

P1. Följande tabellvärden är givna

x	801	803	805	806
y	102	110	126	114

(8) P1a. Skriv ett Matlabprogram som bestämmer det polynom

$$P(x) = c_1 + c_2(x - 804) + c_3(x - 804)^2 + c_4(x - 804)^3$$

som interpolerar tabellvärdena. Programmet skall dessutom rita grafen för $y = P(x)$ på intervallet $800 \leq x \leq 807$ samt markera tabellvärdena med t. ex. ringar.

(7) P1b. Skriv ett Matlabprogram som bestämmer maximum för funktionen $P(x)$ på intervallet $801 \leq x \leq 806$. Om du inte löst a. får du anta att koefficienterna $c_1, \dots, c_4$ är kända. Markera maxpunkten med t.ex. ett kryss på grafen i a.

(10) P2a. Givet differentialekvationsproblemet

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 0.1 \frac{dy}{dt} + 7y - 2z = 0$$

$$2 \frac{d^2z}{dt^2} + 0.2 \frac{dz}{dt} + 7z - 2y = 3 \sin(0.5t)$$

$$y(0) = 0.1, \quad \frac{dy}{dt}(0) = 0.3, \quad z(0) = 0.2, \quad \frac{dz}{dt}(0) = 0.4$$

Skriv ett Matlabprogram som med Heuns metod (se ledningen nedan) med steglängden h beräknar och plottar $y(t)$ och $z(t)$ för $0 \leq t \leq 4\pi$. Slutvärdena $y(4\pi)$ och $z(4\pi)$ skall skrivas ut.

Skriv programmet så beräkningarna görs för steglängderna $h = \pi/30, \pi/60, \pi/120, \pi/240$ och en tabell av följande utseende genereras.

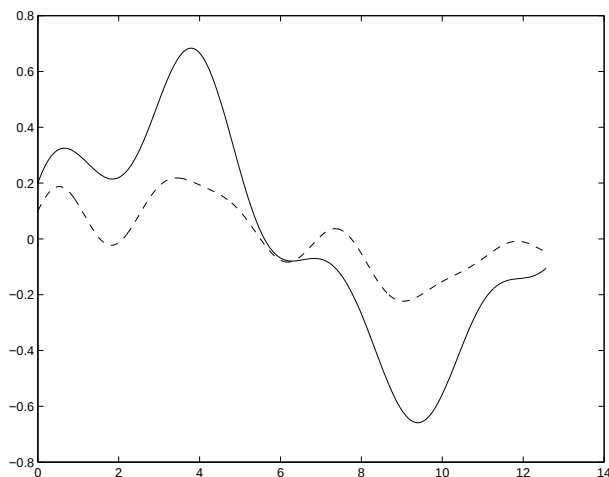
h	t	y	z
0.1047	12.5664	-0.0645	-0.1113
0.0524	12.5664	-0.0512	-0.1063
0.0262	12.5664	-0.0480	-0.1051
0.0131	12.5664	-0.0472	-0.1048

Plotbilden skall ritas för den kortaste steglängden.

Ledning: Heuns metod skrivs

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(f_1 + f_2), \quad f_1 = f(t_i, y_i), f_2 = f(t_i + h, y_i + hf_1)$$

(3) **P2b.** Programmet i a. genererar följande plotbild.



Lösningsskurvorna $y(t)$ och $z(t)$ skär varandra vid $t \approx 6$. Beskriv hur programmet i a. skall modifieras för noggrann bestämning av skärningspunkten. Fullständigt Matlabprogram krävs ej, endast en ideskiss.

(7) **P2c.** (kan lösas utan att a. och b. lösts) Kan du ur tabellen i P2a. bestämma noggrannhetsordningen för Heuns metod för detta problem? För full poäng måste dina utsagor motiveras.

Ledning: Det globala felet i en komponent av lösningen kan skrivas ch^p . Du skall bestämma värdet av p i detta uttryck.

(8) **P3a.** Givet problemet

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - tu = 0, \quad u(1) = 2, u(3) = 4$$

som skall lösas med finitadifferensmetod med intervallet $1 \leq t \leq 3$ delat i 4 lika delintervall. Formulera det linjära ekvationssystem

$$A\mathbf{u} = \mathbf{b}$$

som ger den approximativa lösningen till problemet. Samtliga element i matrisen A skall anges, liksom komponenterna i vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{b}$.

(7) **P3b.** Problemet i P3a. ändras så randvillkoren är

$$\frac{du}{dt} = 0 \quad \text{vid} \quad t = 1 \quad \text{och} \quad u(3) = 4$$

Hur representeras det ändrade randvillkoret? Hur ändras det linjära ekvationssystemet? Samtliga element i koefficientmatrisen skall anges, liksom komponenterna i Lösningsvektorn och högerledet.