

Tentamen del 2

Numeriska metoder BE3002/3

8.00-11.00 13/3 2014

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Råd för att undvika poängavdrag: Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar.

Del 2 rättas om del 1 är godkänd.

Betygsgränser: D 10, C 20, B 30 och A 40 poäng.

Det finns två alternativa uppgifter 3.

1. Givet är en differentialekvation

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \sin\left(\frac{dy}{dt}\right) + \gamma y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \frac{dy}{dt}(0) = 0$$

där γ är en parameter (oberoende av t).

- (a) [4p] Skriv om differentialekvationen som ett system av första ordningens differentialekvationer på vektorform, dvs.

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = f(t, \mathbf{u}).$$

- (b) [7p] Skriv en MATLAB/Octave-funktion som tar parametern γ som argument, och returnerar en approximation till $y(1)$, beräknad med Eulers metod med steglängd $h = 0.001$.
- (c) [7p] Vi vill hitta ett värde på γ som ger $y(1) = 0$. Skriv ett MATLAB/Octave-program som med intervallhalveringsmetoden eller sekantmetoden bestämmer detta värde. Programmet kan anropa den funktion du konstruerat i uppgift (b). En lösning ligger i närheten av $\gamma = 3$.

2. Följande två kurvor är givna:

$$x(t) = \sin(t)$$

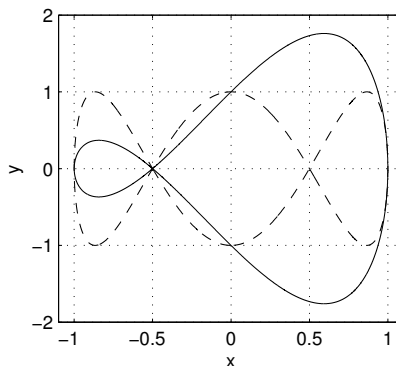
$$y(t) = \sin(2t) + \cos(t)$$

och

$$x(s) = \sin(s)$$

$$y(s) = \cos(\alpha s).$$

För $\alpha = 3$ är kurvorna plottade i figuren bredvid.



- (a) [3p] Visa att när $\alpha = 3$ har kurvorna en skärningspunkt för $t = 2\pi$ och $s = 2\pi$. Ange x och y -koordinaten för punkten.
- (b) [6p] Vi ska nu hitta en skärningspunkt när $\alpha = 3.01$. Formulera problemet som ett olinjärt ekvationssystem i två variabler.
- (c) [7p] Skriv ett MATLAB/Octave-program som med Newtons metod bestämmer en lösning.

V.g. vänd

Uppgift 3 **eller** den alternativa uppgiften får göras, inte båda!

3. (16p) Låt $f(x) = \sin(x)$. Bestäm en konstant C sådan att

$$\left| \frac{f(h) - f(0)}{h} - f'(0) \right| \leq Ch^2$$

för alla $h \neq 0$.

Alternativ uppgift 3. (16p) Formulera och bevisa en sats om konvergens av Newton-Raphsons metod.