KTH ROYAL INSTITUTE
OF TECHNOLOGY

EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 10:
Regulatorstrukturer

Kursinfo: Administration

- För frågor kring Bilda, labbanmälan, kurshemsida, etc.: kontakta Anneli Ström annelist@ee.kth.se (Hanna är sjukskriven)

- För frågor kring resultatrapportering, registreringar, kursmaterial: kontakta som innan STEX stex@ee.kth.se

Kursinfo: Tentamen

- Ordinarie tentamenstillfälle är lördagen den 17/1 kl.09.00-14.00
- Obligatorisk föranmälan ska ske senast två veckor före tentamentillfället på Mina sidor (Mina sidor-Tentamen-Mina tentor)
- Tillåtet att gå upp på omtenta för EL1000 period 1 istället (fredagen den 9/1 kl.08.00-13.00)
- **OBS! Ej tillåtet att gå upp på båda dessa tentor. Välj en!**

Kursinfo: Resterande kursprogram

- Föreläsning 10 (idag): Regulatorstrukturer
- Föreläsning 11 (5 december): Implementering
  - Efter föreläsningen kan de som vill besöka vårt fordonslabb. Ska försöka ordna ett besök även efter föreläsning på måndag
- Föreläsning 12 (8 december): Sammanfattning
  - Repetition enligt önskemål
  - Skicka önskemål till hsan@kth.se senast den 5 december
  - Lösning av tentatal

Dagens program

- Tillståndsåterkoppling och observatör (repetition, slides)
- Tillståndsåterkoppling med observatör (tavlan)
- Kaskadregulator (tavlan)
- Framkoppling (tavlan)

Tillståndsmodeller

- Linjär tillståndsbeskrivning

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t) \in \mathbb{R}^n$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \quad u(t), y(t) \in \mathbb{R}$$

- Vektorn $x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$ kallas systemets tillstånd

- $x(t)$ innehåller den information som behövs för att räkna ut framtida $y(t)$, givet framtida $u(t)$

- Lösningsformel:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

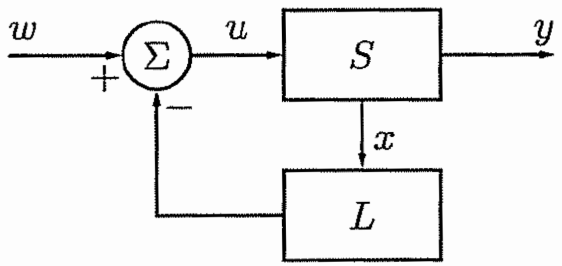
- Matrisexponentialfunktion: e^{At}

Tillståndsåterkoppling

- Antag att vi kan mäta alla tillstånd x. Återkoppla med allt vi kan mäta!

$$u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$$

$$L = \begin{pmatrix} l_1 & \dots & l_n \end{pmatrix}$$

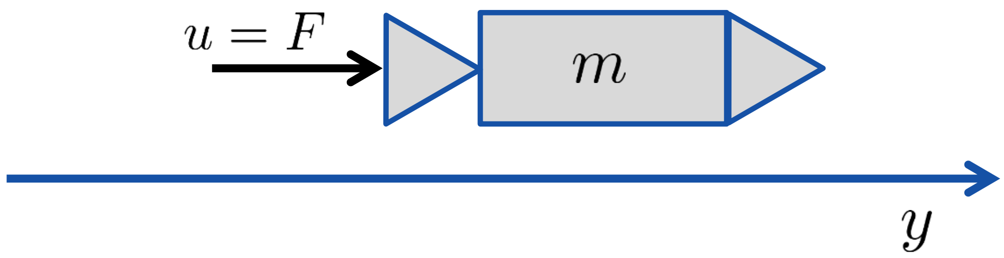


Slutna systemets poler ges av $\det(sI - A + BL) = 0$

- n ekvationer och n obekanta (L)
- Lösbart ekvationssystem om S *styrbart*
- Polerna (egenvärdena) kan läggas var du vill!

$$G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1} B l_0$$

Exempel från Föreläsning 9: Raketen



- Vi vill styra raketens position $y(t)$ till referenspositionen $r(t)$ genom att variera dragkraften $u(t)$

- Antag att vi kan mäta positionen $y(t)$ och farten $\dot{y}(t)$

Exempel från Föreläsning 9: Raketen

$x_1 = y =$ raketens position

$x_2 = \dot{y} =$ raketens fart

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Tillståndsåterkoppling: $u = -(l_1 \;\; l_2)x + l_0 r$

Välj var polerna ska ligga. T.ex., välj ω_0 och ζ och ansätt:

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

Jämför med $\det(sI - A + BL) = 0 \;\; \Rightarrow s^2 + \frac{l_2}{m} s + \frac{l_1}{m} = 0$

$$\boxed{\Rightarrow l_1 = m\omega_0^2, \quad l_2 = 2m\zeta\omega_0,} \qquad (l_0 = m\omega_0^2)$$

Slutna systemet: Steg i referensen $r(t)$

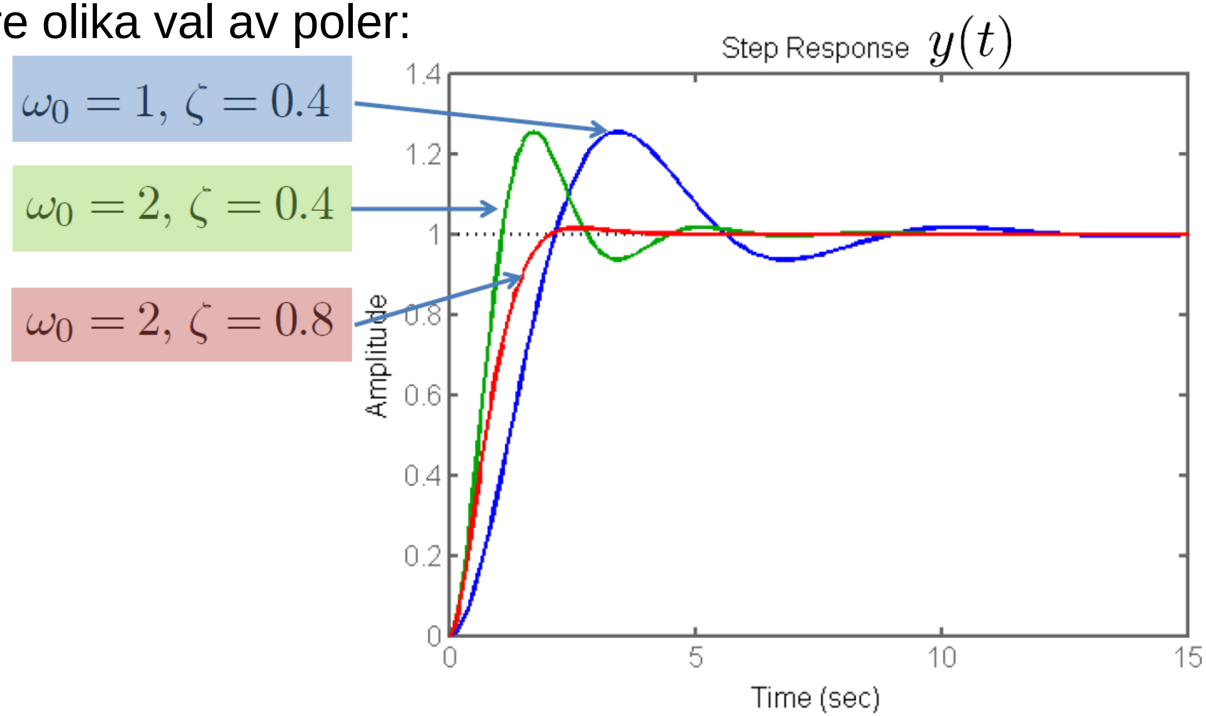
$$G_c(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\zeta = \cos(\phi)$$

Snabbhet: ~1/stigtid $\approx \omega_0 e^{-\phi/\tan(\phi)}$

Dämpning: ~1/översläng $\approx e^{\alpha}$, $\alpha = \dfrac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

Tre olika val av poler:

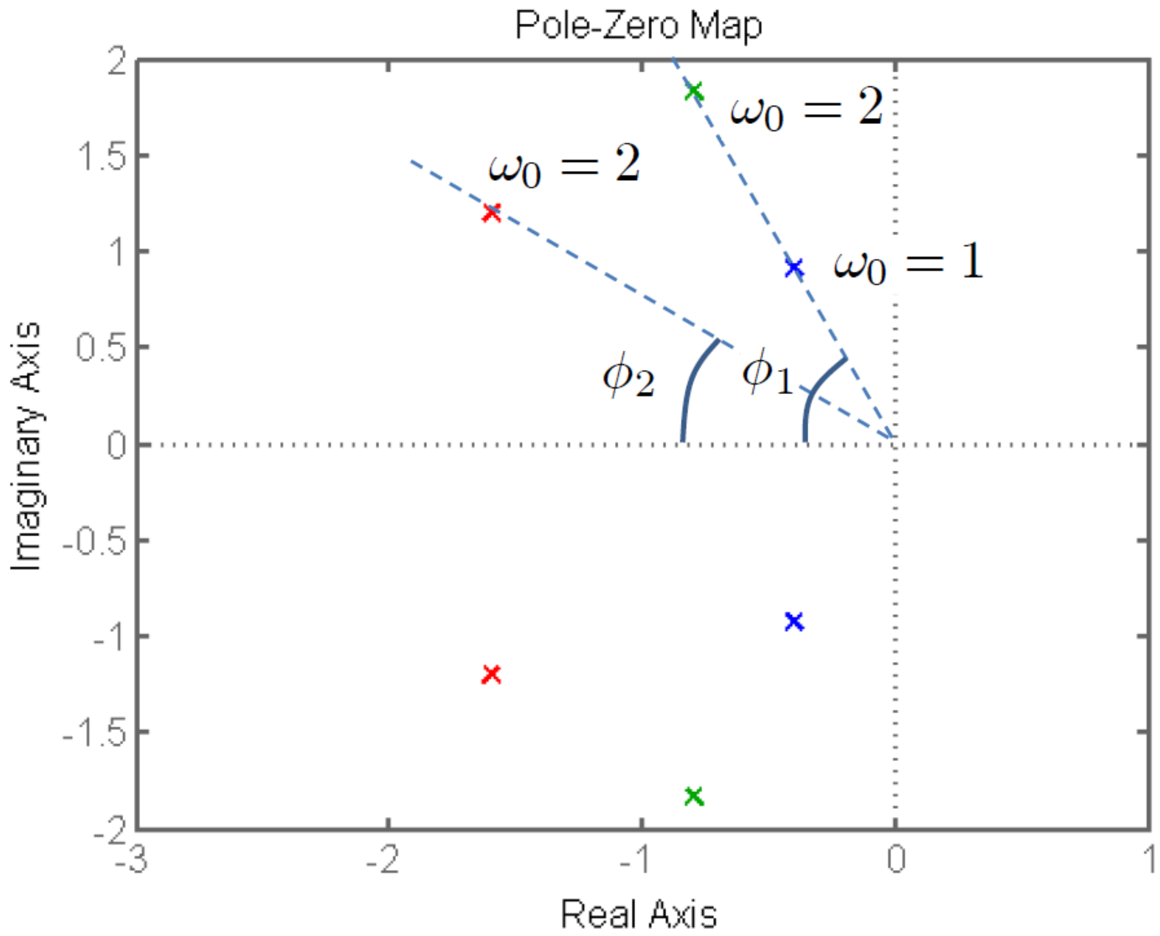


(Glad & Ljung: Exempel 3.3)

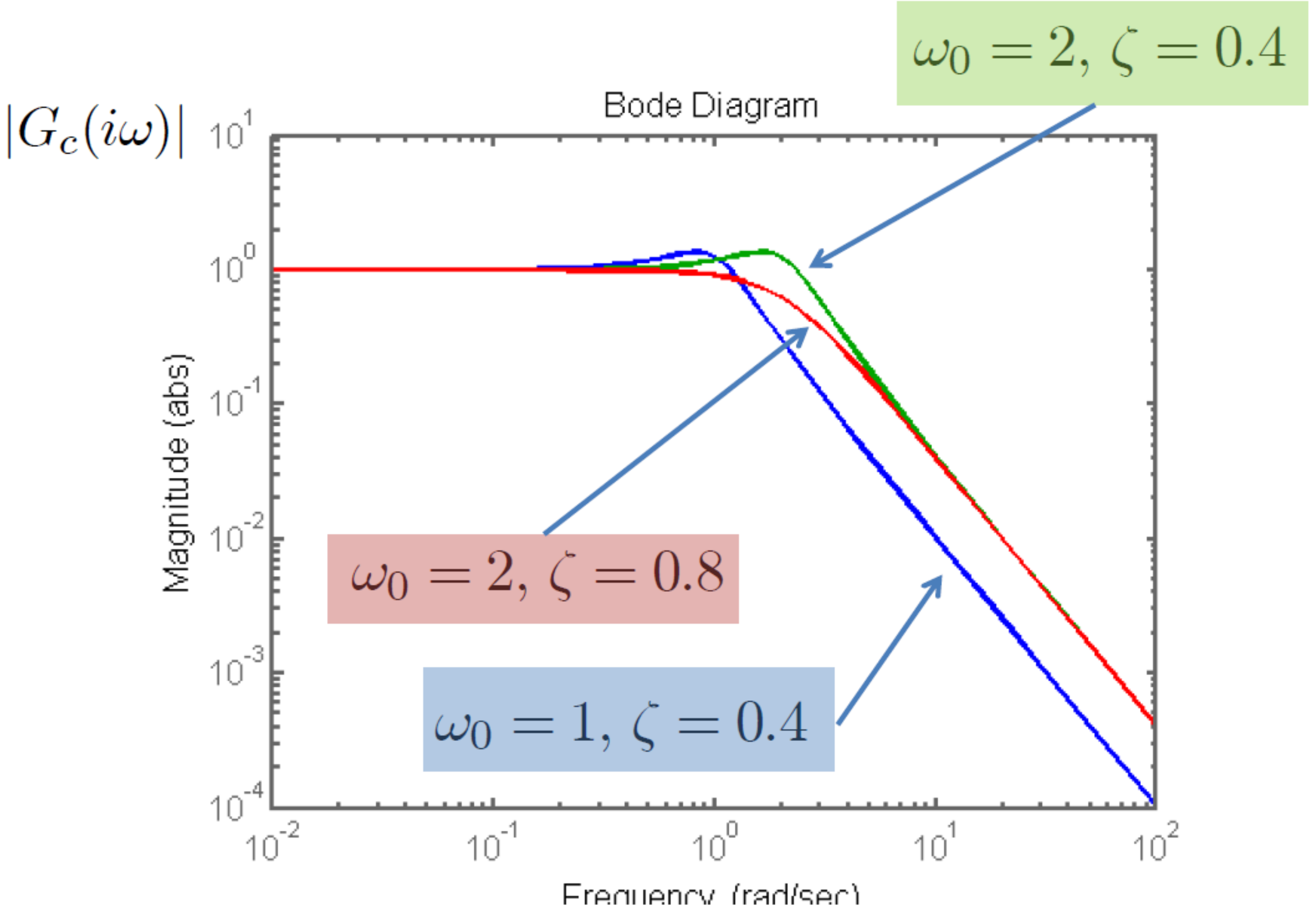
Slutna systemets poler

$$\phi_1 = \arccos 0.4$$

$$\phi_2 = \arccos 0.8$$

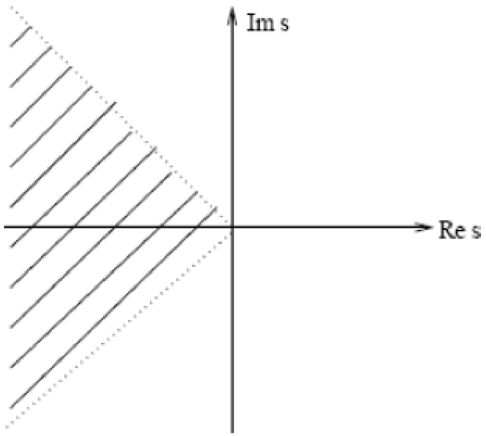


Slutna systemets överföringsfunktion



Var ska polerna placeras?

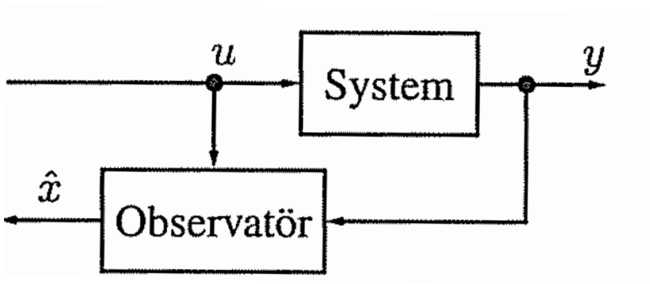
- Valet av slutna systemets poler styrs av specifikationer på:
  - Önskad snabbhet och dämpning
  - Begränsningar på styrsignalens storlek
  - Robusthet (mot modellfel)
  - Känslighet (mot yttre störningar och brus)



- Allmänna råd:
  - Flytta polerna iterativt tills specifikationer uppfyllda
  - Poler närmast origo viktigast
  - Välj poler som ger bra avvägning mellan snabbhet och dämpning

Observatör

Vad göra om x inte kan mätas? Konstruera en observatör



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}), \quad K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

Skattningsfelsdynamik styrs av egenvärdena $\det(sI - A + KC) = 0$

- n ekvationer och n obekanta (K)
- Lösbart ekvationssystem om system *observerbart*
- Egenvärdena kan läggas var du vill!

Observerbarhet (från Föreläsning 9)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t) \in \mathbb{R}^n$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \quad u(t), y(t) \in \mathbb{R}$$

Tillståndsmodell observerbar: Finns inget initialtillstånd $x(0) = x^* \neq 0$ så att $y(t) = 0,\ t \geq 0$ då $u(t) = 0,\ t \geq 0$

$$\Leftrightarrow$$

Observerbarhetsmatrisen $\mathcal{O}$ har full rang

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\boxed{\det(\mathcal{O}) \neq 0}$$

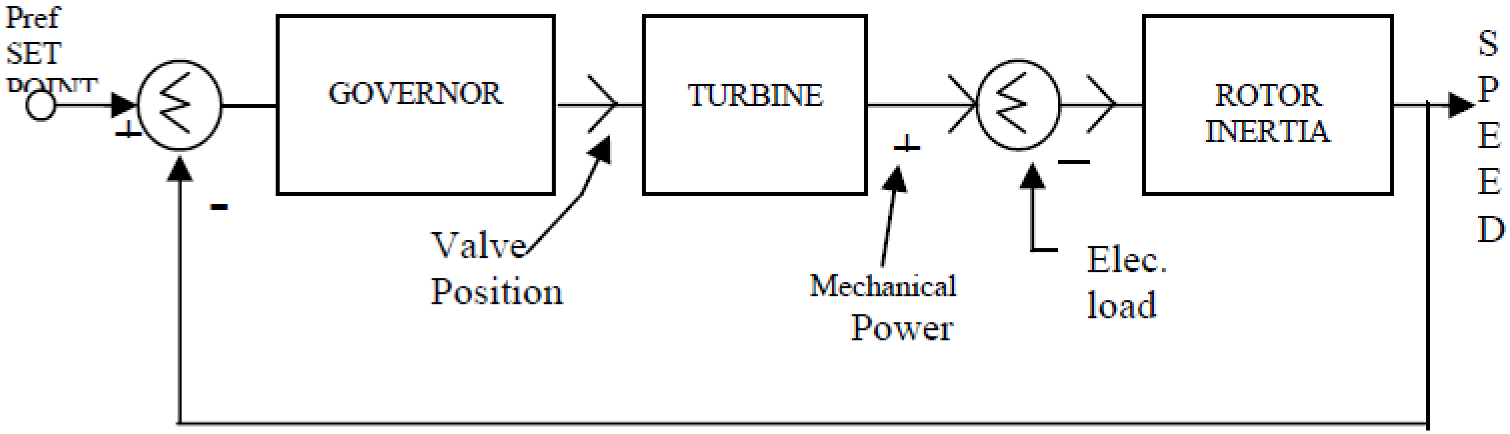
Dagens program

- Tillståndsåterkoppling och observatör (repetition, slides)
- Tillståndsåterkoppling med observatör (tavlan)
- **Kaskadregulator (tavlan)**
- Framkoppling (tavlan)

Exempel: Automatic Generation Control

- Hur håller elnätet frekvensen 50 Hz? Genom kaskadreglering av alla generatorer!

- Inre loop för en generator:

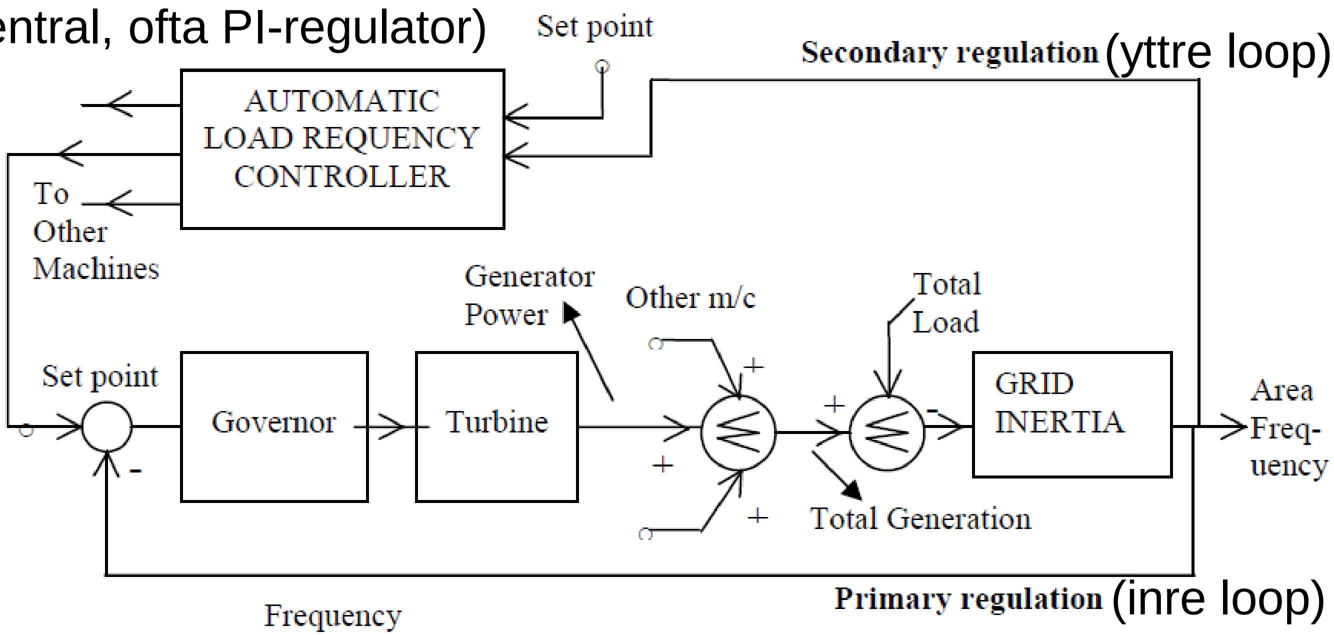


Ur Kundur: Power System Stability and Control, McGraw-Hill, 1994

Exempel: Automatic Generation Control

- Hur håller elnätet frekvensen 50 Hz? Genom kaskadreglering av alla generatorer!
- Inre och yttre loop:

(styrcentral, ofta PI-regulator)



Exempel: Automatic Generation Control

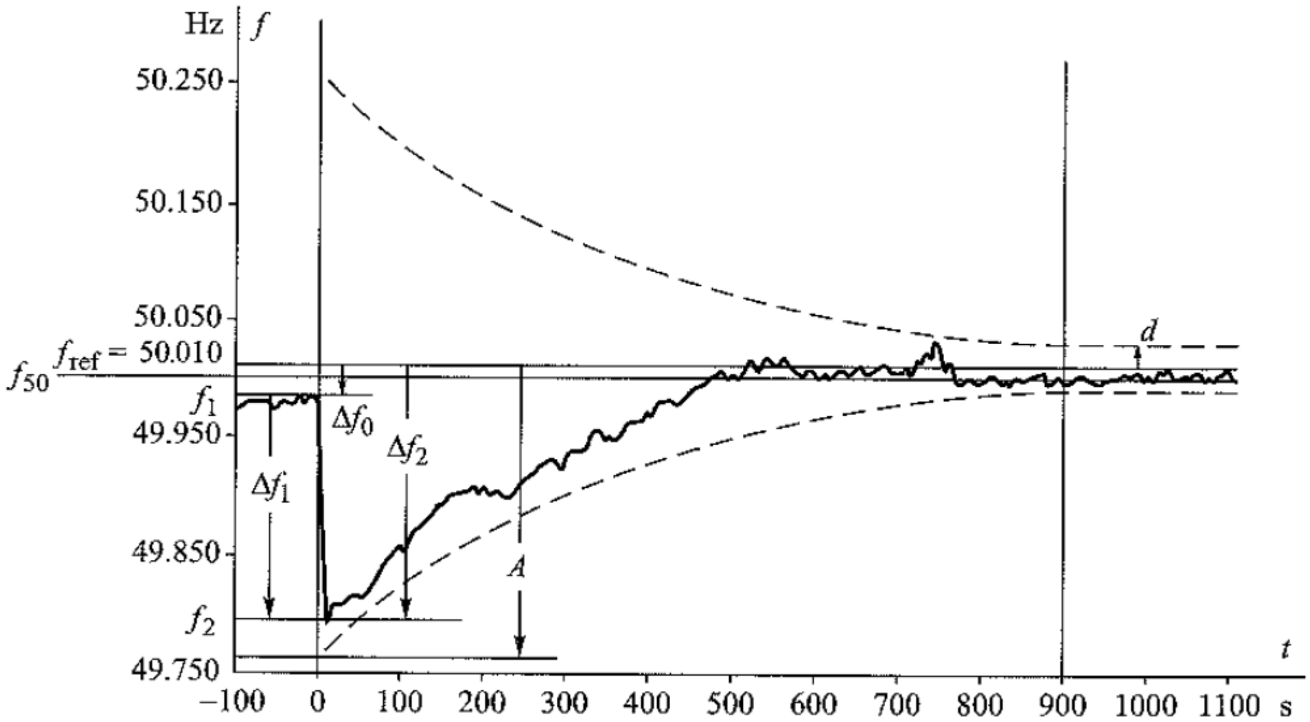


Figure 9.13 Illustration of the quality assessment of frequency control using a trumpet characteristic. Based on the document 'UCTE – Ground Rules – Supervision of the application of rules concerning primary and secondary control of frequency and active power in UCTE'. Reproduced by permission of UCTE.

Ur Machowski *et al.*: Power System Dynamics – Stability and Control, Wiley, 2008

Quiz

Är systemet (raketen)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

observerbar?

Quiz

Antag att en observatör för systemet (raketen)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

ska konstrueras.

Hur ska k_1 och k_2 väljas så att skattningsfelsdynamikens egenvärden hamnar i $\{-2-2i, -2+2i\}$?

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}), \quad K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$
$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$
$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

Quiz

Antag inre loopen i en kaskadreglering har överföringsfunktionen

$$Z(s) = \frac{K_1}{s + 1 + K_1} Z_{\mathrm{ref}}(s)$$

där K_1 är dess P-regulatorförstärkning.

Hur kan inre loopen approximeras om vi antar att regulatorn har hög förstärkning och referensen är lågfrekvent?