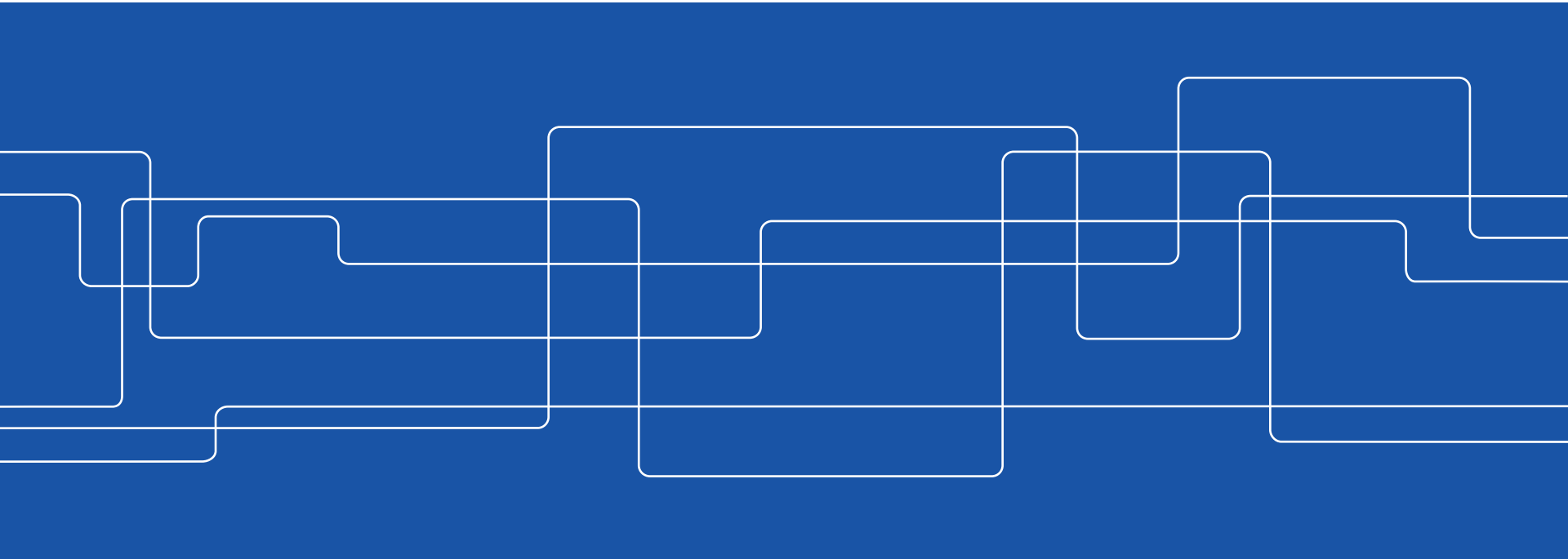




EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 6:
Kompensering (forts.), robusthet och känslighet





Kursinfo: Extra material

- **Introduktion till Laplacetransformen:**
<https://www.kth.se/social/upload/527ac1d0f276540a852d04e9/laplace3.pdf>
- **Extra material om Nyquistkriteriet:**
<https://www.kth.se/social/files/5468c221f276541a43a8b526/Nyquistkriteriet.pdf>
- **Repetition av komplexa tal:**
<https://www.kth.se/social/upload/4fce1a4df276543a98000012/komplexatal.pdf>



Kursinfo: Lab2

- Lab2 betydligt mer krävande än Lab1. Noggranna förberedelser **nödvändiga**
 1. Gör förberedelseuppgifter i labpek
 2. Gå in på Bilda och testa så du kan lösa övningsskrivningarna
 - För att få göra Lab2 krävs att du klarar minst 4 av 5 slumpade frågor från övningsskrivningarna (på c:a 5 minuter, utan hjälpmedel)



Kursinfo: Lab3

- Anmälningssystemet till Lab3 under bilda.kth.se är aktiverat
- **Denna labb ska redovisas i par! Se till så du anmäler dig till samma tillfälle som din labbpartner**
- Ingen partner för Lab3? Använd kurshemsidan på KTH Social för att hitta partner!



Kursinfo: Tentan

Meddelande från Hanna:

Nu ligger anmälan för tentamen uppe på "Mina sidor".

Det gäller den ordinarie tentan för Reglerteknik AK nu i period 2 och omtentan för period 1.

Ni får välja vilket utav dessa tentamenstillfällen ni vill men det är endast tillåtet att anmäla sig till ett tillfälle.



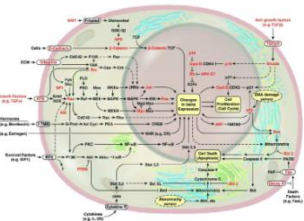
SURF-student på Caltech?



Summer Undergraduate Research Fellowships

- ✓ Vill du prova på att forska?
- ✓ Är du intresserad av reglerteknik?
- ✓ Är du ambitiös och initiativrik?
- ✓ Har du inget inplanerat nästa sommar?
- ✓ Är du nyfiken på Kalifornien?

Systembiologi



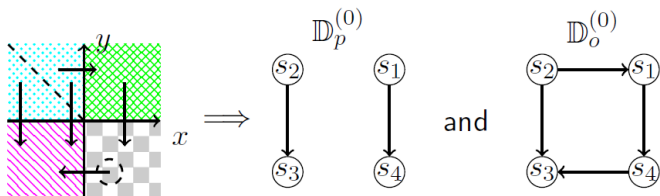
Regulatordesign



Vi på avdelningen för reglerteknik vid skolan för elektro- och systemteknik har möjlighet att skicka 1-2 teknologer till *California Institute of Technology* (www.caltech.edu) i *Pasadena, Kalifornien*, under sommaren 2015.

Vi söker *teknologer* på KTH som är intresserade av forskning inom regler- och systemteknik, och vill spendera 10 veckor i en forskargrupp av högsta internationella klass. Anmäl intresse senast den **26 november 2014**. Intresserad eller vill veta mer?

Verifierbara styrsystem



Kontakta *Henrik Sandberg* (hsan@kth.se) people.kth.se/~hsan/surf.html

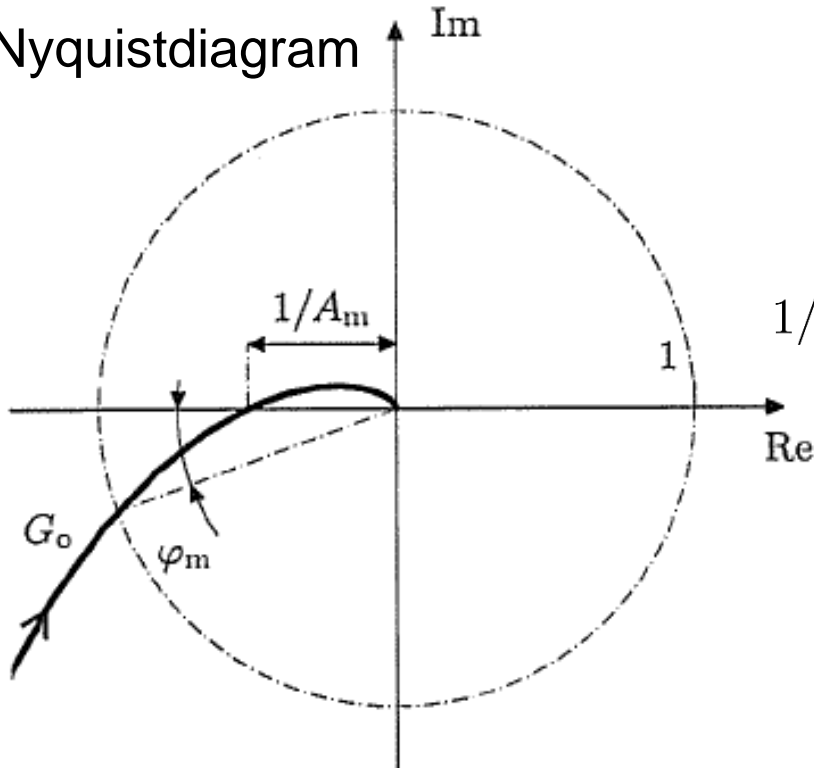


Dagens program

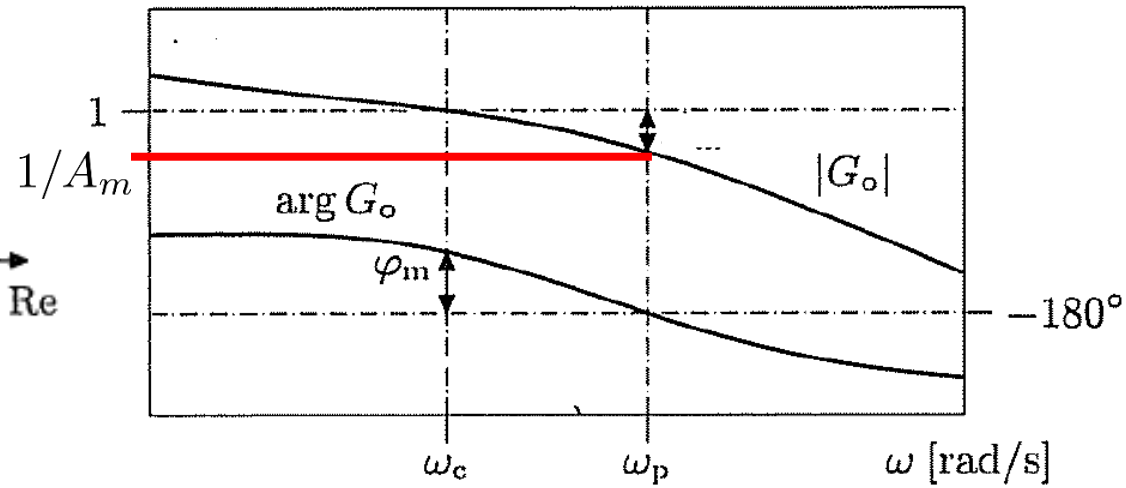
- Stabilitetsmarginaler, specifikation av prestanda i tids- och frekvensplanet (repetition, slides)
- Kompensering (forts., slides)
- Icke-minfssystem (tavlan)
- Robusthet – Stabilitet trots modellfel (tavlan)
- Känslighet – Reglerprestanda trots störningar (tavlan)

Amplitud- och fasmarginal

Nyquistdiagram



Bodediagram



Fas-skärfrekvens ω_p och amplitudmarginal A_m

Skärfrekvens ω_c och fasmarginal φ_m

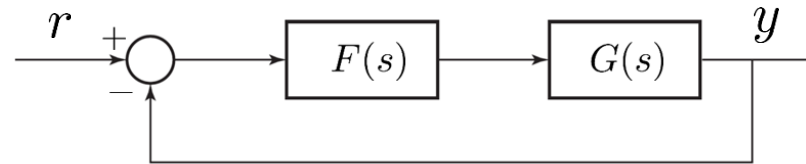
Mäter avstånd till instabilitetspunkten (-1)

Specifikationer för slutna systemet

$$G_o(s) = F(s)G(s)$$

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(G(s) \frac{1}{s} \right)$$

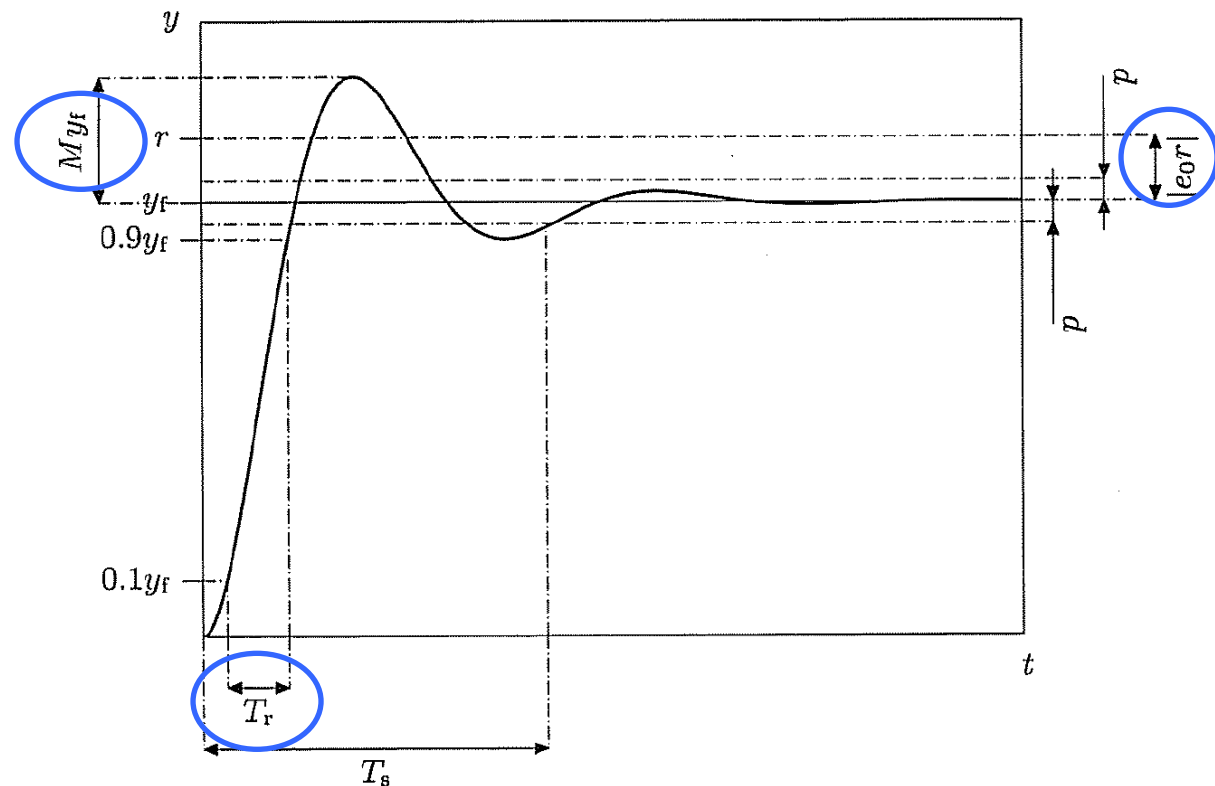


I tidsplanet:

Snabbhet T_r

Dämpning M

Statiskt fel e_0

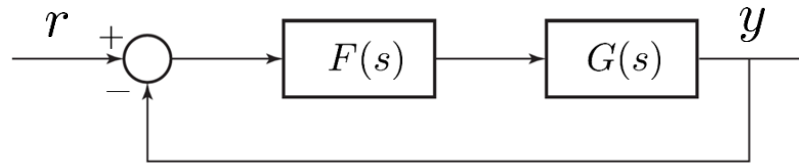


Specifikationer för slutna systemet

$$G_o(s) = F(s)G(s)$$

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(G(s) \frac{1}{s} \right)$$



I frekvensplanet

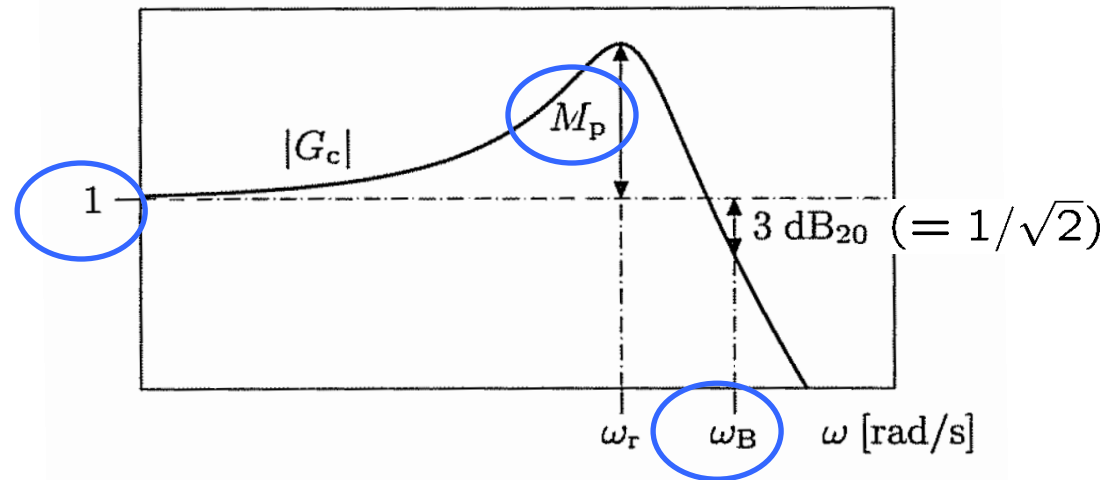
Snabbhet: Bandbredd ω_B

$$(|G_c(i\omega)| \approx 1, \omega < \omega_B)$$

Dämpning: Resonanstopp M_p

$$\left(\max_{\omega} |G_c(i\omega)| \right)$$

Statiskt fel: $e_0 = 1 - G_c(0)$

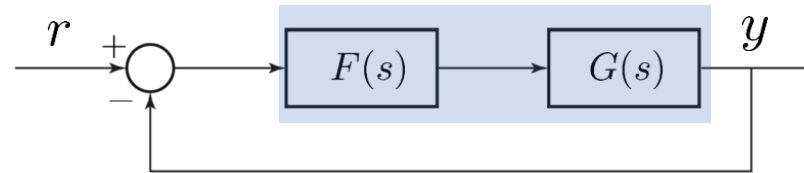


Motsvarande specifikationer för öppna systemet

$$G_o(s) = F(s)G(s)$$

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(G(s) \frac{1}{s} \right)$$

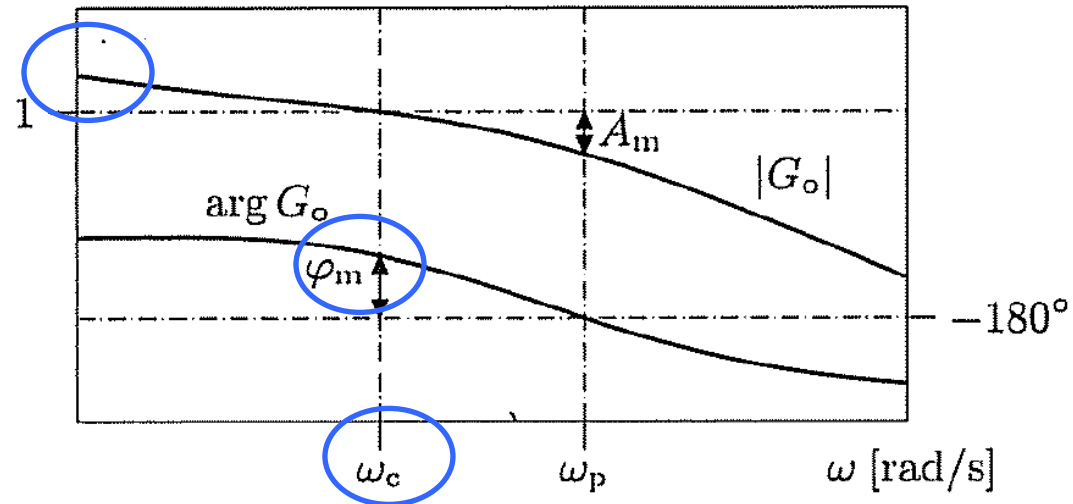


I frekvensplanet

Snabbhet: Skärfrekvens ω_c
 ($\omega_c \approx \omega_B$)

Dämpning: Fasmarginal φ_m
 ($M_p \geq 1/\varphi_m$ [1/rad])

Statiskt förstärkning: $G_o(0)$
 ($e_0 \approx 1/|G_o(0)|$)



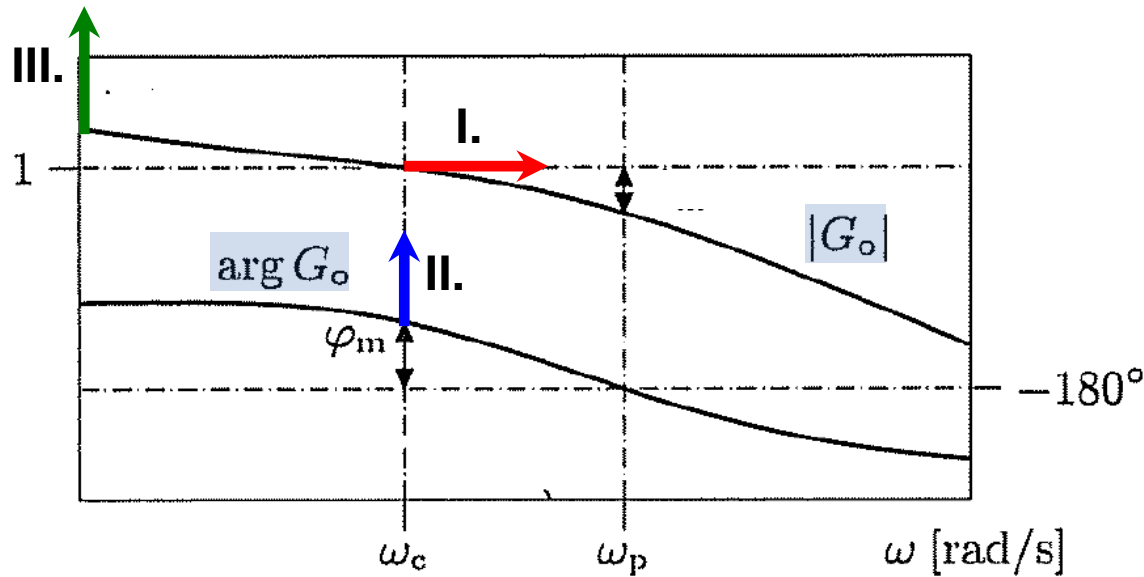
Specifikationer för kompensering av G_o

Krav på:

I. Snabbhet $T_r \sim 1/\omega_B \sim 1/\omega_c$

II. Dämpning $M \sim M_p \geq 1/\varphi_m$

III. Statiskt fel (stegsvar) $e_0 = 1 - G_c(0) = \frac{1}{1 + G_o(0)}$





Kompensering

Typisk kompenseringslänk:

$$F(s) = \underbrace{K}_{\text{fixar } \omega_c} \underbrace{\left(\frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1} \right)^N}_{\text{fixar } \varphi_m} \underbrace{\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}}_{\text{fixar } G_o(0)}$$

Idé: Använd $F(s)$ för att forma kretsförstärkningen $G_o(i\omega) = F(i\omega)G(i\omega)$ så att den uppfyller krav på:

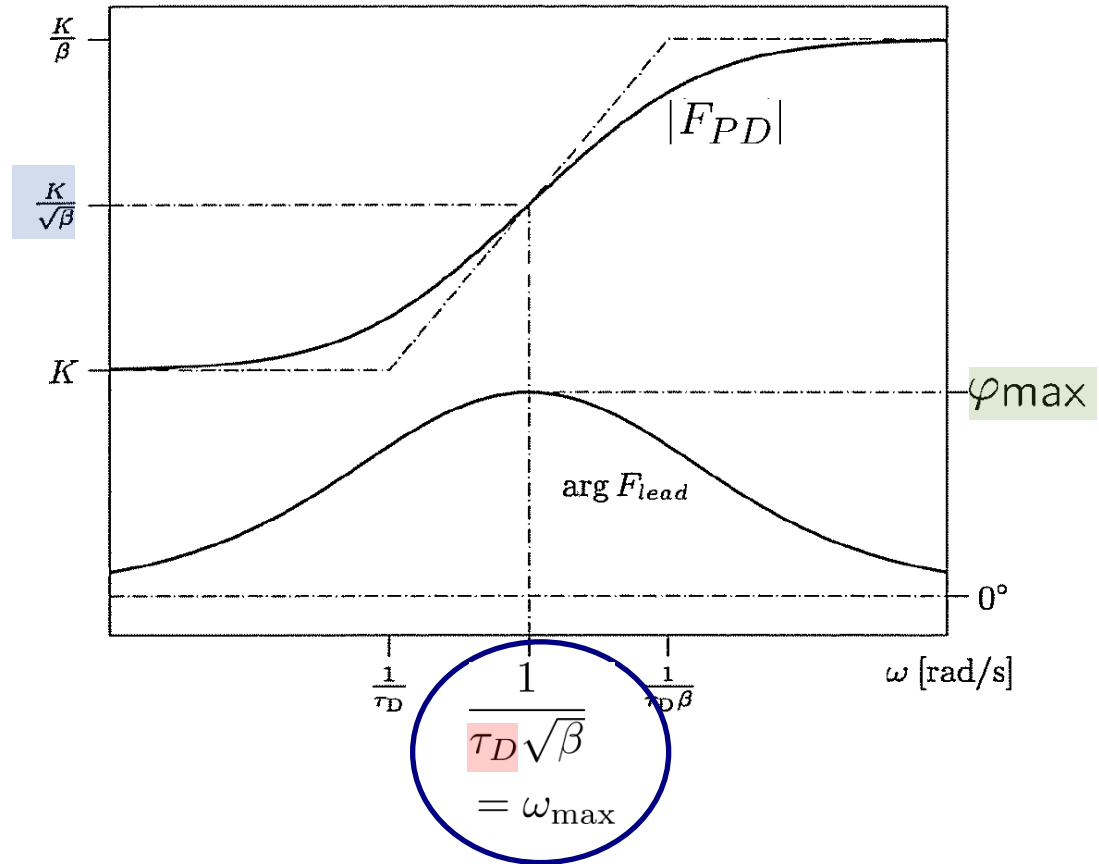
- Skärfrekvens ω_c
- Fasmarginal φ_m
- Statiskt förstärkning $G_o(0)$

OBS! $N = 1, \beta = 0, \gamma = 0$ ger PID-regulator

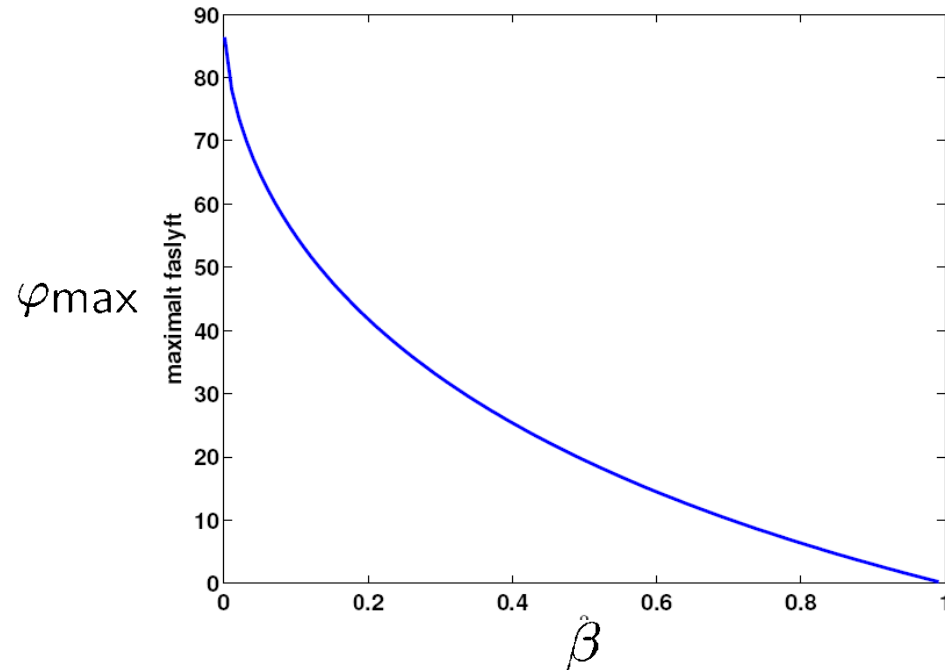
I+II: Kompensering med PD-länk

$$F_{PD}(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1}$$

- **Fördel:** positivt fasbidrag (faslyft)
- **Nackdel:** Stor förstärkning vid höga frekvenser



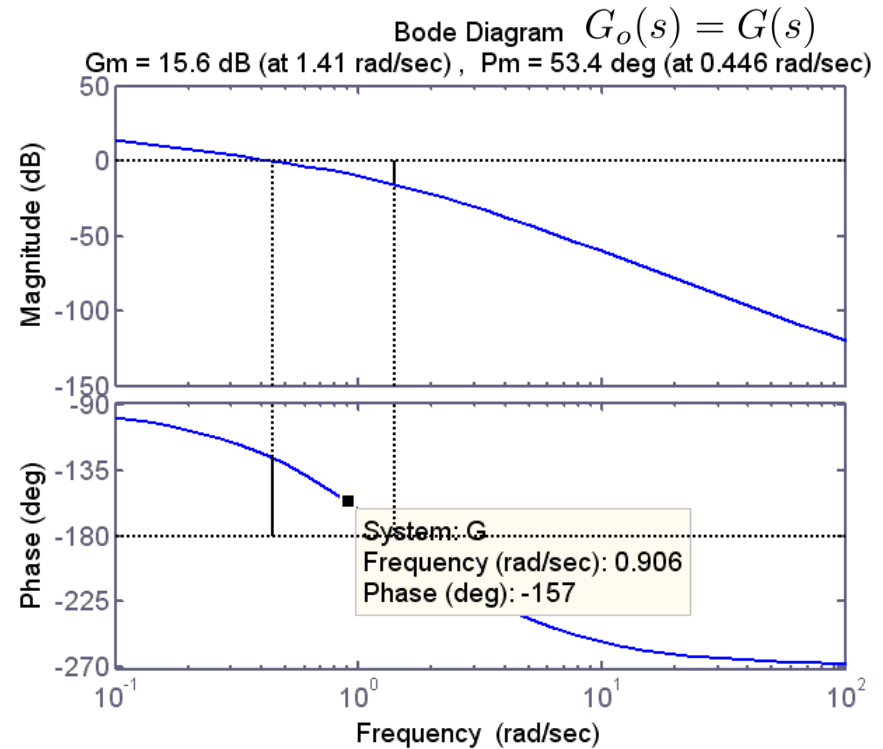
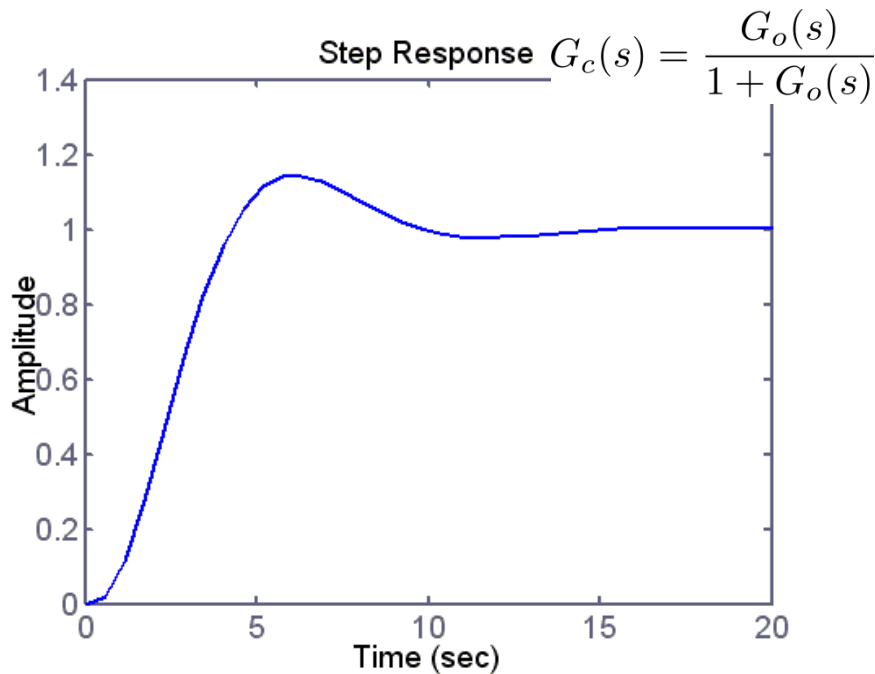
Maximalt faslyft beror på β



1. Bestäm β så att fasökning blir tillräckligt stor
2. Bestäm τ_D så att $\omega_c = \omega_{\max} = \frac{1}{\tau_D \sqrt{\beta}}$
3. Bestäm K så att $|F(i\omega_c)G(i\omega_c)| = 1$

Exempel (I+II): PD-länk

$$G_o(s) = G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$



Specifikation: Gör slutna systemet dubbelt så snabbt och bibehåll dämpning
Översatt på öppna systemet: Dubbla ω_c och bibehåll φ_m



Att välj en PD-länk

1. $\varphi_m = 53^\circ$ vid $\omega_c = 0.45$ rad/s. $\varphi_m = 23^\circ$ vid $\omega_c = 2 \cdot 0.45 = 0.9$ rad/s. Öka fasen med $30^\circ \Rightarrow \beta = 0.35$
2. 0.9 rad/s = $\omega_c = \omega_{\max} = \frac{1}{\tau_D \sqrt{\beta}} \Rightarrow \tau_D = 1.88$
3. $1 = |G(i\omega_c)F_{PD}(i\omega_c)|$, $\omega_c = 0.9$ rad/s $\Rightarrow K = 1.56$

$$F(s) = F_{PD}(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1} = 1.56 \frac{1.88s + 1}{0.66s + 1}$$

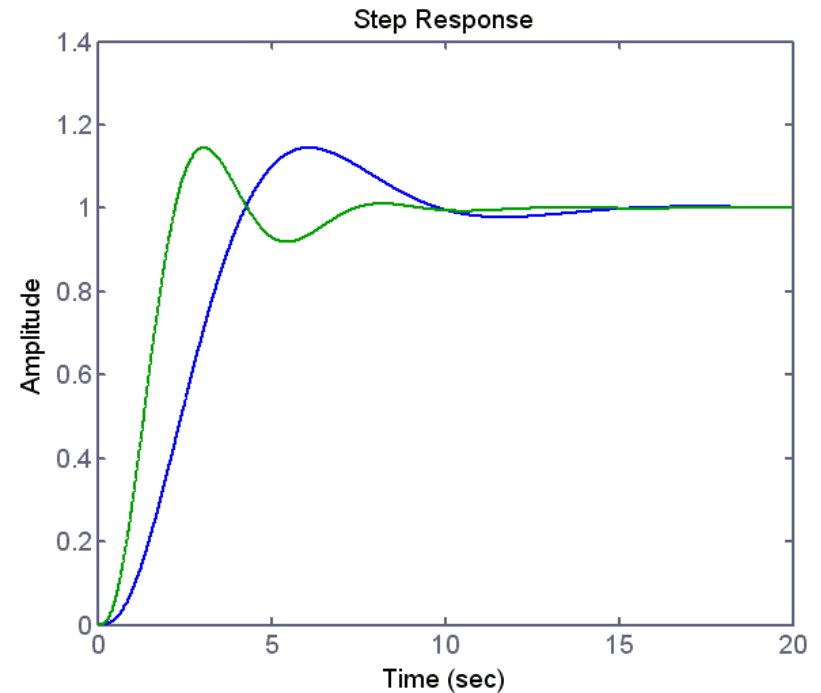
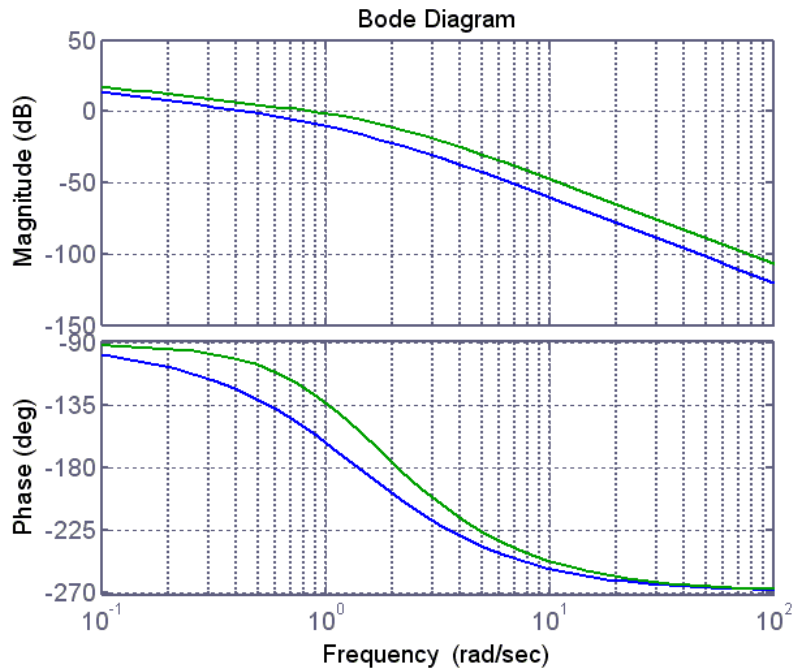
Exempel (I+II): Validering

$$G_c^{\text{uncomp}} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

$$G_c^{\text{comp}} = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)}$$

$G(s)$

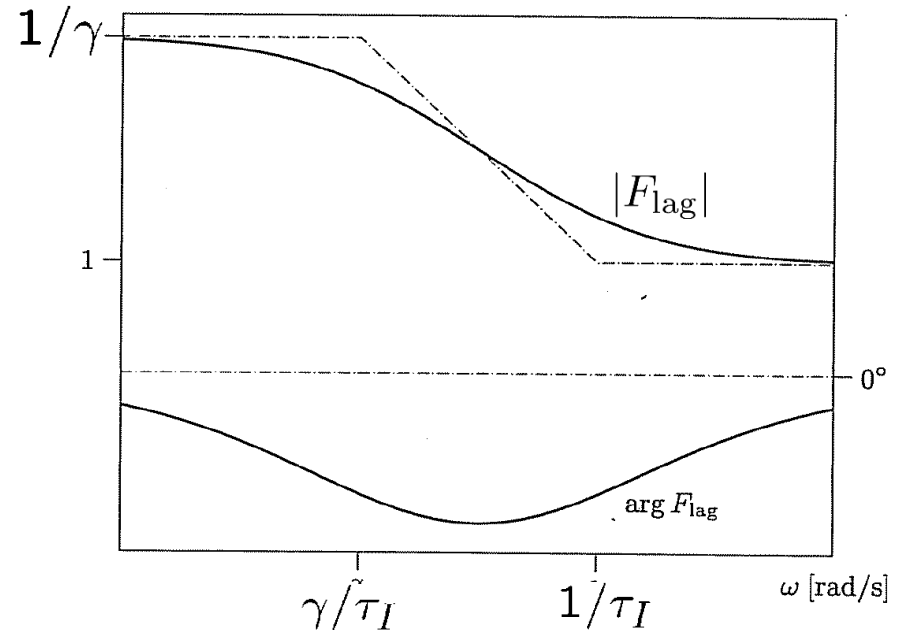
$F(s)G(s)$



Specifikation: Gör slutna systemet dubbelt så snabbt och bibehåll dämpning
Översatt på öppna systemet: Dubbla ω_c och bibehåll φ_m

III: Kompensering med lag-länk

$$F_{\text{lag}}(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$



- **Fördel:** Ger stor lågfrekvent förstärkning. Minskar statistiskt fel med ungefär $1/\gamma$ (se övning för exakt analys)
- **Nackdel:** Minskar fasmarginalen. Välj τ_I tillräckligt stort (tumregel: Välj $\tau_I = 10/\omega_c$ så minskar fasen med 6°)



Icke-minfassystem (Nytt för idag)

Anta $G(s)$ stabil och $G(0) > 0$

- **Minfassystem:** systemets asymptotiska fas ϕ proportionell mot asymptotiska amplitudkurvas lutning i log-log-diagram

$$\phi = \underbrace{\frac{d \log |G(i\omega)|}{d \log \omega}}_{\text{lutning}} \cdot 90^\circ$$

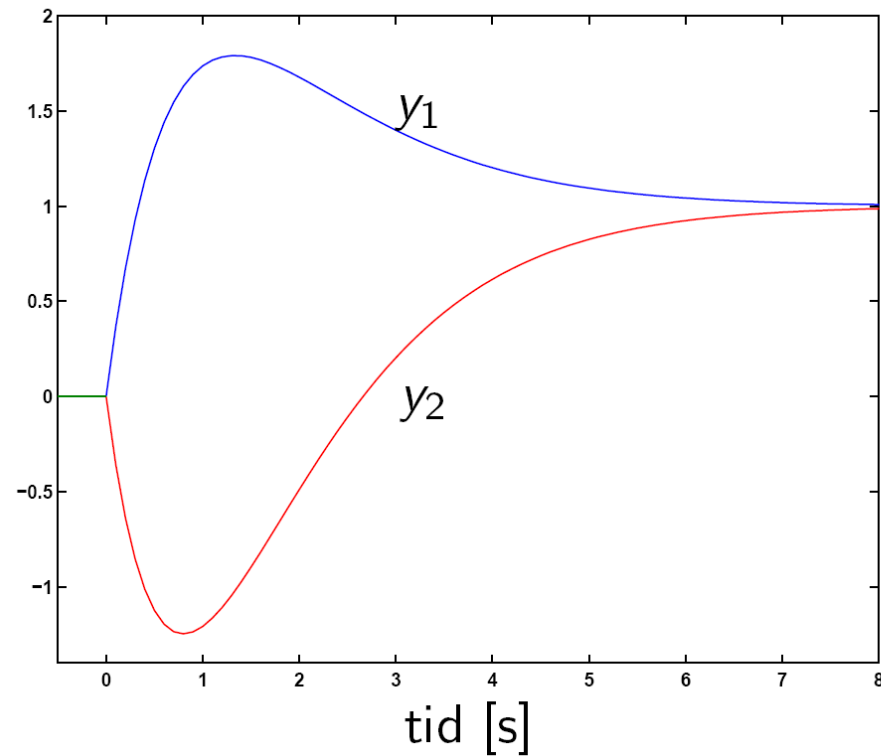
- **Icke-minfassystem:**

$$\phi < \underbrace{\frac{d \log |G(i\omega)|}{d \log \omega}}_{\text{lutning}} \cdot 90^\circ$$

- Icke-minfas orsakas av **nollställen i komplexa högra halvplanet (HHP)** och **tidsfördröjningar**

Betydelse av nollställe för stegsvar

$$G_1(s) = \frac{4s + 1}{(s + 1)^2}, \quad G_2(s) = \frac{-4s + 1}{(s + 1)^2},$$





Betydelse av nollställe för stegsvar

$$G_1(s) = \frac{4s + 1}{(s + 1)^2}, \quad G_2(s) = \frac{-4s + 1}{(s + 1)^2},$$

Begynnelsevärdesteoremet ger:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \dot{y}_1(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot s \cdot \frac{4s + 1}{(s + 1)^2} \frac{1}{s} = 4$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \dot{y}_2(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot s \cdot \frac{-4s + 1}{(s + 1)^2} \frac{1}{s} = -4$$

Nollställe i HHP \Rightarrow Stegsvvar går initialt åt "fel" håll



Quiz

(1) Vad testar robusthetskriteriet?

- a) Om det verkliga återkopplade systemet är stabilt.
- b) Om det modellerade återkopplade systemet är stabilt.
- c) Om det verkliga öppna systemet är stabilt.
- d) Om det modellerade öppna systemet är stabilt.



Quiz

(2) Vad betyder det att

$$|G_c(i\omega)| > \frac{1}{|\Delta_G(i\omega)|}$$

för det verkliga systemets Nyquistkurva?

- a) Nyquistkurvan omsluter -1 minst en gång.
- b) Nyquistkurvan omsluter -1 exakt en gång.
- c) Nyquistkurvan omsluter inte -1.
- d) Robusthetskriteriet säger ingenting om Nyquistkurvan.



Quiz

(3) Hur beror känsligheten, $|S(i\omega)|$, på kretsförstärkningen?

- a) Om kretsförstärkningen är stor blir känsligheten stor.
- b) Om kretsförstärkningen är stor blir känsligheten liten.
- c) De är inte kopplade till varandra.
- d) Kretsförstärkningen är begränsad av känsligheten men har ingen påverkan på den.