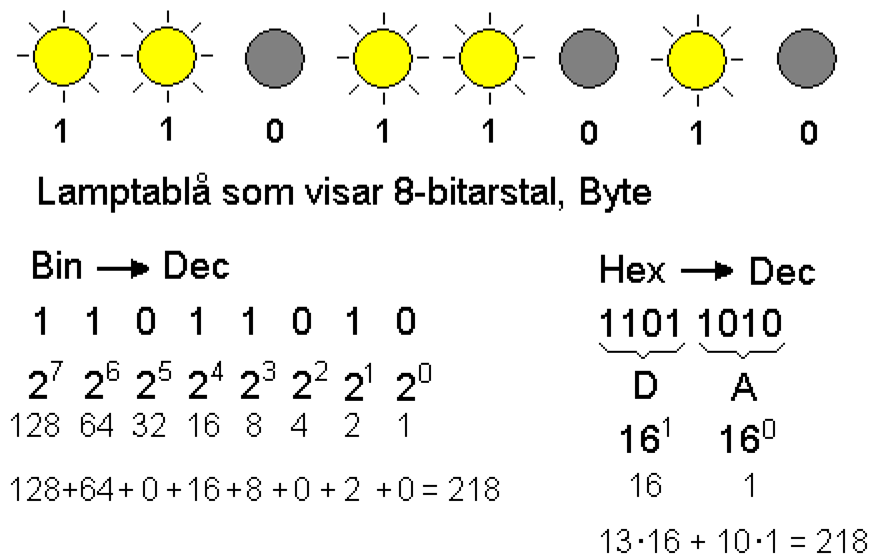
William Sandqvist william@kth.se

Kronljusströmställaren 0, 1, 2, 3





Styr med binärkod



Dec – Bin – Hex – Okt

Dec	Bin	Hex	Dec	Bin	Hex
0	0000	0	8	1000	8
1	0001	1	9	1001	9
2	0010	2	10	1010	A
3	0011	3	11	1011	B
4	0100	4	12	1100	C
5	0101	5	13	1101	D
6	0110	6	14	1110	E
7	0111	7	15	1111	F

11011010

$$\overbrace{1101}^{\mathbf{D}}\ \overbrace{1010}^{\mathbf{A}} \qquad \overbrace{11}^{\mathbf{3}}\ \overbrace{011}^{\mathbf{3}}\ \overbrace{010}^{\mathbf{2}}$$

$218_{10} = 11011010_2 = DA_{16} = 332_8$

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 1.1c Decimaltal till Binärtal

binära vikter: 1024 512 256 128 64 32 16 8 4 2 1

$$71_{10} = ?_2$$

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 1.1c Decimaltal till Binärtal

binära vikter: 1024 512 256 128 64 32 16 8 4 2 1

$71_{10} = ?_2$

$71_{10} =$

$(64+7= 64+4+2+1) =1000111_2$

ÖH 1.2a Binärtal till Decimaltal

binära vikter: 1024 512 256 128 64 32 16 8 4 2 1

$$101101001_2 = ?_{10}$$

ÖH 1.2a Binärtal till Decimaltal

binära vikter: 1024 512 256 128 64 32 16 8 4 2 1

$$101101001_2 = ?_{10}$$

$$101101001_2 =$$
$$(2^8+2^6+2^5+2^3+2^0=256+64+32+8+1)$$
$$=361_{10}$$

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 1.3c
Binärt/Oktalt/Hexadecimalt

$$100110101_2 = ?_{16} = ?_8$$

ÖH 1.3c
Binärt/Oktalt/Hexadecimalt

$$100110101_2 = ?_{16} = ?_8$$

$$1\ 0011\ 0101_2 = 1\ 3\ 5_{16}$$

ÖH 1.3c
Binärt/Oktalt/Hexadecimalt

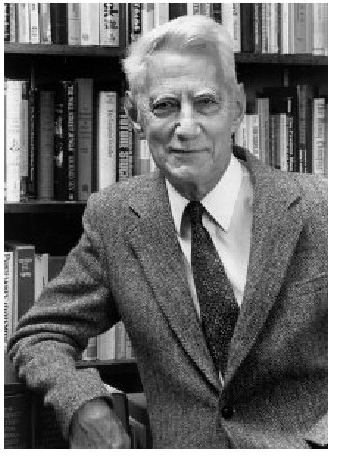
$$100110101_2 = ?_{16} = ?_8$$

$$1\ 0011\ 0101_2 = 1\ 3\ 5_{16}$$

$$100\ 110\ 101_2 = 4\ 6\ 5_8$$

Booles Algebra

George Boole
matematiker
(1815-1864)

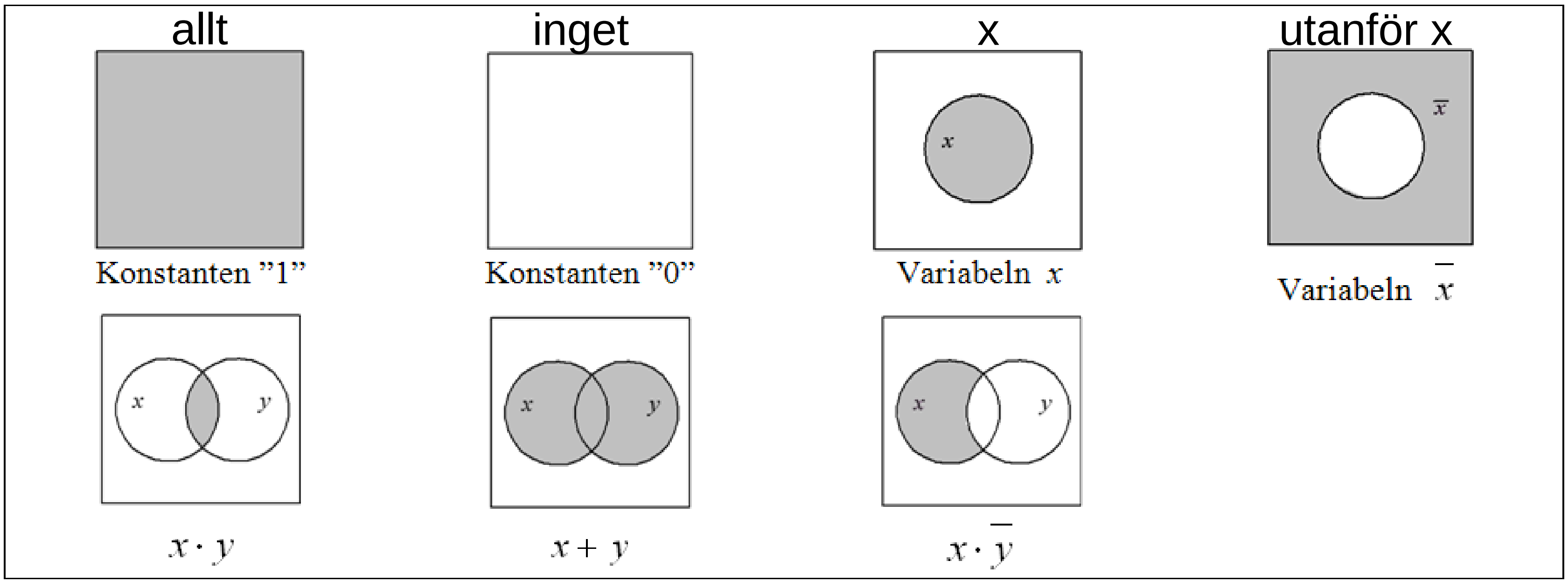


Claude Shannon
matematiker/elektrotekniker
(1916 –2001)

Genom att representera logiska uttryck på matematisk form, där sammanfognings-orden OR och AND motsvarade ett slags addition och multiplikation, blev det möjligt att med en algebra undersöka om kompli-cerade logiska utsagor och resonemang, i slutändan var sanna eller falska.

1938 "dammade" Claude Shannon av algebran och använde den till elektriska kontaktnät. Sedan dess är Booles algebra det huvudsakliga verktyget för all digital konstruktion.

Venn-diagram



x gemensamt med y x tillsammans med y x tillsammans med utanför y

ÖH 3.2 De Morgans lag med Venndiagram

Bevisa De Morgans lag med hjälp av Venn-diagram.

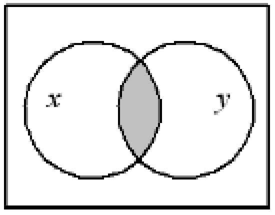
$$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$

ÖH 3.2 De Morgan

$$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$

ÖH 3.2 De Morgan

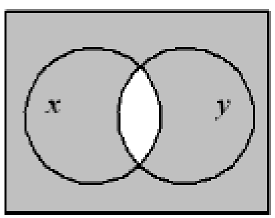
$$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$



$x \cdot y$

ÖH 3.2 De Morgan

$$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$

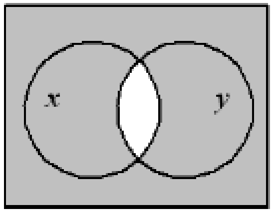


$\overline{x \cdot y}$

=

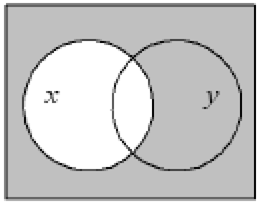
ÖH 3.2 De Morgan

$$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$

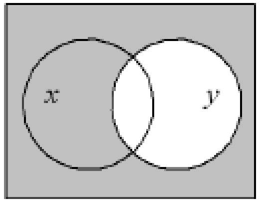


$\overline{x \cdot y}$

=



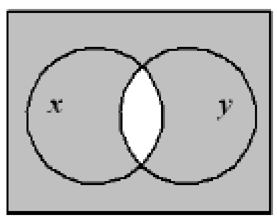
$\overline{x}$



$\overline{y}$

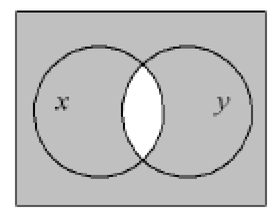
ÖH 3.2 De Morgan

$$\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$$



$\overline{x \cdot y}$

=



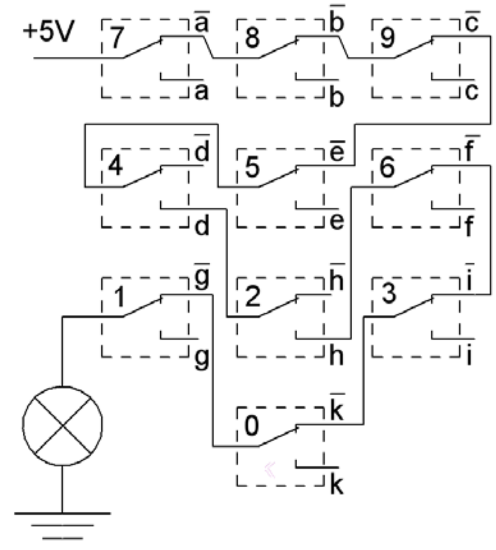
$\overline{x} + \overline{y}$

Bevisat!

William Sandqvist william@kth.se

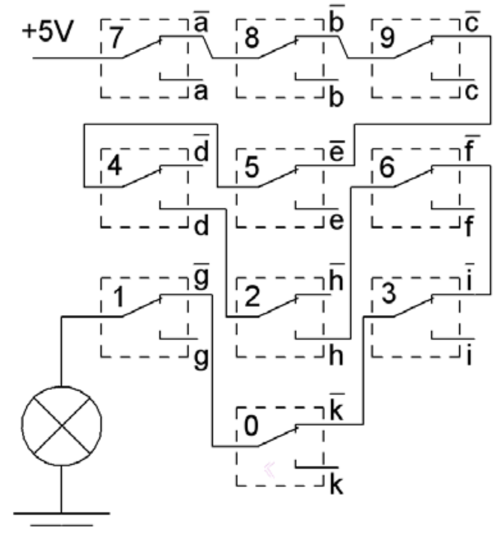
(ÖH 5.1) Hur öppnar man kodlåset? (=minterm)

Vilka knappar ska man samtidigt trycka på för att tända lampan? (= öppna kodlåset)



(ÖH 5.1) Hur öppnar man kodlåset? (=minterm)

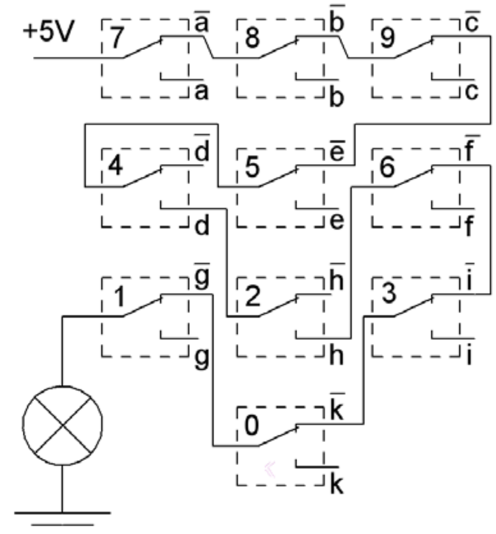
Vilka knappar ska man samtidigt trycka på för att tända lampan? (= öppna kodlåset)



Svar: 4, d och 2, h men samtidigt måste man *undvika* att trycka på a b c e f g i och k!

(ÖH 5.1) Hur öppnar man kodlåset? (=minterm)

Vilka knappar ska man samtidigt trycka på för att tända lampan? (= öppna kodlåset)



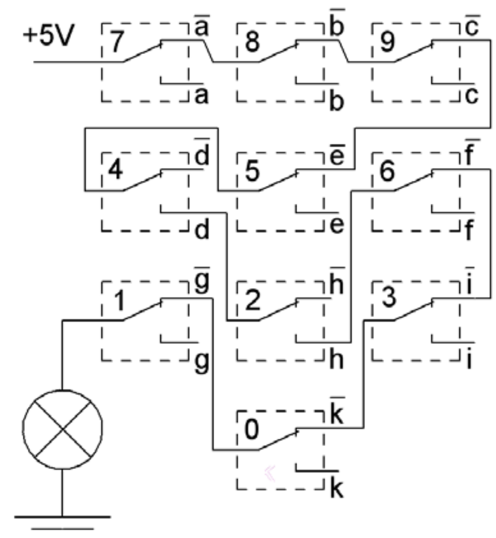
Svar: `4,d` och `2,h` men samtidigt måste man *undvika* att trycka på `a b c e f g i` och `k`!

$$T = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d \cdot \bar{e} \cdot \bar{f} \cdot \bar{g} \cdot h \cdot \bar{i} \cdot \bar{k}$$

William Sandqvist william@kth.se

(ÖH 5.1) Hur öppnar man kodlåset? (=minterm)

Vilka knappar ska man samtidigt trycka på för att tända lampan? (= öppna kodlåset)



Svar: `4,d` och `2,h` men samtidigt måste man *undvika* att trycka på `a b c e f g i` och `k`!

$$T = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\cdot d\cdot\bar{e}\cdot\bar{f}\cdot\bar{g}\cdot h\cdot\bar{i}\cdot\bar{k}$$

En produktterm där *alla* variabler ingår kallas för en **minterm**.

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 3.3 Venndiagram

3.3

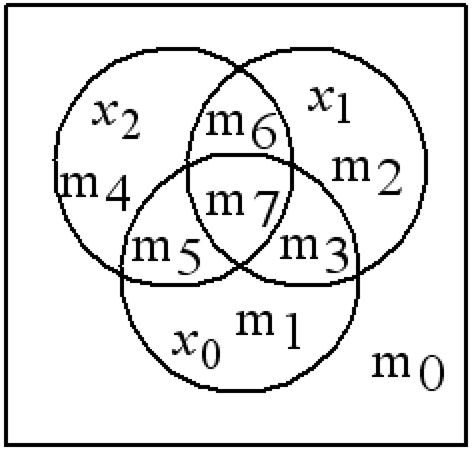
a) Rita ett Venn-diagram för tre variabler och markera var sanningstabellens alla mintermer är placerade.

b) Minimera funktionen med hjälp av Venn-diagram.

$$f = \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,x_0 + \overline{x_2}\,x_1\,x_0 + x_2\,\overline{x_1}\,x_0 + x_2\,x_1\,\overline{x_0} + x_2\,x_1\,x_0$$

ÖH 3.3a Sanningstabell - Venndiagram

x_2	x_1	x_0	
0	0	0	m_0
0	0	1	m_1
0	1	0	m_2
0	1	1	m_3
1	0	0	m_4
1	0	1	m_5
1	1	0	m_6
1	1	1	m_7

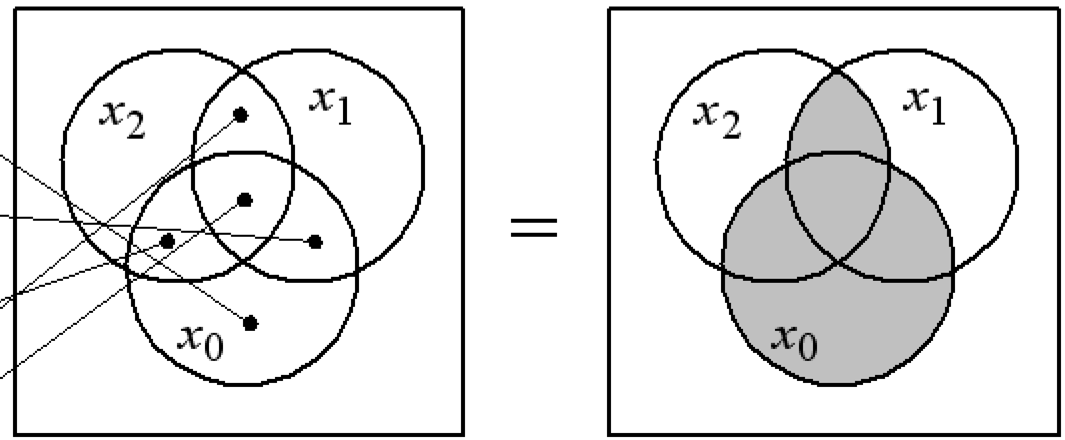


ÖH 3.3b förenklat uttryck

Ursprungligt uttryck.

$$f = \bar{x}_2\bar{x}_1 x_0 + \bar{x}_2 x_1 x_0 + x_2\bar{x}_1 x_0 + x_2 x_1 \bar{x}_0 + x_2 x_1 x_0$$

x_2	x_1	x_0		
0	0	0	0	
0	0	1	1	$\bar{x}_2\bar{x}_1 x_0$
0	1	0	0	
0	1	1	1	$\bar{x}_2 x_1 x_0$
1	0	0	0	
1	0	1	1	$x_2\bar{x}_1 x_0$
1	1	0	1	$x_2 x_1 \bar{x}_0$
1	1	1	1	$x_2 x_1 x_0$

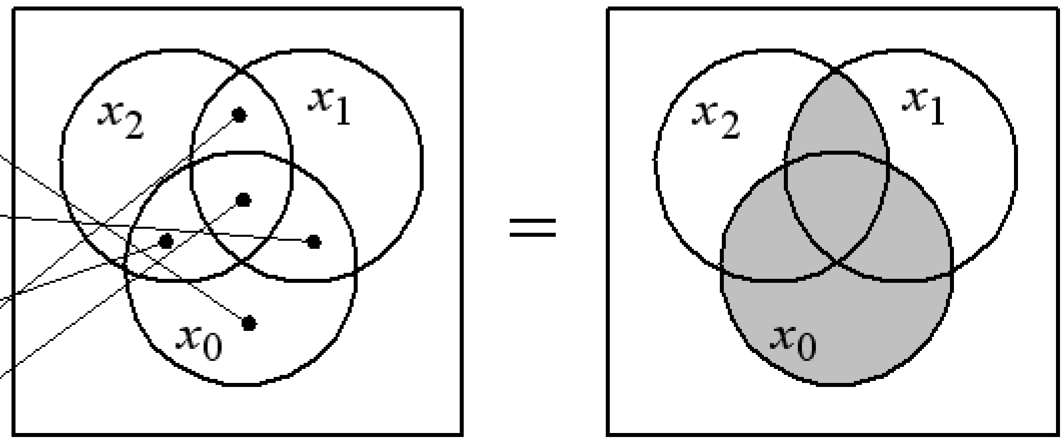


ÖH 3.3b förenklat uttryck

Ursprungligt uttryck.

$$f = \bar{x}_2\bar{x}_1x_0 + \bar{x}_2x_1x_0 + x_2\bar{x}_1x_0 + x_2x_1\bar{x}_0 + x_2x_1x_0$$

x_2	x_1	x_0		
0	0	0	0	
0	0	1	1	$\bar{x}_2\bar{x}_1x_0$
0	1	0	0	
0	1	1	1	$\bar{x}_2x_1x_0$
1	0	0	0	
1	0	1	1	$x_2\bar{x}_1x_0$
1	1	0	1	$x_2x_1\bar{x}_0$
1	1	1	1	$x_2x_1x_0$



Förenklat!

$$f = x_2x_1 + x_0$$

Booles algebra räknelagar

Logisk addition "**+**", **OR**, och logisk multiplikation "**·**", **AND**, följer i stort sätt de vanliga normala algebraiska distributiva, kommutativa och associativa lagarna (med ett "udda" undantag).

Distributiva lagarna	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$ $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$ *Undantaget!*
Kommutativa lagarna	$A \cdot B = B \cdot A$ $A + B = B + A$
Associativa lagarna	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ $(A + B) + C = A + (B + C)$

Förenklingsregler och teorem

Förenklingsregler

$A \cdot A = A \qquad A \cdot 0 = 0 \qquad A + 0 = A$

$A + A = A \qquad A \cdot 1 = A \qquad A + 1 = 1$

Några teorem

Absorbtionslagarna	$A + A \cdot B = A$ $A \cdot (A + B) = A$
Koncensuslagen	$A \cdot B + \overline{A} \cdot C =$ $A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C$
de Morgans lagar	$\overline{(A + B)} = \overline{A} \cdot \overline{B}$ $\overline{(A \cdot B)} = \overline{A} + \overline{B}$

ÖH 4.1(a, b, c, h) Booles algebra

4.1

Använd räknelagarna i den booleska algebran för att förenkla följande logiska uttryck:

a) $f = a \cdot \overline{c} \cdot d + a \cdot d$

b) $f = a \cdot (\overline{b} + \overline{a} \cdot c + a \cdot b)$

c) $f = a + \overline{b} + \overline{a} \cdot b + \overline{c}$

d) $f = (a + b \cdot \overline{c}) \cdot (\overline{a} \cdot \overline{b} + c)$

e) $f = (a + \overline{b}) \cdot (\overline{a} + b) \cdot (a + b)$

f) $f = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c + \overline{a} \cdot b \cdot c$

g) $f = \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{d} + c \cdot d$

h) $f = a + (\overline{\overline{a} \cdot \overline{b}})$

i) $f = \overline{\overline{a} + \overline{\overline{a} \cdot b + c}}$

ÖH 4.1a

$$f = a \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot d \quad = \{\text{bryt ut ad}\} = a \cdot d \cdot (\bar{c} + 1) = a \cdot d$$

ÖH 4.1b

$$f = a \cdot (\overline{b} + \overline{a} \cdot c + a \cdot b) \quad = a \cdot \overline{b} + a \cdot \overline{a} \cdot c + a \cdot a \cdot b =$$

$$= a\overline{b} + 0 + a \cdot b = a \cdot (\overline{b} + b) = a$$

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 4.1c

$$f = a + \overline{b} + \overline{a} \cdot b + \overline{c} \quad =$$

ÖH 4.1c

$$f = a + \boxed{\overline{b}} + \overline{a} \cdot b + \overline{c} \quad = a + \boxed{(a + \overline{a}) \cdot \overline{b}} + \overline{a} \cdot b + \overline{c} =$$

$$= a + \boxed{a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot \overline{b}} + \overline{a} \cdot b + \overline{c} =$$

$$= a + a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot (\overline{b} + b) + \overline{c} =$$

$$= \ldots \; a + \overline{a} \ldots = 1$$

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 4.1h

$$f = a + (\overline{\overline{a} \cdot \overline{b}}) \quad =$$

ÖH 4.1h

$$f = a + \overline{(\overline{a} \cdot \overline{b})} \quad = \{deMorgan\} = a + \overline{\overline{a}} + \overline{\overline{b}} = a + b$$

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 4.4 Använd De Morgans lag

4.4

Förenkla nedanstående uttryck så långt som möjligt.

$$\overline{(a+b+\bar{c})(a+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+\overline{\bar{b}c}+b\bar{c})}$$

ÖH 4.4

$$\overline{(a+b+\bar{c})(a+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+\overline{\bar{b}c}+b\bar{c})} = \overline{(a+b+\bar{c})(a+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+b+\bar{c}+b\bar{c})} =$$

$$= \overline{(a+b+\bar{c})(a+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+b+\bar{c})} =$$

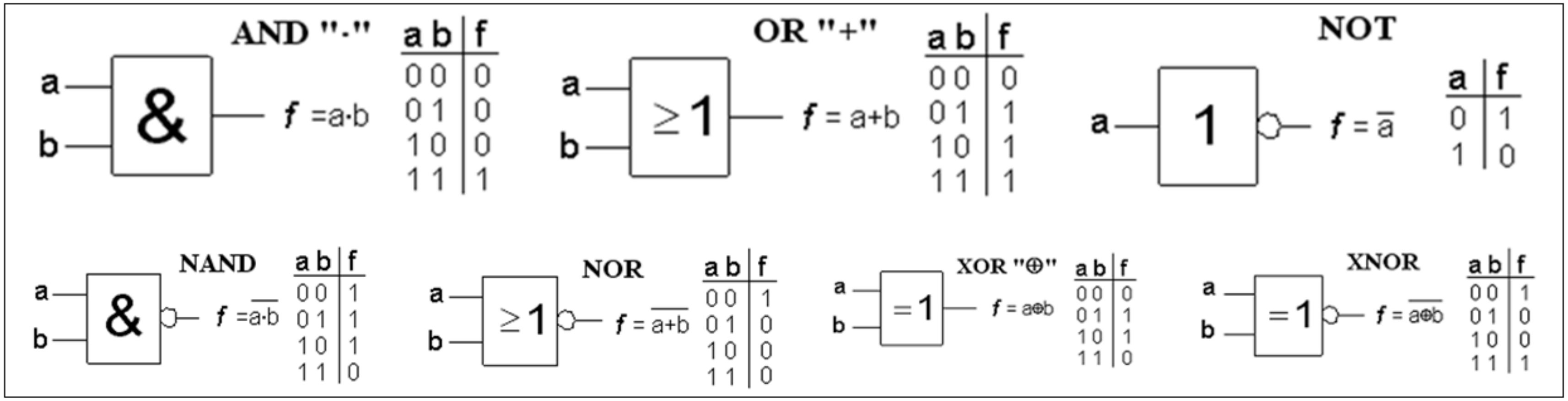
$$\overline{(a+b+\bar{c})} + \overline{(a+\bar{b}+\bar{c})} + \overline{(\bar{a}+b+\bar{c})} = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + a\bar{b}c = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + a\bar{b}c =$$

$$= \bar{a}c(\bar{b}+b) + \bar{b}c(a+\bar{a}) = \bar{a}c + \bar{b}c$$

Dubblera!

William Sandqvist william@kth.se

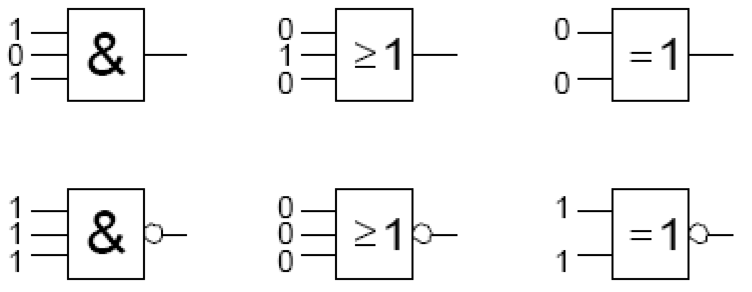
Logikgrindar



William Sandqvist william@kth.se

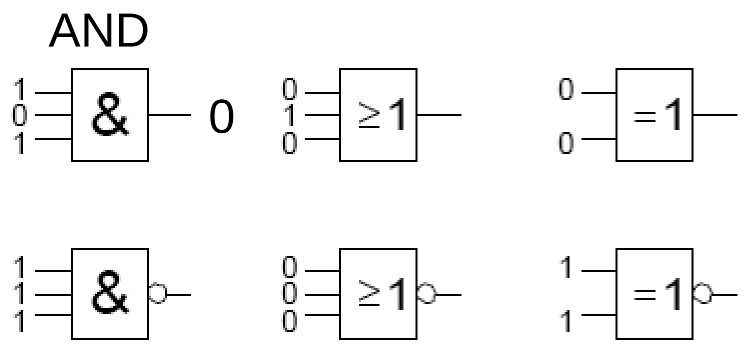
(ÖH 4.5a) Grindtyper

Ange namn och utsignal 1/0 för följande sex grindtyper när insignalerna är de som visas i figuren.



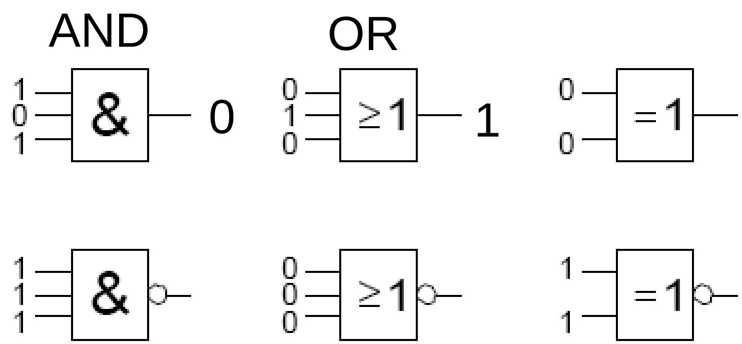
(ÖH 4.5a) Grindtyper

Ange namn och utsignal 1/0 för följande sex grindtyper när insignalerna är de som visas i figuren.



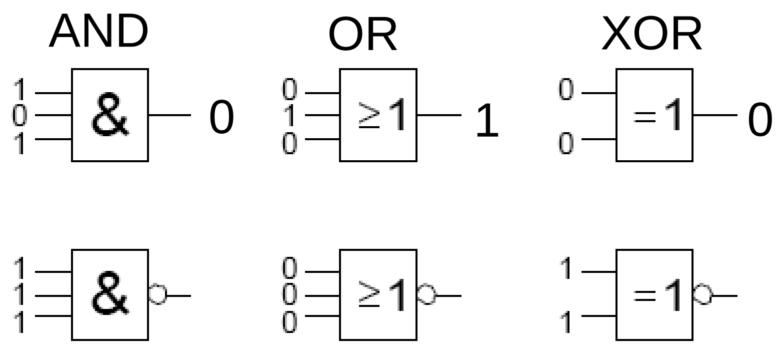
(ÖH 4.5a) Grindtyper

Ange namn och utsignal 1/0 för följande sex grindtyper när insignalerna är de som visas i figuren.



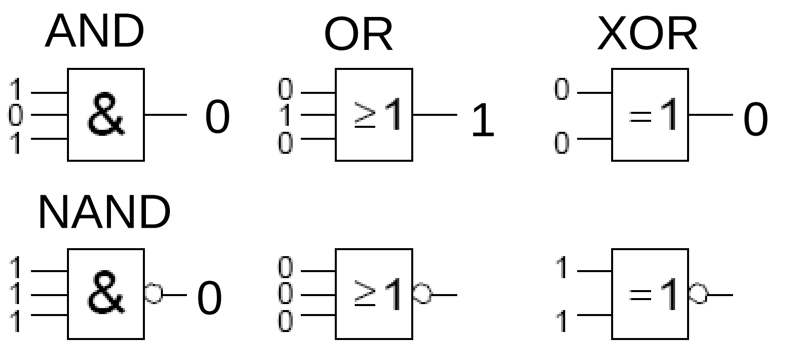
(ÖH 4.5a) Grindtyper

Ange namn och utsignal 1/0 för följande sex grindtyper när insignalerna är de som visas i figuren.



(ÖH 4.5a) Grindtyper

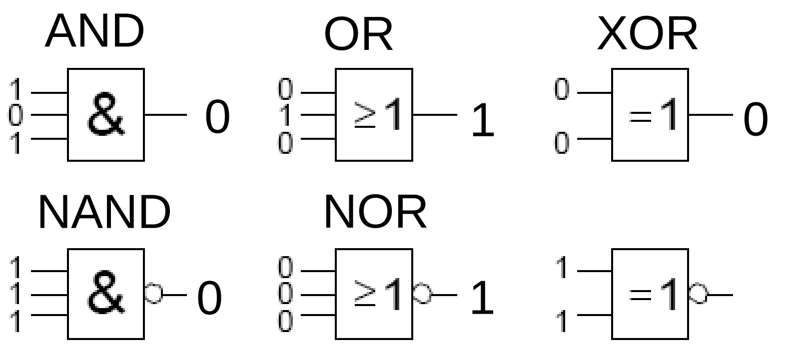
Ange namn och utsignal 1/0 för följande sex grindtyper när insignalerna är de som visas i figuren.



William Sandqvist william@kth.se

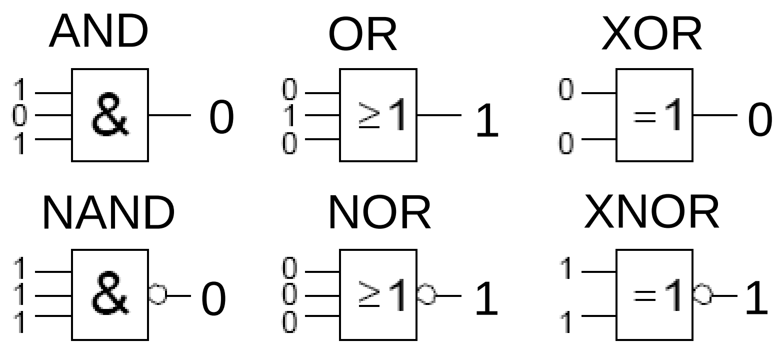
(ÖH 4.5a) Grindtyper

Ange namn och utsignal 1/0 för följande sex grindtyper när insignalerna är de som visas i figuren.



(ÖH 4.5a) Grindtyper

Ange namn och utsignal 1/0 för följande sex grindtyper när insignalerna är de som visas i figuren.

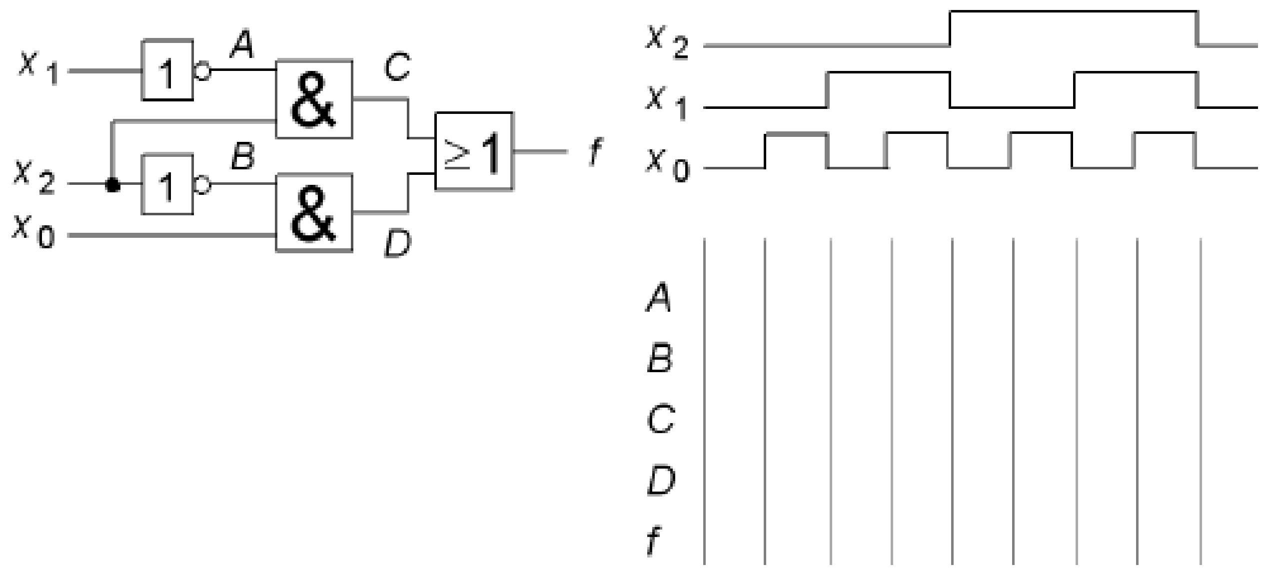


ÖH 4.7 Tidsdiagram och sanningstabell

4.7

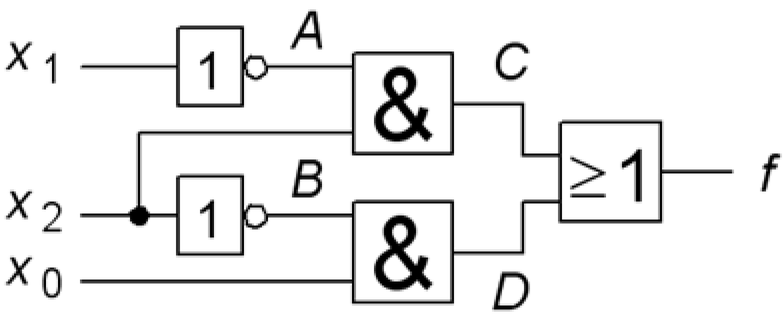
a) Rita tidsdiagram över signalerna *A*, *B*, *C*, *D*, *f*. Insignalerna till x_0, x_1, och x_2 har frekvensförhållandet 4: 2:1 för att "svepa" igenom sanningstabellens *alla* kombinationer i ''rätt'' ordning.

b) Skriv upp sanningstabellen för funktionen *f*.

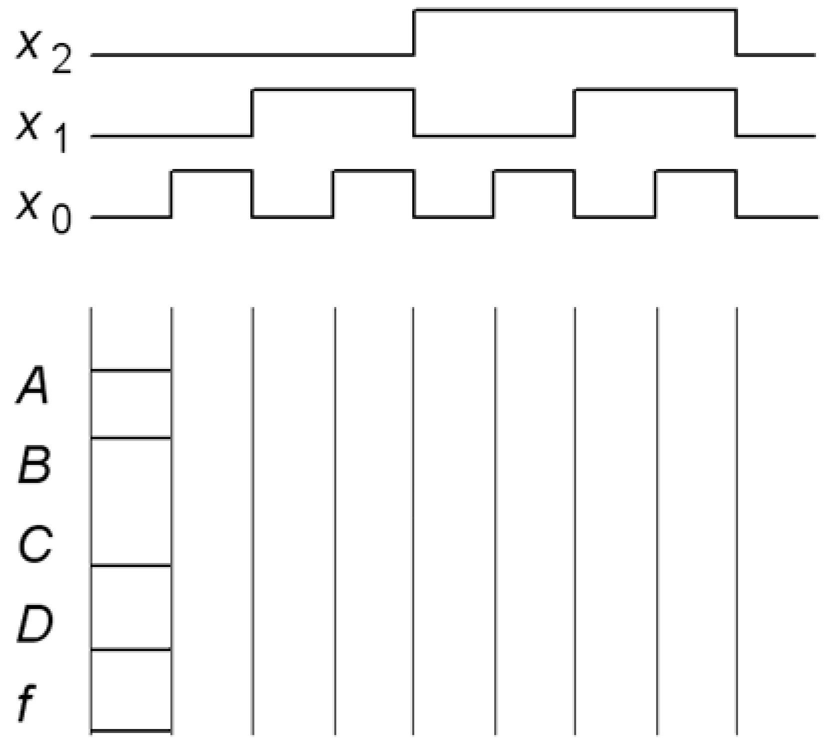


William Sandqvist william@kth.se

ÖH 4.7

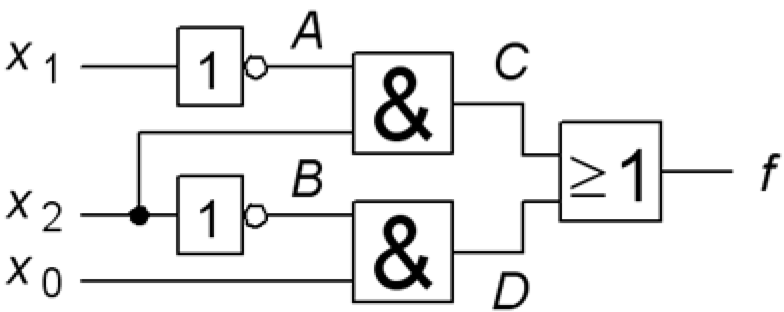


x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

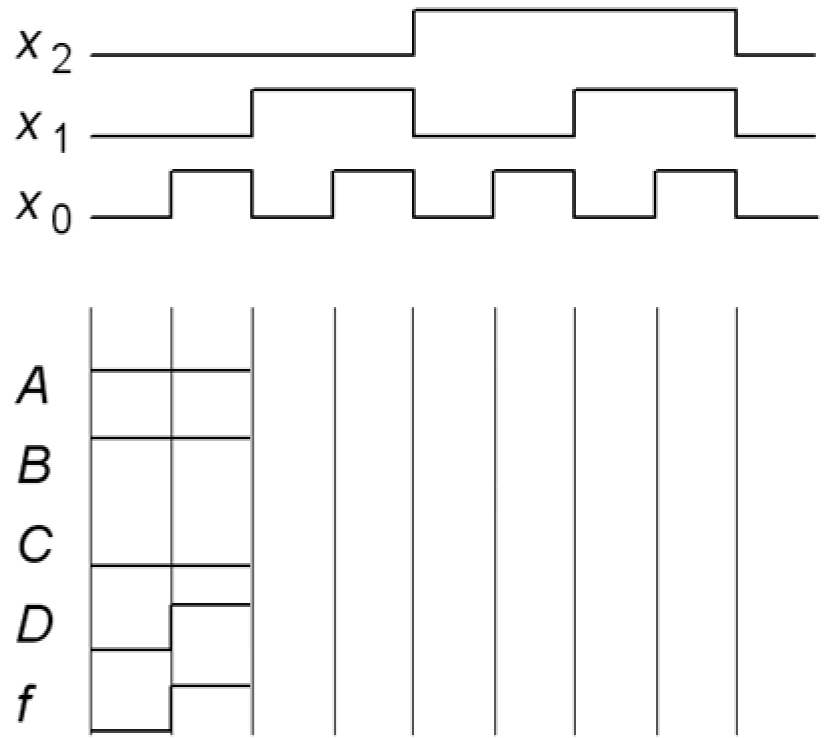


William Sandqvist william@kth.se

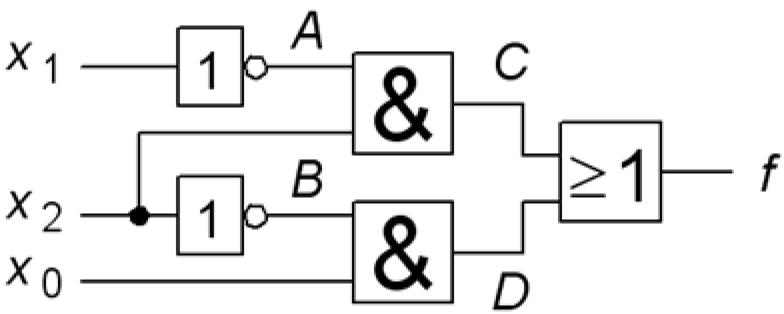
ÖH 4.7



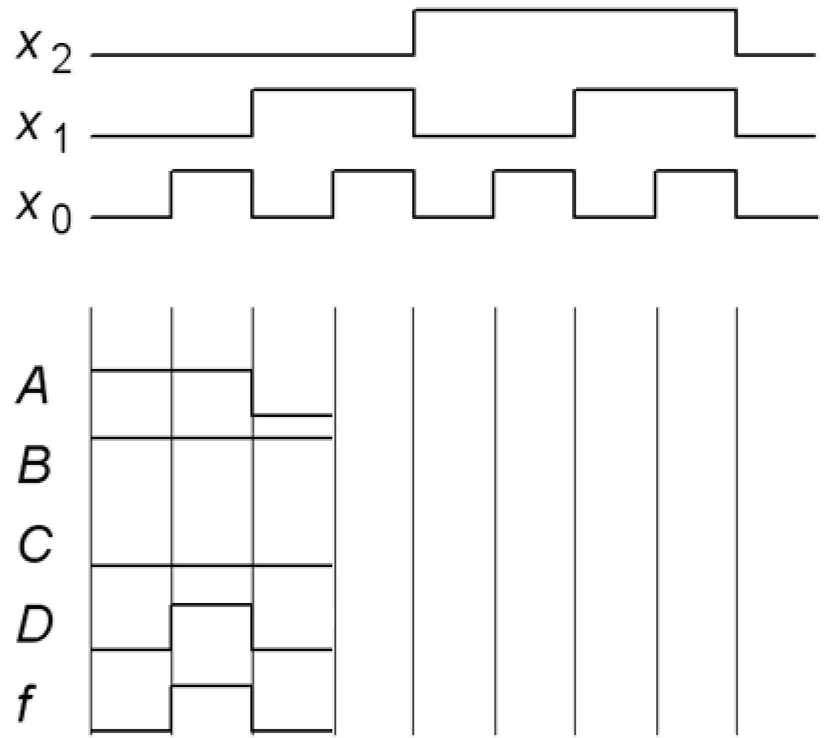
x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	



ÖH 4.7

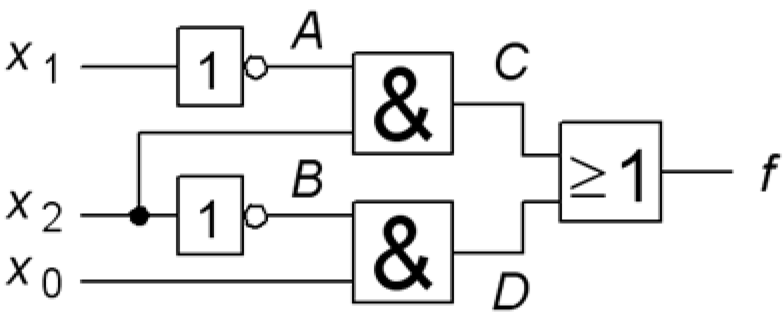


x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

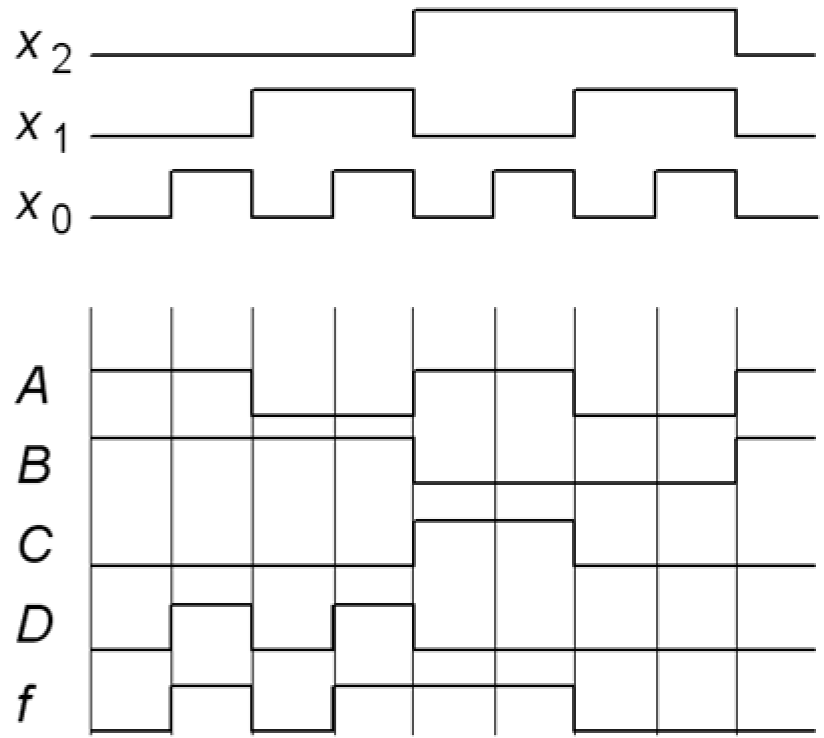


William Sandqvist william@kth.se

ÖH 4.7



x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0



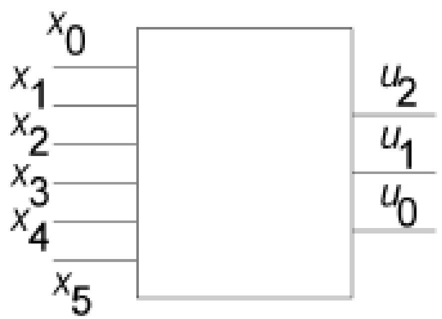
William Sandqvist william@kth.se

ÖH 4.12 Från text till Boolska ekvationer

4.12

Ett kombinatoriskt nät med sex insignaler x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0 och tre utsignaler u_2, u_1, u_0, beskrivs med text på följande sätt:

- $u_0 = 1$ om och endast om ''antingen både x_0 och x_2 är 0 eller x_4 och x_5 är olika''
- $u_1 = 1$ om och endast om ''x_0 och x_1 är lika och x_5 är inversen av x_2''
- $u_2 = 0$ om och endast om ''x_0 är 1 och någon av x_1 ... x_5 är 0''



Beskriv nätet med Boolesk algebra och operationerna AND OR NOT XOR i stället.

ÖH 4.12

$u_0 = 1$ om och endast om
”antingen både x_0 och x_2 är 0
eller x_4 och x_5 är olika”

AND

NOT

XOR

XOR

$$u_0 = \overline{x}_0 \cdot \overline{x}_2 \oplus (x_4 \oplus x_5)$$

ÖH 4.12

$u_1 = 1$ om och endast om

”x_0 och x_1 är lika och x_5 är inversen av x_2”

XNOR **AND** **XOR**

$$u_1 = \overline{x_0 \oplus x_1} \cdot (x_5 \oplus x_2)$$

$$= (x_0 x_1 + \overline{x}_0 \overline{x}_1) \cdot (x_5 \overline{x}_2 + \overline{x}_5 x_2)$$

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 4.12

NOT

$\boxed{u_2 = 0}$ om och endast om

” x_0 är 1 och $\boxed{\text{någon av}}$ $x_1 \ldots x_5$ är 0 ”

AND OR NOT

$$\overline{u}_2 = x_0 \cdot (\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_3 + \overline{x}_4 + \overline{x}_5)$$

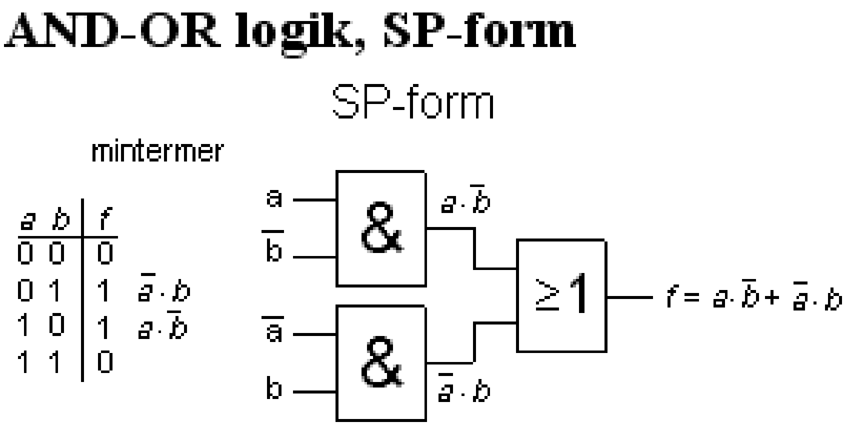
$$\Rightarrow \quad u_2 = \overline{x_0 \cdot (\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_3 + \overline{x}_4 + \overline{x}_5)} =$$

$$= \overline{x}_0 + \overline{(\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \overline{x}_3 + \overline{x}_4 + \overline{x}_5)} =$$

$$= \overline{x}_0 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$$

ÖH Logiknät SP-form

Alla logiska funktioner kan realiseras med hjälp av grindtyperna AND och OR kombinerade i *två* steg. Vi förutsätter här att ingångs-variablerna även finns i inverterad form, om inte så behöver man naturligtvis även inverterare NOT till detta.



Man kan realisera grindnätet direkt ur sanningstabellen. Varje "1" i tabellen är en ***minterm***. Funktionen blir *summan* av dessa mintermer. Man säger att funktionen är uttryckt på **SP-form** (Summa av Produkter).

Men, det kan finnas mycket enklare grindnät med färre grindar som gör samma arbete.

ÖH 5.2 SP och PS normalform

5.2

En logisk funktion har följande sanningstabell:

a b c	*f*
0 0 0	1
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	1
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

Ange funktionen på SP-normalform (summa av produkttermer):

$f(a, b, c) =$

Ange funktionen på PS-normalform (produkter av summatermer):

$f(a, b, c) =$

ÖH 5.2 SP-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på SP-normalform (summa av produkter).

a b c	f
0 0 0	1
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	1
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

ÖH 5.2 SP-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på SP-normalform (summa av produkter).

a b c	f	
0 0 0	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$
0 0 1	0	
0 1 0	0	
0 1 1	0	
1 0 0	1	$a\bar{b}\bar{c}$
1 0 1	1	$a\bar{b}c$
1 1 0	0	
1 1 1	1	abc

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 5.2 SP-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på SP-normalform (summa av produkter).

a b c	f	
0 0 0	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$
0 0 1	0	
0 1 0	0	
0 1 1	0	
1 0 0	1	$a\bar{b}\bar{c}$
1 0 1	1	$a\bar{b}c$
1 1 0	0	
1 1 1	1	abc

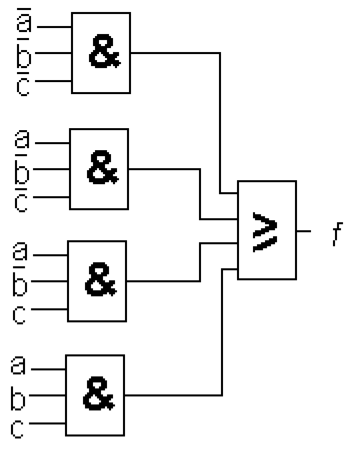
$$f = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + a\cdot\bar{b}\cdot c + a\cdot b\cdot c$$

ÖH 5.2 SP-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på SP-normalform (summa av produkter).

a b c	f	
0 0 0	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$
0 0 1	0	
0 1 0	0	
0 1 1	0	
1 0 0	1	$a\bar{b}\bar{c}$
1 0 1	1	$a\bar{b}c$
1 1 0	0	
1 1 1	1	abc

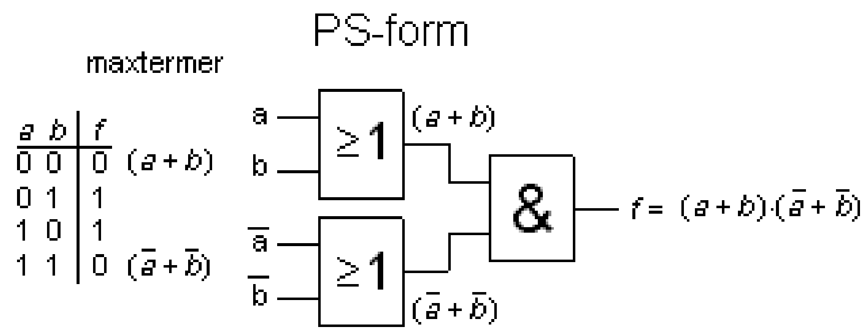
$$f = \bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + a\cdot\bar{b}\cdot c + a\cdot b\cdot c$$



ÖH Logiknät PS-form

OR-AND logik, PS-form

Alternativt kan man inrikta sig på sanningstabellens 0:or. Om ett grindnät återger funktionens 0:or korrekt så är ju även 1:orna rätt!



Om således funktionen ska vara "0" för en viss variabelkombination (a,b) tex. (0,0) så bildar man summan (a + b). Den summan kan ju bara bli "0" för kombinationen (0,0).

En sådan summa kallas för en ***maxterm***. Funktionen uttrycks som en produkt av alla sådana maxtermer. Varje maxterm bidrar med en 0:a från sannings-tabellen. Funktionen sägs vara uttryckt på **PS-form** (Produkt av Summor).

William Sandqvist william@kth.se

ÖH 5.2 PS-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på PS-normalform (produkt av summor).

a	*b*	*c*	*f*
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

ÖH 5.2 PS-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på PS-normalform (produkt av summor).

a b c	f	
0 0 0	1	
0 0 1	0	$(a+b+\bar{c})$
0 1 0	0	$(a+\bar{b}+c)$
0 1 1	0	$(a+\bar{b}+\bar{c})$
1 0 0	1	
1 0 1	1	
1 1 0	0	$(\bar{a}+\bar{b}+c)$
1 1 1	1	

ÖH 5.2 PS-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på PS-normalform (produkt av summor).

a b c	f	
0 0 0	1	
0 0 1	0	$(a+b+\bar{c})$
0 1 0	0	$(a+\bar{b}+c)$
0 1 1	0	$(a+\bar{b}+\bar{c})$
1 0 0	1	
1 0 1	1	
1 1 0	0	$(\bar{a}+\bar{b}+c)$
1 1 1	1	

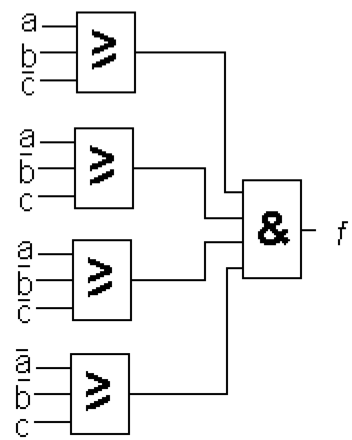
$$f = (a+b+\bar{c})\cdot(a+\bar{b}+c)\cdot(a+\bar{b}+\bar{c})\cdot(\bar{a}+\bar{b}+c)$$

ÖH 5.2 PS-form

En logisk funktion har följande sanningstabell. Ange funktionen på PS-normalform (produkt av summor).

a b c	f	
0 0 0	1	
0 0 1	0	$(a+b+\bar{c})$
0 1 0	0	$(a+\bar{b}+c)$
0 1 1	0	$(a+\bar{b}+\bar{c})$
1 0 0	1	
1 0 1	1	
1 1 0	0	$(\bar{a}+\bar{b}+c)$
1 1 1	1	

$$f = (a+b+\bar{c})\cdot(a+\bar{b}+c)\cdot(a+\bar{b}+\bar{c})\cdot(\bar{a}+\bar{b}+c)$$

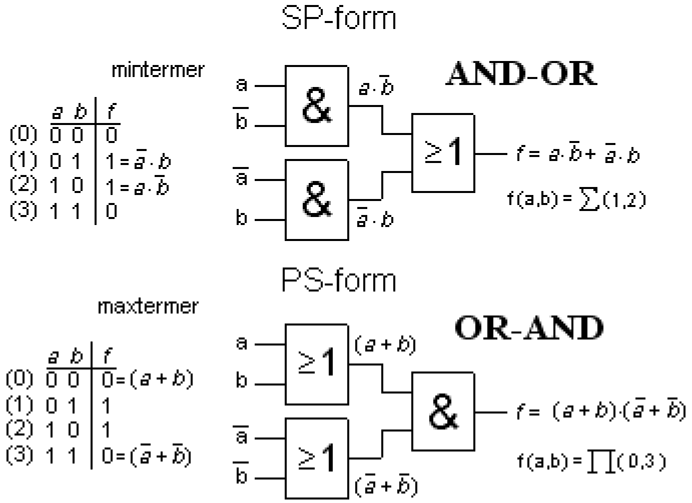


$\sum$ och Π

SP och PS-formerna brukar förenklat uttryckas genom en *uppräkning* av de ingående maxtermernas/mintermernas ordningsnummer:

$f(a,b) = \sum m(1,2)$

$f(a,b) = \Pi M(0,3)$



ÖH 5.3 SP och PS -form

5.3
En minimerad funktion är angiven på SP form (Summa av Produkter).
Ange samma funktion med mintermer som SP, respektive med maxtermer som PS (Produkt av Summor).

$$f(x, y, z) = x\overline{y} + y\overline{z} + \overline{x}z$$

ÖH 5.3

$$f(x,y,z) = x\bar{y} + y\bar{z} + \bar{x}z \quad = x\bar{y}(z+\bar{z}) + (x+\bar{x})y\bar{z} + \bar{x}(y+\bar{y})z =$$

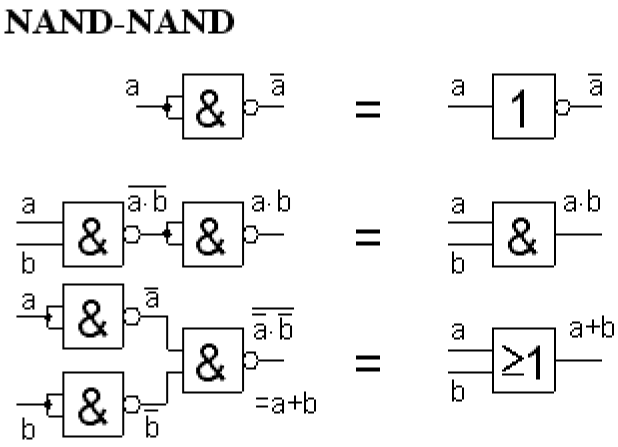
$$= x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$$

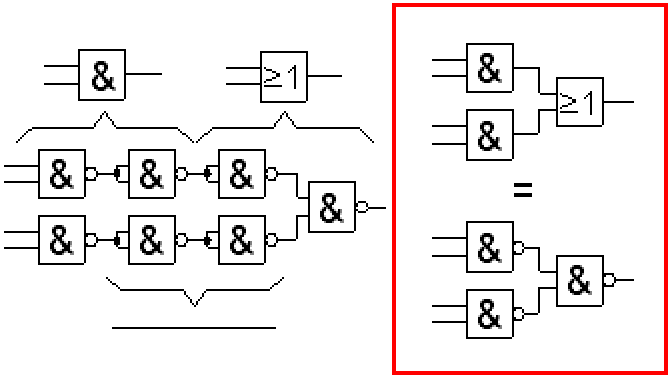
$$\Rightarrow \quad f(x,y,z) = \sum m(001, 010, 011, 100, 101, 110) = \sum m(1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

$$\Rightarrow \quad f(x,y,z) = \prod M(0,7) = (x+y+z)(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})$$

Komplett logik NAND-NAND

OR AND och NOT går att framställa med NAND-grindar. För logik-funktioner på SP-form kan man byta AND-OR grindarna mot NAND-NAND "rakt av".





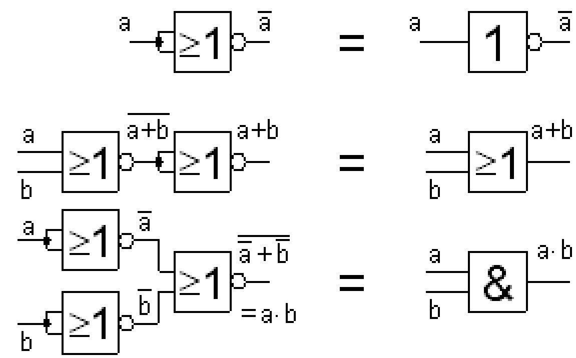
Kostnaden i antal grindar blir densamma!

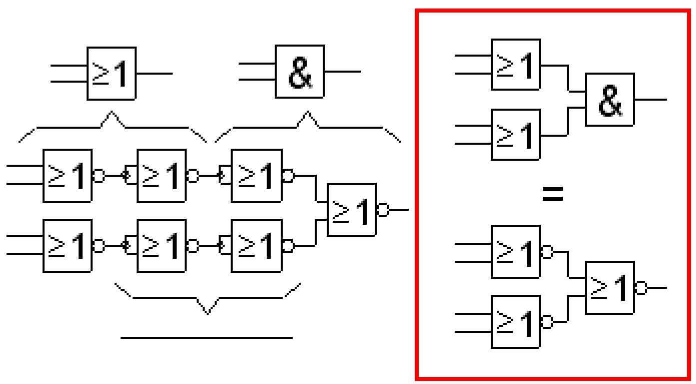
William Sandqvist william@kth.se

Komplett logik NOR-NOR

OR AND och NOT går även att framställa med NOR-grindar. För logikfunktioner på PS-form kan man byta OR-AND grindarna mot NOR-NOR grindar "rakt av".

NOR-NOR

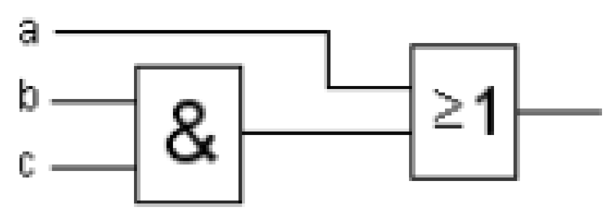




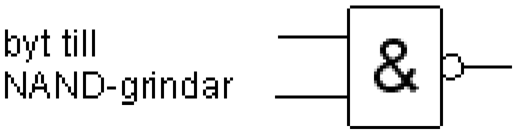
Kostnaden i antal gindar blir densamma!

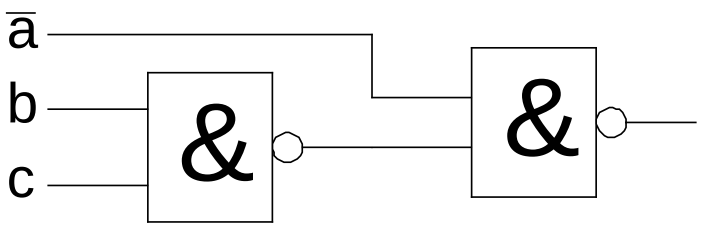
ÖH 5.5 NAND-grindar

5.5
Rita vidstående AND/OR-nät som ett NAND/NAND-nät.



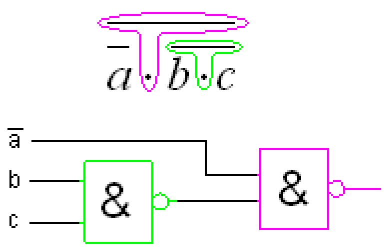
ÖH 5.5





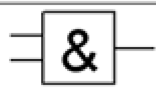
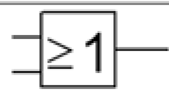
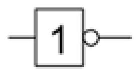
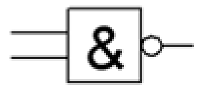
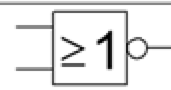
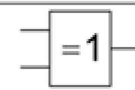
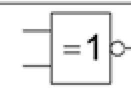
Algebraiskt:

$$a+b\cdot c=\overline{\overline{a+b\cdot c}}=\overline{\overline{a}\cdot\overline{b\cdot c}}$$



(ÖH 4.11) Europeiska och Amerikanska symboler

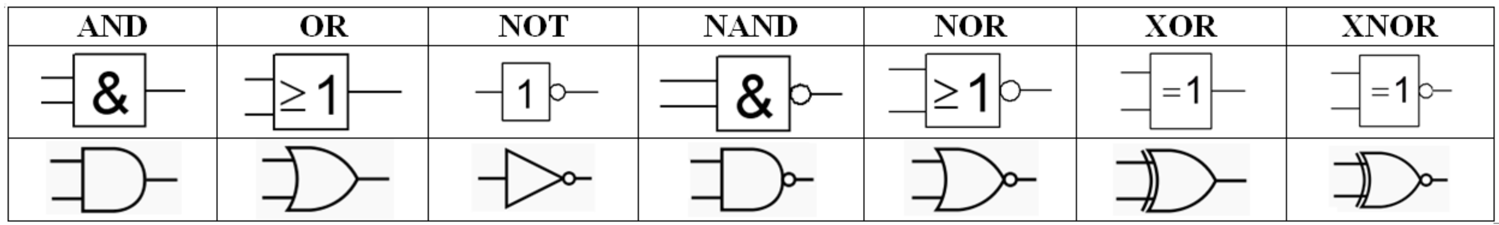
Testa dig själv …

William Sandqvist william@kth.se

(ÖH 4.11) Europeiska och Amerikanska symboler

Testa dig själv …



William Sandqvist william@kth.se