

REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2014–10–31, kl 8:00 – 13:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosor.
Observera att slides av föreläsningar och övningsmaterial
(övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Bo Wahlberg 08 790 72 42

Resultat: Anslås på
<https://www.kth.se/student/minasidor/>
senast 2014-11-20.

Lycka till!

1. (a) Låt $u(t) = 10 \sin(\pi t)$, $t \geq 0$, vara insignal till ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

Antag att initialvärdet är noll och beräkna motsvarande utsignal $y(t)$ för $t \geq 0$. (2p)

- (b) Skissa Nyquistkurvan för

$$G_o(s) = \frac{1}{s}$$

samt ange skärfrekvens och fasmarginal. (3p)

- (c) En regulator har överföringsfunktionen

$$F(s) = \frac{s + 3}{s + 9}$$

från reglerfel $e(t)$ till styrsignal $u(t)$. Vi vill implementera motsvarande tidsdiskreta regulator med hjälp av Tustins formel och samplingsintervall $T = 0.1$. Ange motsvarande differensekvation. (2p)

- (d) Antag att vi vill reglera det oscillativa systemet

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

med en PD-regulator

$$u(t) = K[e(t) + T_D \frac{d}{dt} e(t)]$$

Beräkna K och T_D så att det slutna systemets poler hamnar i -2 och -3 . (3p)

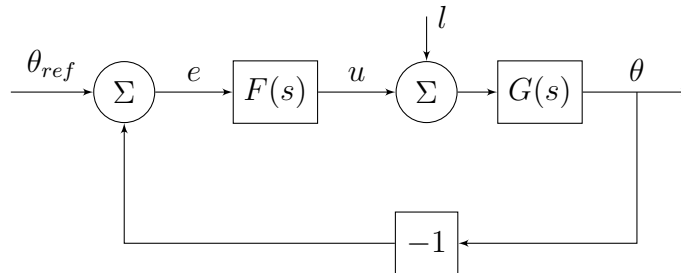
2. Överföringsfunktionen för en DC-motor kan beskrivas med

$$G(s) = \frac{2000}{s(s + 60)}$$

Systemets utsignal är vinkeln $\theta(t)$ och insignal är pålagd spänning $u(t)$. Vi vill konstruera en regulator

$$F(s) = K \frac{s + b}{s + a}$$

för att reglera DC-motorn enligt Figur 1.



Figur 1: Blockdiagram för det återkopplade systemet för Uppgift 2).

(a) Antag en konstant referenssignal θ_{ref} och en konstant störning l . Visa att $a = 0$ i $F(s)$ krävs för stationärt reglerfel $e = 0$, givet att motsvarande återkopplade system enligt ovan är stabilt. (2p)

(b) Vi vill analysera val av K och b i regulatorn

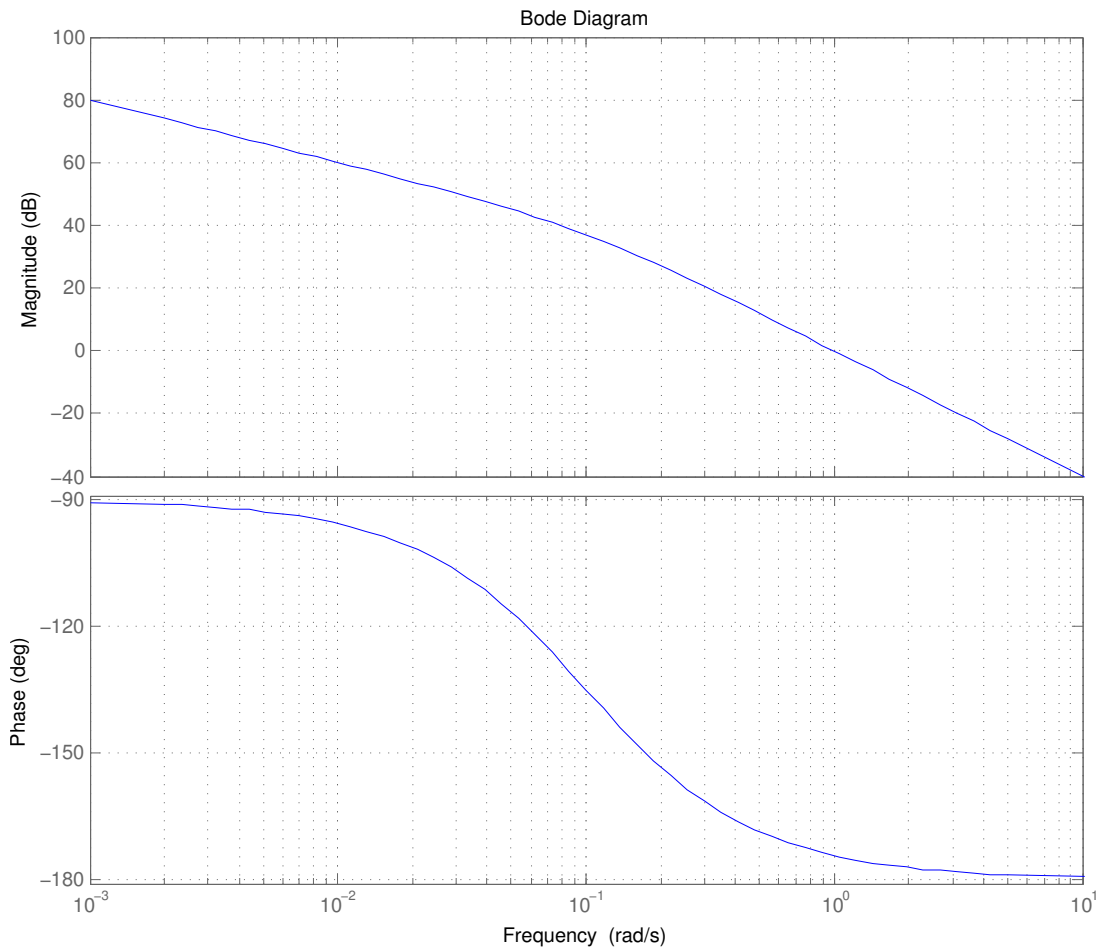
$$F(s) = K \frac{s + b}{s}.$$

genom att rita rotort för det återkopplade systemets poler med avseende på $K > 0$ för $b > 0$. Använd rotorten för att bestämma för vilka värden på K och b som det återkopplade systemet är stabilt. (6p)

(c) Antag att vi har en osäkerhet i systemets pol i -60 , men vet att den ligger i intervallet mellan -50 och -70 .

Använd rotorten i Uppgift 2b) för att avgöra hur detta påverkar valet av K och b så det återkopplade systemet blir stabilt. (2p)

3. Ett system med överföringsfunktion $G(s)$ skall regleras med hjälp av en lead-länk. Bode diagrammet för $G(i\omega)$ ges i Figur 2. Observera att förstärkningen ges i dB, dvs $20 \log_{10} |G(i\omega)|$.



Figur 2: Bodediagram för $G(i\omega)$ i Uppgift 3.

- (a) Bestäm överföringsfunktionen $G(s)$ från Bodediagrammet. (2p)

- (b) Konstruera en regulator

$$F(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1}$$

så att vi får

- skärfrekvens: $\omega_c = 0.3$ rad/sec,
- fasmarginal: $\varphi = 45^\circ$.

(5p)

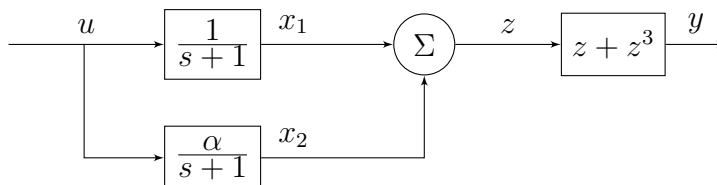
(c) Antag att vi vill höja fasmarginalen med ytterligare 20° . Vi har följande val:

(i) Minska β i regulatorn framräknad i Uppgift 3b) så vi får fasmarginal 65° .

(ii) Konstruera ytterligare en leadlänk som fasavancerar 20° .

Vilken metod är att föredra ifall vi vill minimera förstärkningen hos resulterande regulatorn för höga frekvenser? Motivera genom att räkna ut högfrekvensförstärkningen för totala regulatorn för fall i) och ii). (3p)

4. Studera systemet i blockdiagram 3,



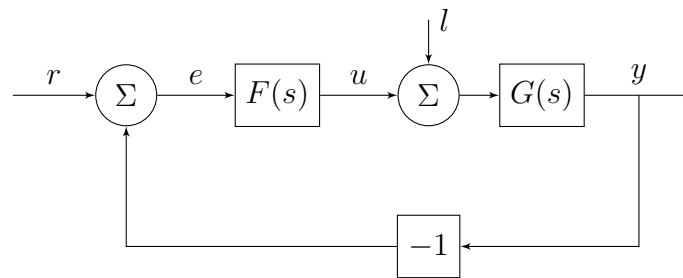
Figur 3: Blockdiagram för Uppgift 4).

- (a) Ta fram en tillståndsbeskrivning för systemet i Figur 3, med tillstånden $x_1(t)$ och $x_2(t)$, insignal $u(t)$ och utsignal $y(t)$. (2p)
- (b) Bestäm en linjäriserad tillståndsbeskrivning för systemet i Figur 3 med tillstånd enligt Uppgift 4a) för $u(t) = u_0$. (3p)
- (c) Antag att $\alpha = 1$, $u_0 = 0$ samt att tillstånden $x_1(t)$ och $x_2(t)$ är mätbara. Vi vill konstruera en tillståndsåterkoppling $u(t) = -l_1x_1 - l_2x_2$. Var kan det återkopplade systemets poler placeras? (3p)
- (d) För vilka värden på α och u_0 är det linjäriserade systemet styrbart? (2p)

5. (a) Bestäm överföringsfunktionerna från referenssignal r och insignalstörning l till utsignal y och styrsignal u i Figur 4. Här är

$$G(s) = \frac{1}{s-1}, \quad F(s) = 2,$$

Är dessa överföringsfunktioner stabila? (1p)



Figur 4: Blockdiagram för det återkopplade systemet för Uppgift 5a).

- (b) Vi vill nu studera om det är möjligt att använda Internal Model Control (IMC) för att implementera motsvarande regulator. Vi försöker då med

$$\bar{Q}(s) = \frac{G_c^a(s)}{G(s)},$$

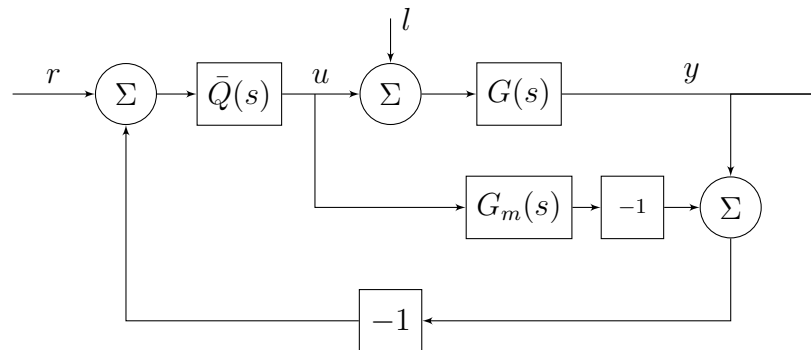
där $G_c^a(s)$ är överföringsfunktionen från r till y framräknad i Uppgift 5 a). Vi implementer sedan det återkopplade systemet i IMC form enligt Figur 5, med

$$G(s) = G_m(s) = \frac{1}{s-1}$$

och med $\bar{Q}(s)$ framräknad enligt ovan.

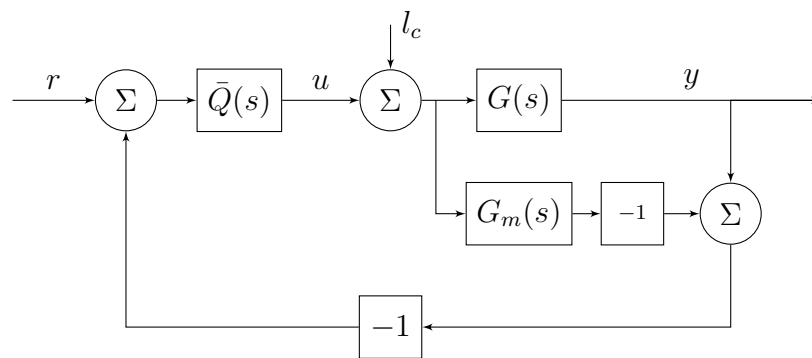
Bestäm överföringsfunktionerna från referenssignal r och insignalstörning l till utsignal y och styrsignal u enligt Figur 5.

Är dessa överföringsfunktioner stabila? (3p)



Figur 5: Blockdiagram för IMC implementerat återkopplat systemet för Uppgift 5b).

- (c) Antag samma förutsättningar som i Uppgift 5b), men att nu insignalstörningen kommer in som i Figur 6. Bestäm överföringsfunktionerna från störningen l_c till utsignal y och styrsignal u i Figur 6. Är dessa överföringsfunktioner stabila? (3p)



Figur 6: Blockdiagram för IMC implementerat återkopplat systemet för Uppgift 5c).

(d) Vi vill nu undersöka krav på $\bar{Q}(s)$ när $G(s)$ är **instabil** så att regulatorn

$$F(s) = \frac{\bar{Q}(s)}{1 - \bar{Q}(s)G(s)}$$

ger ett stabilt återkopplat system enligt Figur 4, och räknar ut motsvarande överföringsfunktioner som i uppgift 5a). Vi antar att eventuella gemensamma poler och nollställen $F(s)$ har förkortats innan implementering. Svaret blir

$$\begin{aligned}U(s) &= \bar{Q}(s)R(s) - \bar{Q}(s)G(s)L(s) \\Y(s) &= G(s)\bar{Q}(s)R(s) + [1 - G(s)\bar{Q}(s)]G(s)L(s)\end{aligned}$$

Antag att

- $\bar{Q}(s)$ är stabil
- $[1 - G(s)\bar{Q}(s)]G(s)$ är stabil efter förkortning av gemensamma nollställen och poler.

Bevisa att dessa två antaganden medför att också $G(s)\bar{Q}(s)$ är stabil, dvs det återkopplade systemet enligt Figur 4 är stabilt. (3p)