Tre av följande teorifrågor kommer på tentan.

1. Förklara med ord vad den materiella derivatan betyder och härled ett uttryck för den materiella derivatan, genom att betrakta förändringen av en skalär, ϕ, som följer med en fluidpartikel!

2. Härled kontinuitetsekvationen genom att betrakta massbalansen för en fix kontrollvolym!

3. Utgå från kontinuitetsekvation och ekvationen

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{V}} \phi \,\mathrm{d}\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \mathbf{u})\,\mathrm{d}\mathcal{V}\,, \tag{1}$$

   där ϕ är en godtycklig skalär funktion, och härled ekvationen

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{V}} \rho T \,\mathrm{d}\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}} \rho \frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}\,\mathrm{d}\mathcal{V}\,, \tag{2}$$

   där T är en godtycklig skalär funktion och $\mathcal{V}$ en materiell kontrollvolym.

4. Skriv upp de två ekvationer som definierar strömfunktionen för en tvådimensionell strömning i en inkompressibel fluid och visa att strömfunktionen är konstant längs en strömlinje!

5. Förklara med ord vad en inkompressibel fluid är, ge det matematiska villkoret för att en fluid är inkompressibel, definiera töjningstensorn e_{ij} och visa att $e_{ii} = 0$ för en inkompressibel fluid!

6. Ställ upp Newtons andra lag för en materiell kontrollvolym, $\mathcal{V}$, som påverkas av kontaktkrafter och gravitationskraft. Uttryck kontaktkrafterna som en ytintegral och skriv sedan om denna ytintegral till en volymsintegral. Härled sedan Eulers ekvationer genom att anta den enklaste möjliga formen för spänningstensorn!

7. Härled Bernoullis ekvation från Eulers ekvationer!

8. Utgå från ekvationen

$$\frac{\mathrm{D}u_j}{\mathrm{D}t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + g_j\,, \tag{3}$$

   och härled rörelesmängdsekvationen på integralform, för en fix kontrollvolym V, i en stationär strömning i en inkompressibel fluid!

9. Skriv upp det konstitutionella sambandet för en inkompressibel Newtonsk fluid och härled Navier-Stokes ekvationer, utgående från ekvationen (3)! Ange randvillkoren för Navier-Stokes ekvationer! (4p.)

10. Härled gränsskiktsekvationerna i två dimensioner för en inkompressibel fluid!

11. Utgå från gränsskiktsekvationen

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\,, \tag{4}$$

och härled Blasius ekvation, genom att göra likformighetsansatsen

$$\Psi(x,y) = U\delta(x)f(\eta) \;\text{ där }\; \eta = \frac{y}{\delta(x)} \;\text{ och }\; \delta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{U}}\,, \tag{5}$$

för strömfuntionen Ψ. Ange randvillkoren för u och randvillkoren för f!

12. Förklara med ord vad förträngningstjockleken, $\delta_\star$, är i ett gränsskikt och härled integraluttrycket för $\delta_\star$, genom att betrakta en kontrollvolym över en plan platta, där den övre randen är en strömlinje!

13. Lös Laplace's ekvation för hastighetspotentialen för strömningen kring en cylinder i en inviskös fluid! Ta fram uttrycken för den radiella och den azimutala hastighetskomponenten!

14. Utgå från hastighetsfältet för potentialströmningen kring en cylinder och härled D'Alamaberts paradox samt Kutta-Zhukhovskys sats för strömningen kring en cylinder!