

REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2012–12–17, kl. 9.00–14.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande)
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

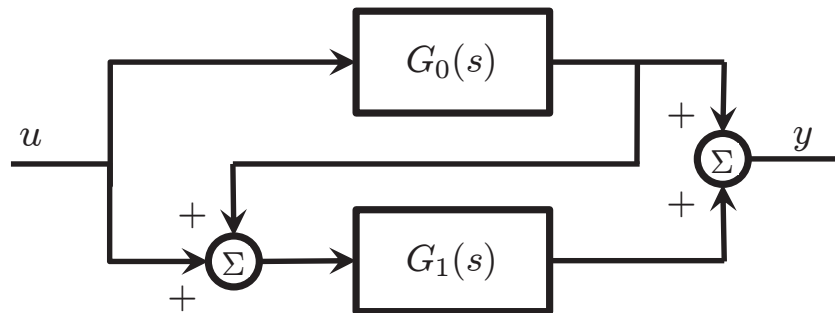
Jourhavande lärare: Elling Jacobsen, 08-790 7325

Ansvarig lärare: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2013-01-09.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!



Figur 1: Blockschema till uppgift 1 (a).

1. (a) Två system med överföringsfunktionerna $G_0(s)$ och $G_1(s)$ är kopplade enligt figur 1. Överföringsfunktionerna ges av

$$G_0(s) = \frac{1}{s+4}, \quad G_1(s) = \frac{2}{s+5}.$$

- (i) Bestäm överföringsfunktionen från u till y .

(2p)

- (ii) Bestäm poler och nollställen till överföringsfunktionen i deluppgift (i) och avgör om systemet är minimumfas.

(2p)

- (iii) Låt insignalen vara $u(t) = \sin(t)$. Bestäm vad utsignalen $y(t)$ blir för stora t när transienten dött ut.

(2p)

- (b) Linjärisera det olinjära systemet

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -[x(t)]^3 + u(t) \\ y(t) &= [x(t)]^2, \end{aligned}$$

kring den stationära punkt som motsvarar $u(t) = u_0 = 8$. Är det linjäriserade systemet stabilt?

(4p)



Figur 2: Ett friläggningsdiagram av quadkoptern i uppgift 2 med de modellerade krafterna inritade.

2. En quadkopters rörelse i z -led kan modelleras med differentialekvationen

$$m\ddot{z}(t) = u(t) - b\dot{z}(t), \quad (1)$$

där m är dess massa, $z(t)$ dess (absoluta) position och $b > 0$ är en friktionskoefficient. Den applicerade kraften i z -led betecknas med $u(t)$, se figur 2.

- (a) Ställ upp en tillståndsmodell för quadkopterns dynamik (1). Använd tillstånden $x_1(t) = z(t)$ och $x_2(t) = \dot{z}(t)$. Insignal ska vara den applicerade kraften $u(t)$. Utsignal kommer vi att välja senare.

(1p)

- (b) Är din tillståndsmodell i (a) styrbar? Konstruera om möjligt en tillståndsåterkoppling $u(t) = -Lx(t) + l_0r(t)$ som lägger det slutna systemets poler i -2 och -3 , då $b = 0.05$ kg/s och $m = 0.1$ kg. Se dessutom till att den statiska förstärkningen från referensen $r(t)$ till positionen $z(t)$ är lika med 1.

(4p)

- (c) Konstruktören står nu i valet mellan att använda

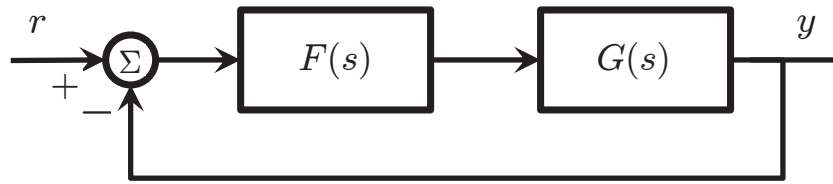
- en dyrare sensor (GPS) som kan mäta quadkopterns absoluta position, eller
- en billigare sensor som kan mäta dess fart.

Vilket råd ger du konstruktören i sensorvalet, givet din tillståndsmodell från deluppgift (a)? (Ledning: Studera modellens observerbarhet.)

(2p)

- (d) Antag att vi bara har tillgång till sensorn du valde i deluppgift (c). Konstruera nu en observatör för quadkoptern och gör ett lämpligt val av dess egenvärden (motivera ditt val). Du kan anta att observatören ska användas till att implementera styrlagen i deluppgift (b).

(3p)



Figur 3: Blockdiagram till uppgift 3.

3. I denna uppgift ska vi studera systemet i figur 3. Bodediagram för det asymptotiskt stabila systemet $G(s)$ återges i figur 4. Regulatorn har överföringsfunktionen $F(s)$ och specificeras i deluppgifterna nedan.

- (a) Skissa nyquistkurvan för $G(s)$ baserat på de data som ges i figur 4. Indikera så noggrant du kan nyquistkurvans skärningspunkter med den reella axeln och den imaginära axeln. (Punkterna däremellan behöver inte indikeras så noggrant.)

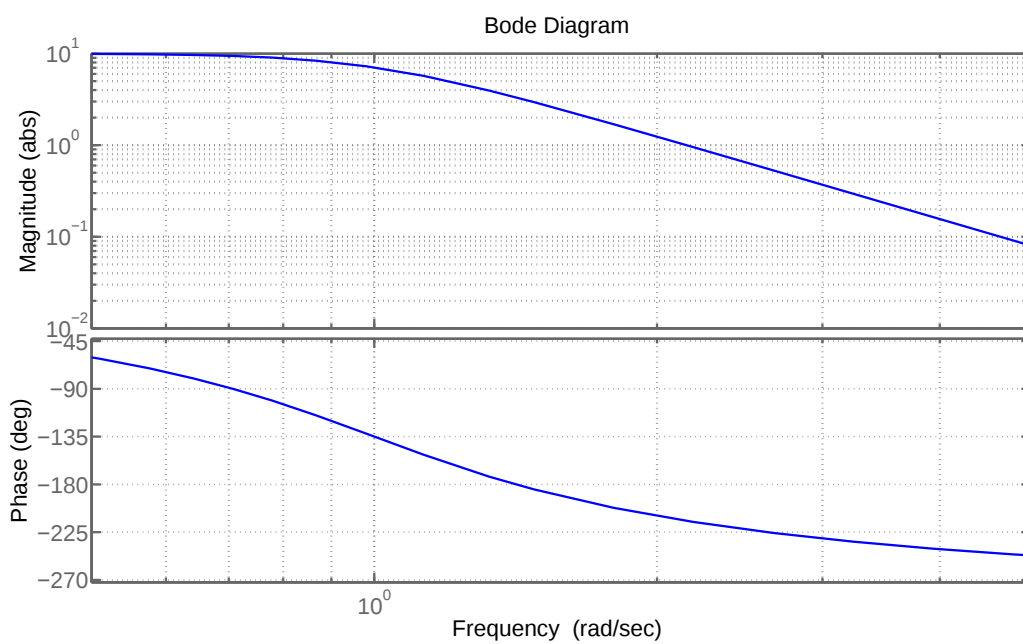
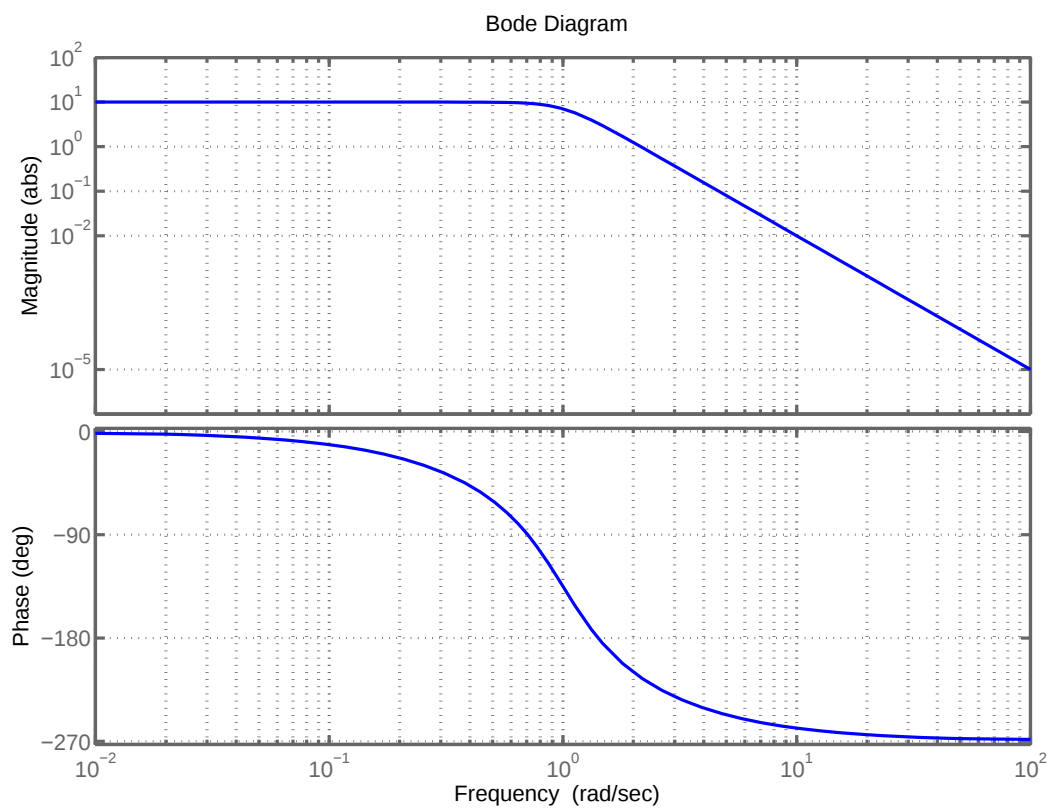
(2p)

- (b) Antag nu att regulatorn är $F(s) = 0.2$. Är det återkopplade systemet i figur 3 stabilt? Motivera ditt svar!

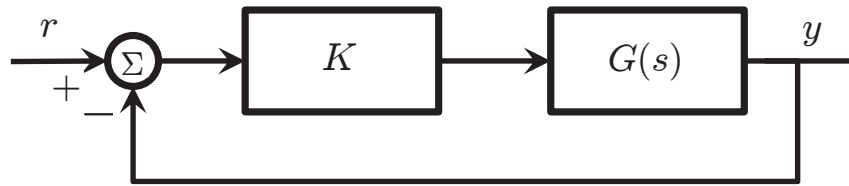
(2p)

- (c) Designa nu en kompenseringslänk $F(s)$ som ger kretsförstärkningen $F(s)G(s)$ skärffrekvens $\omega_c = 2$ rad/s och fasmarginal $\varphi_m = 45^\circ$. Se dessutom till att $F(s)$ ger det återkopplade systemet ett statiskt reglerfel på 0.1 vid stegsignaler av amplituden 1 i referensen $r(t)$.

(6p)



Figur 4: Bodediagram för $G(s)$ till uppgift 3 (nedre diagrammet är en förstoring av det övre diagrammet).



Figur 5: Blockschema till uppgift 4.

4. I denna uppgift ska vi studera det återkopplade systemet i figur 5, där $K > 0$ är en konstant och $G(s)$ ges av en av de fem överföringsfunktionerna i Fall I–V:

$$\begin{aligned}
 \text{Fall I: } G(s) &= \frac{s + 0.5}{(s + 1)^3} & \text{Fall IV: } G(s) &= \frac{2(s - 1)^2}{(s + 1)^2(s/0.5 + 1)} \\
 \text{Fall II: } G(s) &= \frac{1}{(s + 1)^2(s + 0.5)} & \text{Fall V: } G(s) &= \frac{1}{(s + 1)(s^2 + \sqrt{2}s + 1)} \\
 \text{Fall III: } G(s) &= \frac{2(s - 1)}{(s + 1)^2(s/0.5 + 1)}
 \end{aligned}$$

- (a) Rotorterna för det återkopplade systemets poler med avseende på K , där $G(s)$ ges i Fall I–V, återfinns i figur 6. Para ihop Fall I–V med korrekt rotort A–F. *Motivera dina val! Notera att en rotort A–F inte passar med något av fallen.*

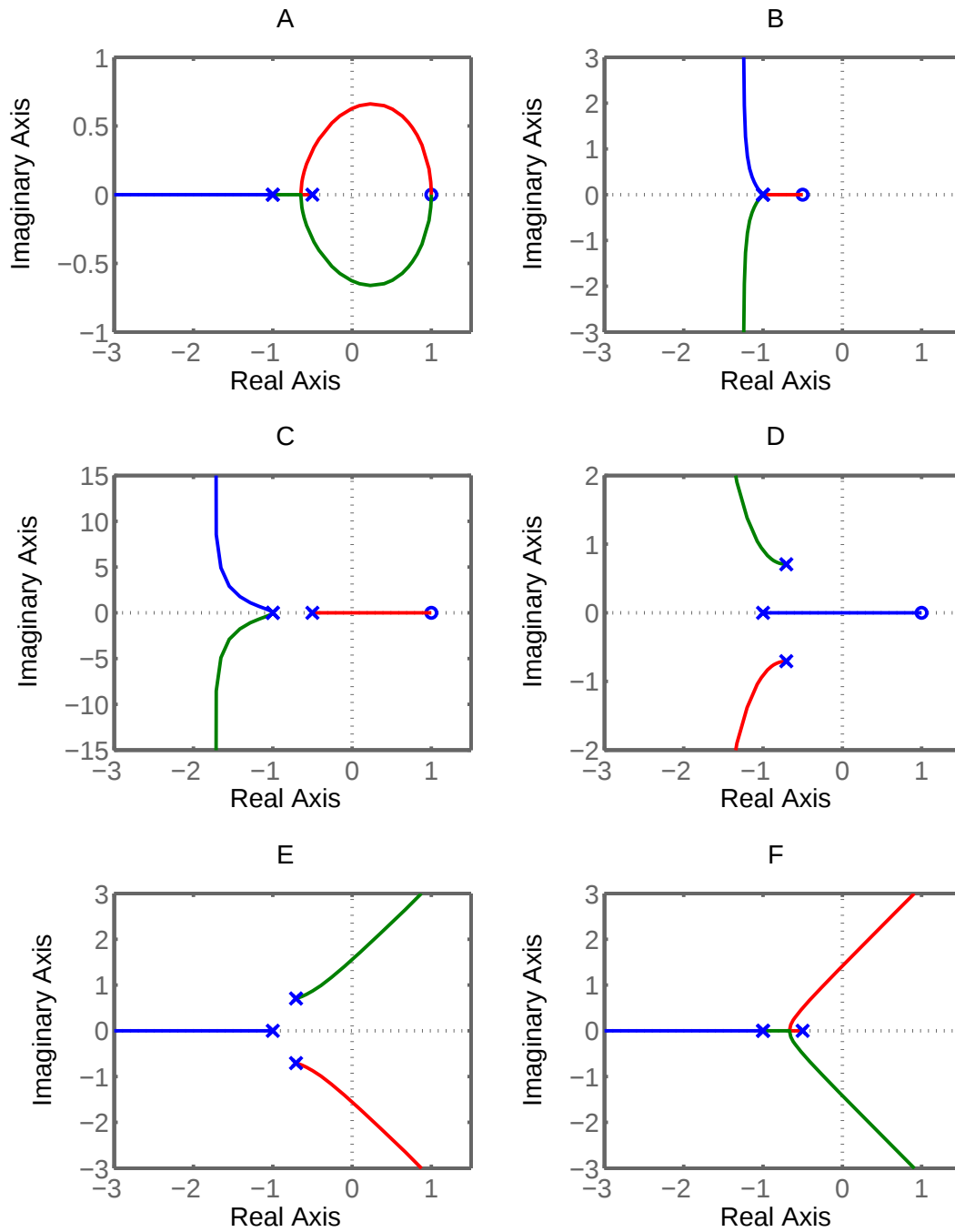
(4p)

- (b) Då $G(s)$ ges av Fall III blir det återkopplade systemet instabilt för vissa val av K . För vilka K blir det instabilt?

(3p)

- (c) Då $G(s)$ ges av Fall V börjar det återkopplade systemet oscillera med en fix frekvens för ett visst val av K . Vid vilket val av K händer detta och vad är oscillationsfrekvensen?

(3p)



Figur 6: Rotorter till uppgift 4 (a).

5. Låt oss betrakta systemet

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a-1) & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t),$$
(2)

där $a \neq 1$ är en konstant.

(a) En så kallad *reducerad observatör* för systemet (2) ges av

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= -2z(t) - (2+a)y(t) - 3u(t) \\ \hat{x}_1(t) &= y(t) \\ \hat{x}_2(t) &= z(t) + 2y(t), \end{aligned}$$
(3)

där $\hat{x}_1(t)$ och $\hat{x}_2(t)$ är skattningar av $x_1(t)$ och $x_2(t)$.

Vad blir skattningsfelen $\tilde{x}_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ och $\tilde{x}_2(t) = x_2(t) - \hat{x}_2(t)$ för $t > 0$?

Ange så enkla uttryck som möjligt. Du kan anta att $\tilde{x}_1(0) = 0$ och $\tilde{x}_2(0) = 1$.
(Ledning: $\dot{y}(t) = \dot{x}_1(t) = (a-1)x_1(t) + x_2(t) + u(t)$.)

(4p)

(b) En tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -l_1\hat{x}_1(t) - l_2\hat{x}_2(t) - r(t), \quad l_1 = \frac{a(a+1)}{a-1}, \quad l_2 = \frac{a+1}{a-1},$$

där $r(t)$ är en referenssignal och $\hat{x}_1(t)$ och $\hat{x}_2(t)$ ges i (3) appliceras nu på (2).

Vad blir det slutna systemets överföringsfunktion från referensen $r(t)$ till utsignalen $y(t)$?

Även ett välmotiverat korrekt svar utan fullständiga uträkningar ger full poäng.

(4p)

(c) För vilka värden på konstanten a i systemet (2) kommer *regulatorn* i deluppgift (b) vara asymptotiskt stabil?

(2p)