



Seminarium 3

Se www.kth.se/social/course/SF1626 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med en inlämning. Lös uppgifterna 1-3 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och personnummer på varje blad. När seminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Avsnitt	Rekommenderade uppgifter
12.8	13, 17
12.9	1, 3, 5, 7, 11
13.1	5, 7, 9, 19, 23, 25
13.2	3, 5, 9, 15
13.3	3, 9, 11, 15
13.4	1, 3

UPPGIFTER

Uppgift 1. Låt f vara funktionen som ges av $f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - 2y^2$ för alla (x, y) i \mathbb{R}^2 .

- Bestäm alla stationära punkter till f .
- Bestäm Taylorpolynomet av andra ordningen för f vid alla stationära punkter.
- Avgör vilken typ de olika stationära punkterna har.

Uppgift 2. Funktionerna f och g ges av

$$f(x, y) = \frac{\sin x + \sin y}{2} \quad \text{och} \quad g(x, y) = \sin x \sin y$$

för alla (x, y) i \mathbb{R}^2 .

- Bestäm alla stationära punkter till f .

- (b) Bestäm alla stationära punkter till g .
- (c) Rita ut de stationära punkterna till f tillsammans med nivåkurvan $f(x, y) = 0$. Markera vilka som är maxima, minima respektive varken eller.
- (d) Rita ut de stationära punkterna till g tillsammans med nivåkurvorna $g(x, y) = 0$. Markera vilka som är maxima, minima respektive varken eller.
- (e) Jämför resultaten från (c) och (d) och diskutera likheter och skillnader.

Uppgift 3. Om vi vill se var grafen för en funktion f i två variabler är som brantast kan vi se på var beloppet av gradienten är som störst. Istället för att se på beloppet $|\text{grad } f|$ kan vi se på kvadraten av beloppet $|\text{grad } f|^2$.

- (a) Inför två extra variabler u och v med bivillkoren $u = \frac{\partial f}{\partial x}$ och $v = \frac{\partial f}{\partial y}$. Använd Lagranges metod för att ställa upp de ekvationer som behövs för att finna maximum för $u^2 + v^2$ under dessa två bivillkor.
- (b) Visa att ekvationerna från (a) kan uttryckas som

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (c) Använd metoden från (a) och (b) för att bestämma var grafen för funktionen $f(x, y) = \sin x + \sin y$ är som brantast.
- (d) Använd metoden från (a) och (b) för att bestämma var grafen för funktionen $f(x, y) = \sin x \sin y$ är som brantast.