Institutionen för Matematik

SF1670
Flervariabelanalys
Läsåret 2014/2015

Seminarieuppgift 3

Se www.kth.se/social/course/SF1670 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med en inlämning. Lös uppgifterna 1-3 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och personnummer på varje blad. När serminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Avsnitt	Rekommenderade uppgifter
12.8	13, 17
12.9	1, 3, 5, 7, 11
13.1	5, 7, 9, 19, 23, 25
13.2	3, 5, 9, 15
13.3	3, 9, 11, 15
13.4	1, 3

UPPGIFTER

Uppgift 1. Låt f vara funktionen som ges av $f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - 2y^2$ för alla realla x, y.

(a) Bestäm alla stationära punkter för f.
(b) Bestäm Taylorpolynomet av andra ordningen för f vid alla stationära punkter.
(c) Avgör vilken typ de olika stationära punktera har.

Uppgift 2. Funktionerna f och g ges av

$$f(x, y) = \frac{\sin x + \sin y}{2} \qquad \text{och} \qquad g(x, y) = \sin x \sin y$$

för alla (x, y) i $\mathbb{R}^2$.

(a) Bestäm alla stationära punkter till f.

(b) Bestäm alla stationära punkter till g.

(c) Rita ut de stationära punkterna till f tillsammans med nivåkurvorna $f(x, y) = 0$. Markera vilka som är maxima, minima eller varken eller.

(d) Rita ut de stationära punkterna till g tillsammans med nivåkurvorna $g(x, y) = 0$. Markera vilka som är maxima, minima eller varken eller.

(e) Jämför resultaten från (c) och (d) och diskutera likheter och skillnader.

Uppgift 3. Om vi vill se var grafen för en funktion f i två variabler är som brantast kan vi se på var beloppet av gradienten är som störst. Istället för att se på beloppet $|\operatorname{grad} f|$ kan vi se på kvadraten av beloppet $|\operatorname{grad} f|^2$.

(a) Inför två extra variabler u och v med bivillkoren $u = \frac{\partial f}{\partial x}$ och $v = \frac{\partial f}{\partial y}$. Använd Lagranges metod för att ställa upp de ekvationer som behövs för att finna maximim för $u^2 + v^2$ under dessa två bivillkor.

(b) Visa att ekvationerna kan yttryckas som

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(c) Använd metoden från del (a) och (b) för att bestämma var grafen för funktionen $f(x, y) = \sin x + \sin y$ är som brantast.

(d) Använd metoden från del (a) och (b) för att bestämma var grafen för funktionen $f(x, y) = \sin x \sin y$ är som brantast.