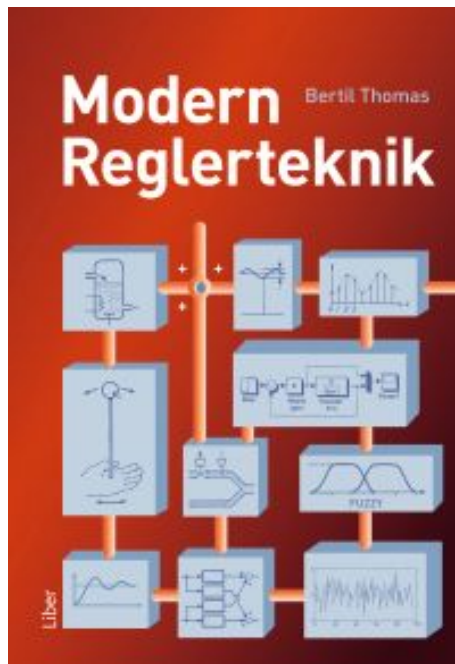


Reglerteknik 7

Kapitel 11



Köp bok och övningshäfte på kårbokhandeln

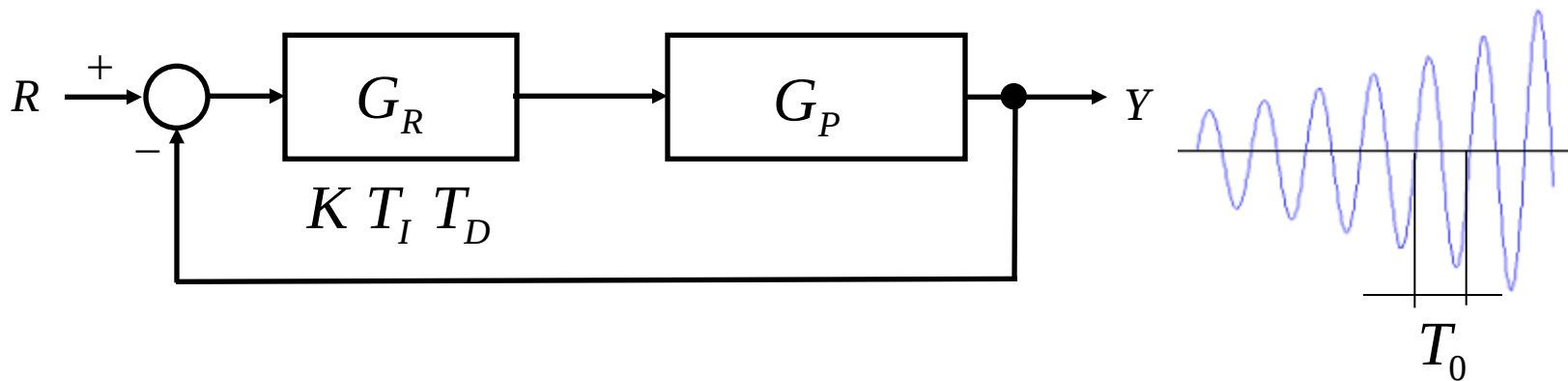
William Sandqvist william@kth.se

Föreläsning 7 kap 11

Dimensionering av analoga reglersystem.

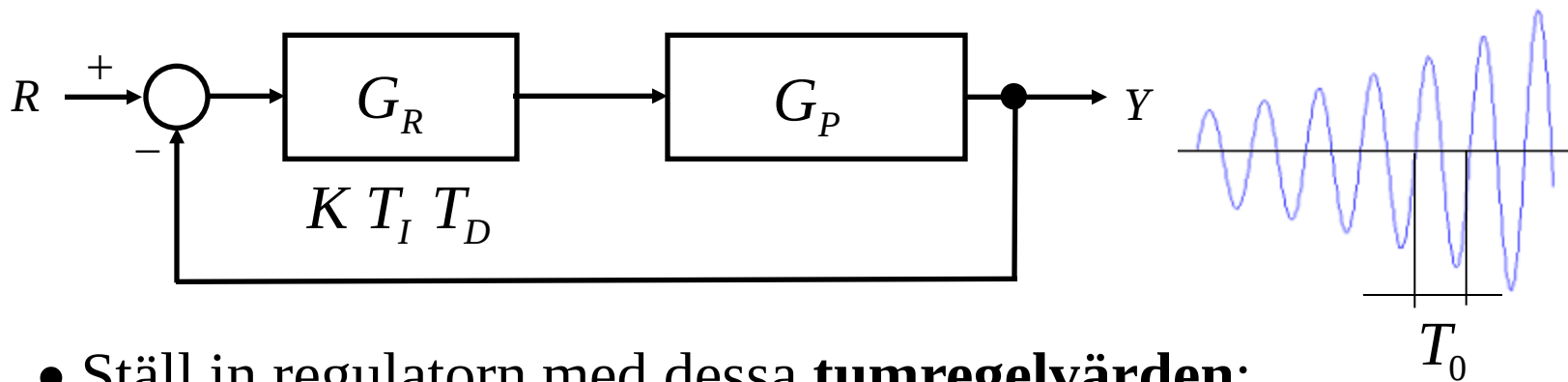
- Tumregelmetoder
- Bodediagram
- (Kompenseringsfilter)
- Simulering – MATLAB-programmet **Simulink**

Ziegler-Nichols svängningsmetod



G_R är en PID-regulator. Börja med bara K dvs. $T_I = \infty$ och $T_D = 0$. Öka K stegvis till det värde K_0 då Y börjar "svänga". Mät periodtiden T_0 .

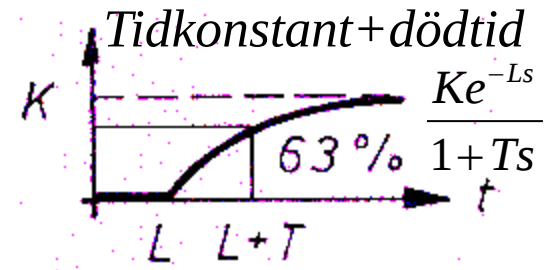
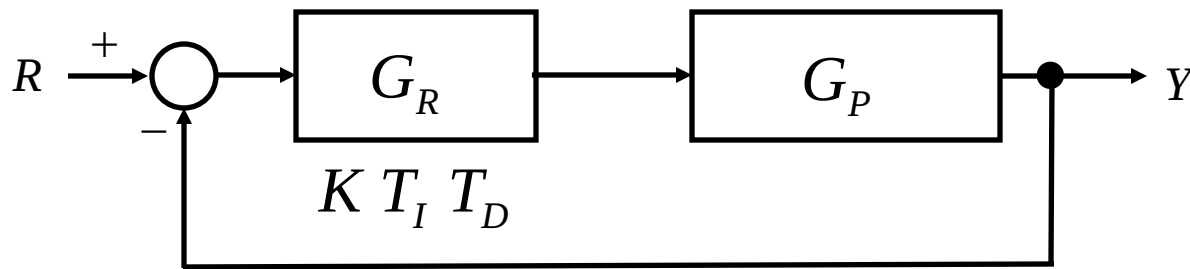
Ziegler-Nichols svängningsmetod



- Ställ in regulatoren med dessa **tumregelvärden**:

	K	T_I	T_D
P :	$0,5 \cdot K_0$	–	–
PI :	$0,45 \cdot K_0$	$0,85 \cdot T_0$	–
PID :	$0,6 \cdot K_0$	$0,5 \cdot T_0$	$0,125 \cdot T_0$

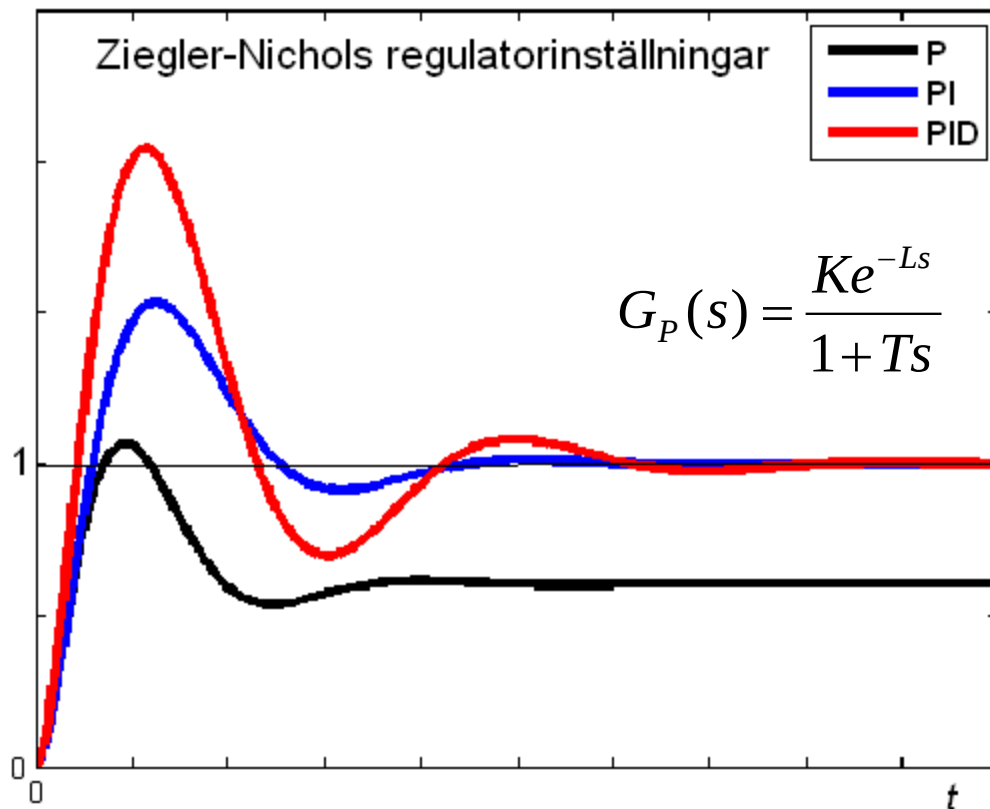
Ziegler-Nichols svängningsmetod



Z-N-metoden är tänkt för en process av typen "tidkonstant+dödtid", men den fungerar många gånger även för andra överföringsfunktioner eftersom dödtiden i modellen gör att den kan anpassas till processens fasvridning oavsett dennas orsak. Metoden ger åtminstone **startvärden** inför den vidare intrimningsprocessen.

Ziegler-Nichols metoden är från 1940, ett senare framtaget parameterintervall är $0,35 \cdot K_0$ $0,77 \cdot T_0$ $0,19 \cdot T_0$. Många andra "varianter" förekommer också.

Ziegler-Nichols med börvärdessteg



Stegsvaret vid *börvärdesändring* får som syns en ganska **kraftig översväng** med Z-N-inställningen.

(Här har vi antagit att processen är av precis den typ som metoden förutsätter.)

Tumregelmetoderna är för att man ska ha några parametrar att börja med – annars har man ***ingen aning*** om vad man ska använda för värden!

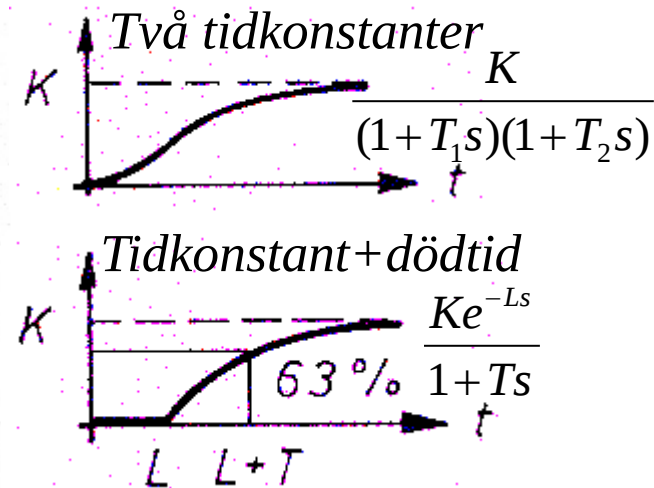
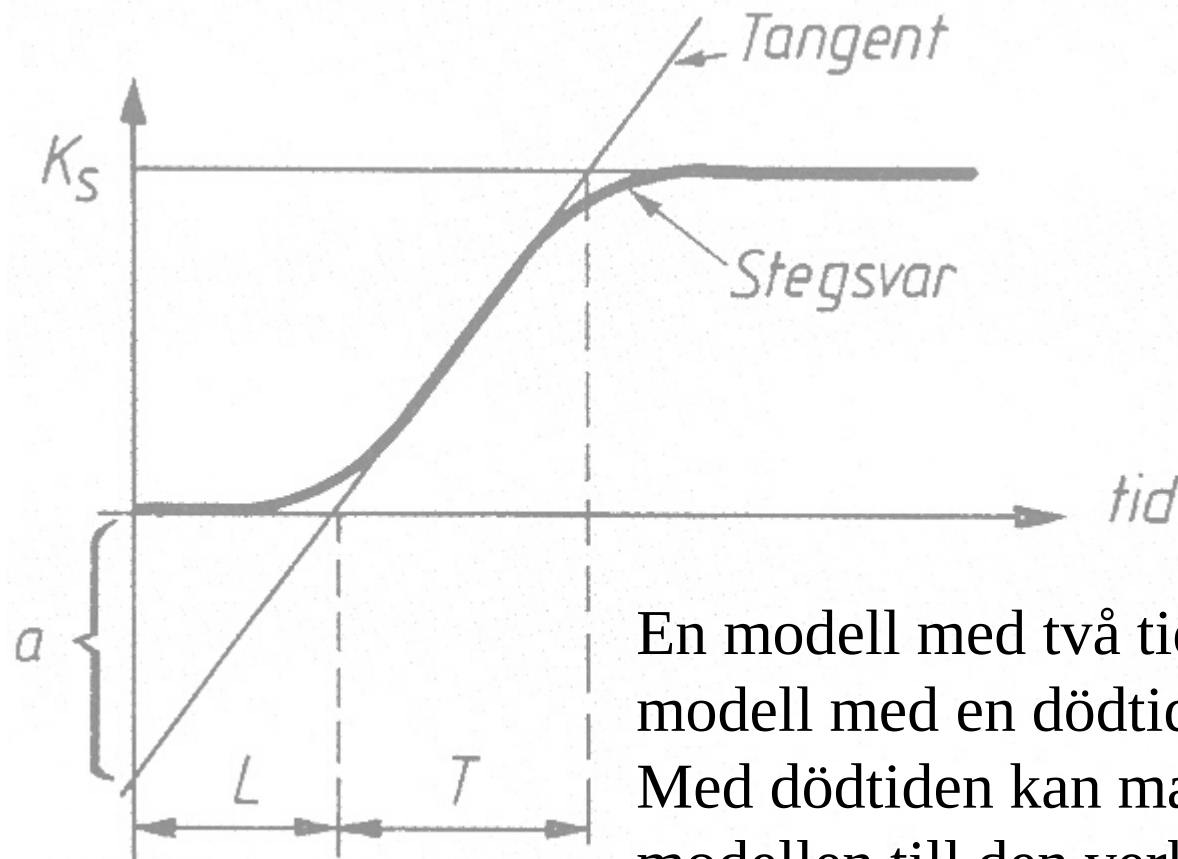
Chrien-Hrones-Reswick stegsvarsmetod

Vad ska man göra om man *inte* ”vågar” försätta processen i självsvängning? Eller om processen *inte* kan bli instabil?



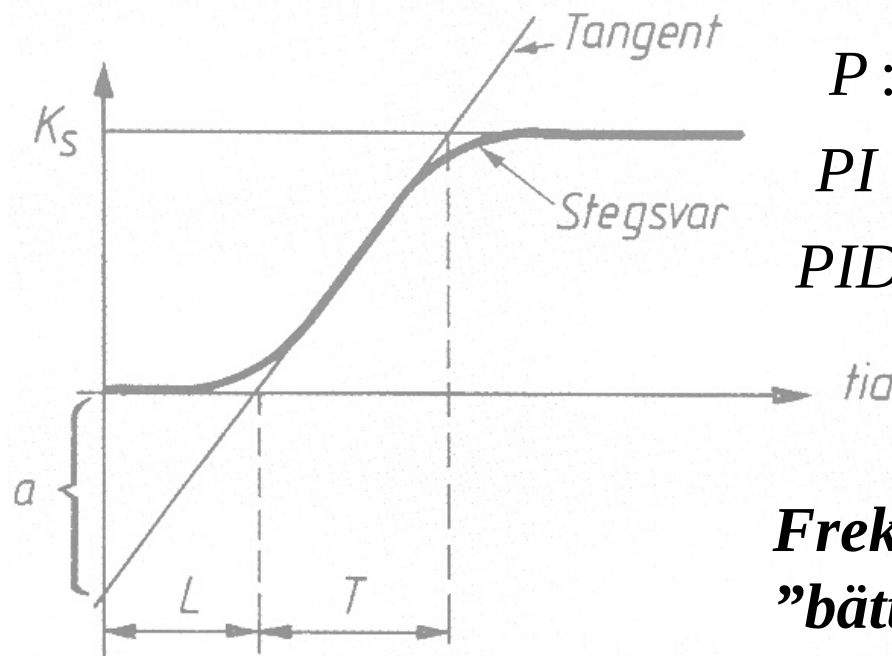
- Då mäter man upp processens stegsvar i stället.

Chrien-Hrones-Reswick stegsvarsmetod



En modell med två tidkonstanter "liknar" en modell med en dödtid L och en tidkonstant. Med dödtiden kan man i "viss mån" anpassa modellen till den verkliga processens fasvridning.

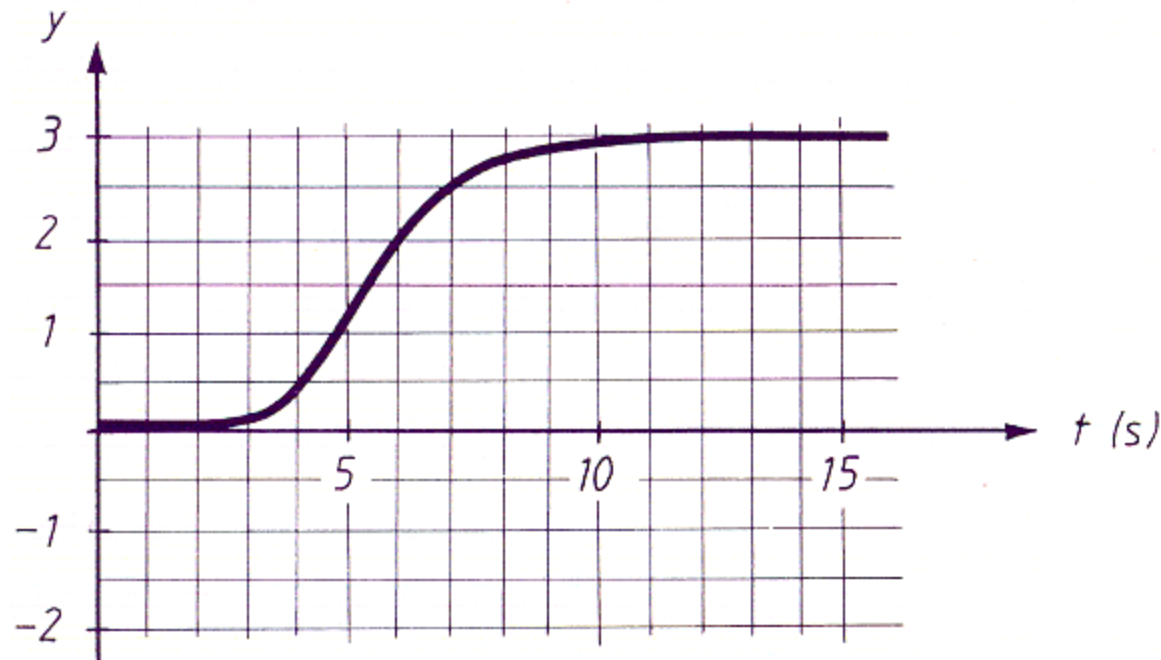
Chrien-Hrones-Reswick stegsvarsmetod



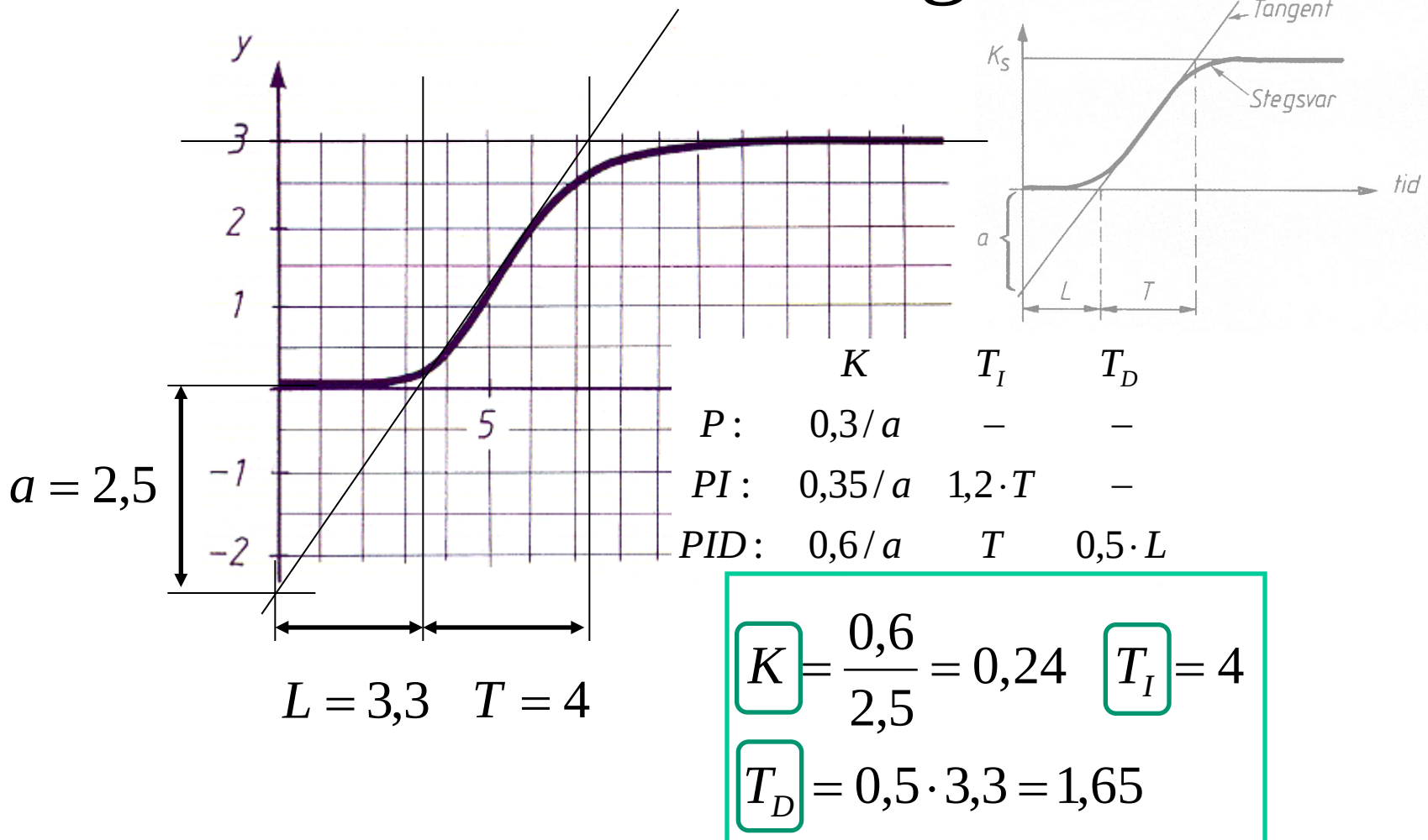
	K	T_I	T_D
$P :$	$0,3 / a$	—	—
$PI :$	$0,35 / a$	$1,2 \cdot T$	—
$PID :$	$0,6 / a$	T	$0,5 \cdot L$

***Frekvensmetoderna är oftast
”bättre” än stegsvarsmetoderna.***

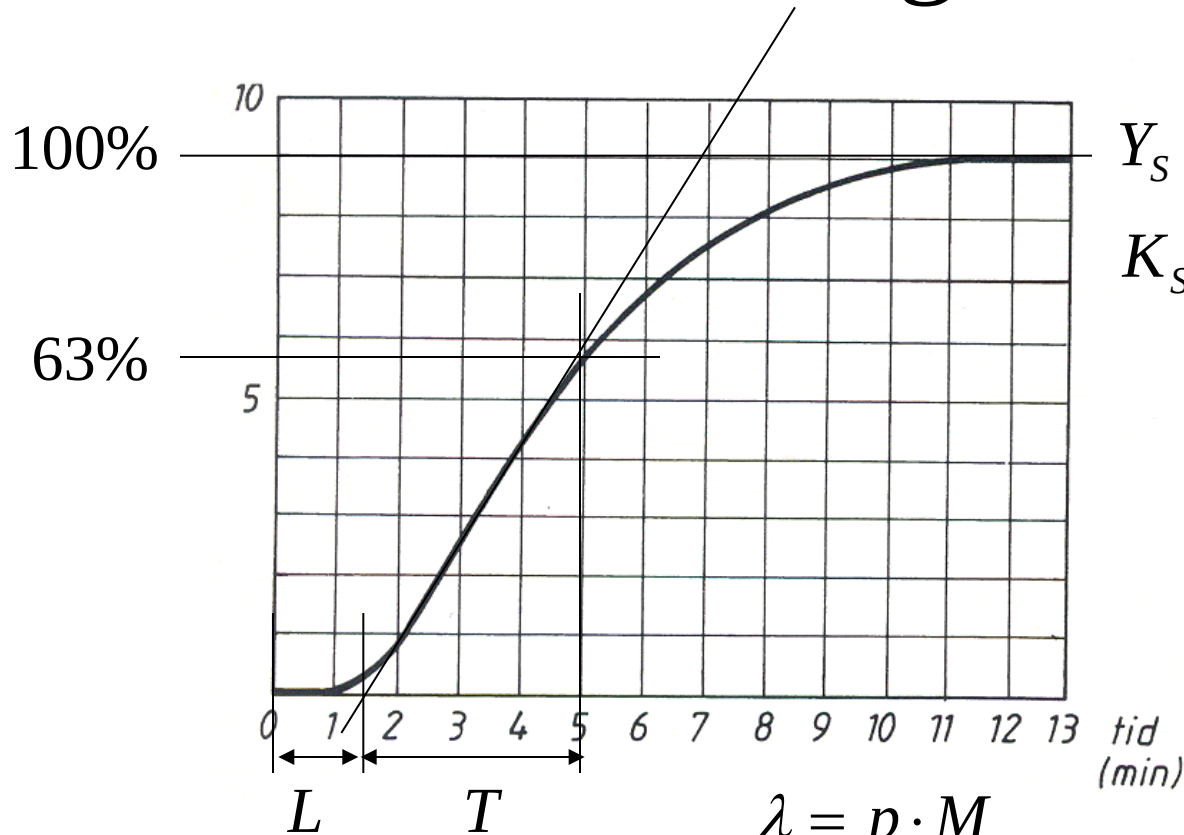
11.4 a ex. PID-Stegsvarsmetod



11.4 a lösn. PID-Stegsvarsmetod



λ -metoden Stegvarsmetod **PI**



$$Y_s$$

$$K_s = \frac{Y_s}{U_s} = \text{steg}$$

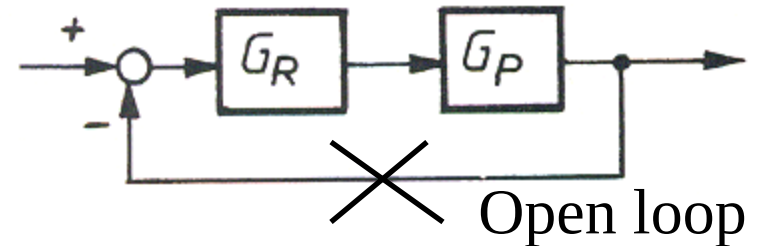
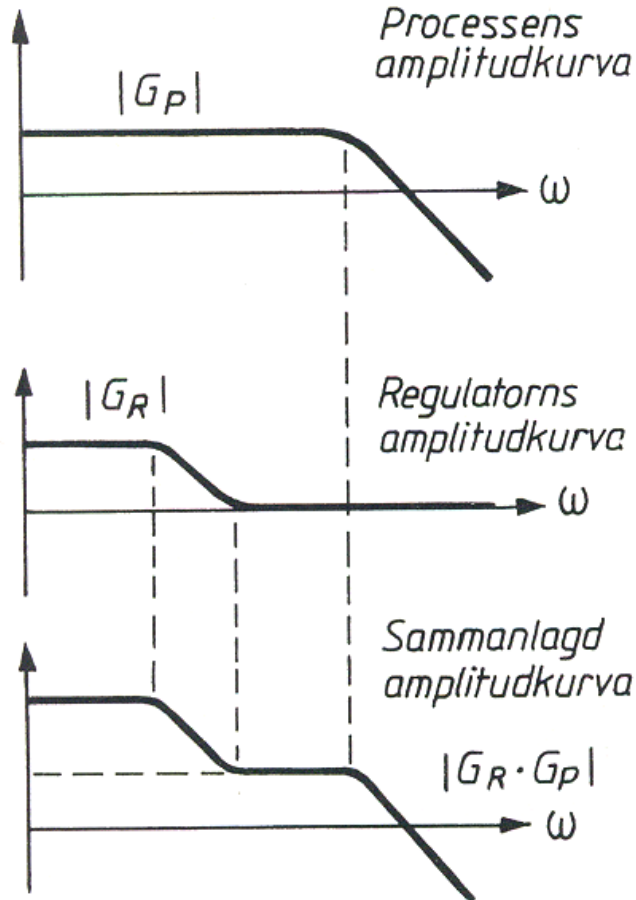
$$K = \frac{T}{K_s(\lambda + L)}$$

$$T_I = T$$

Not rocket science ...

$$M = \max\{L, T\} \quad 1 < p < 3 \quad (\text{speed} \leftarrow p \rightarrow \text{stability})$$

Dimensionering med Bodediagram

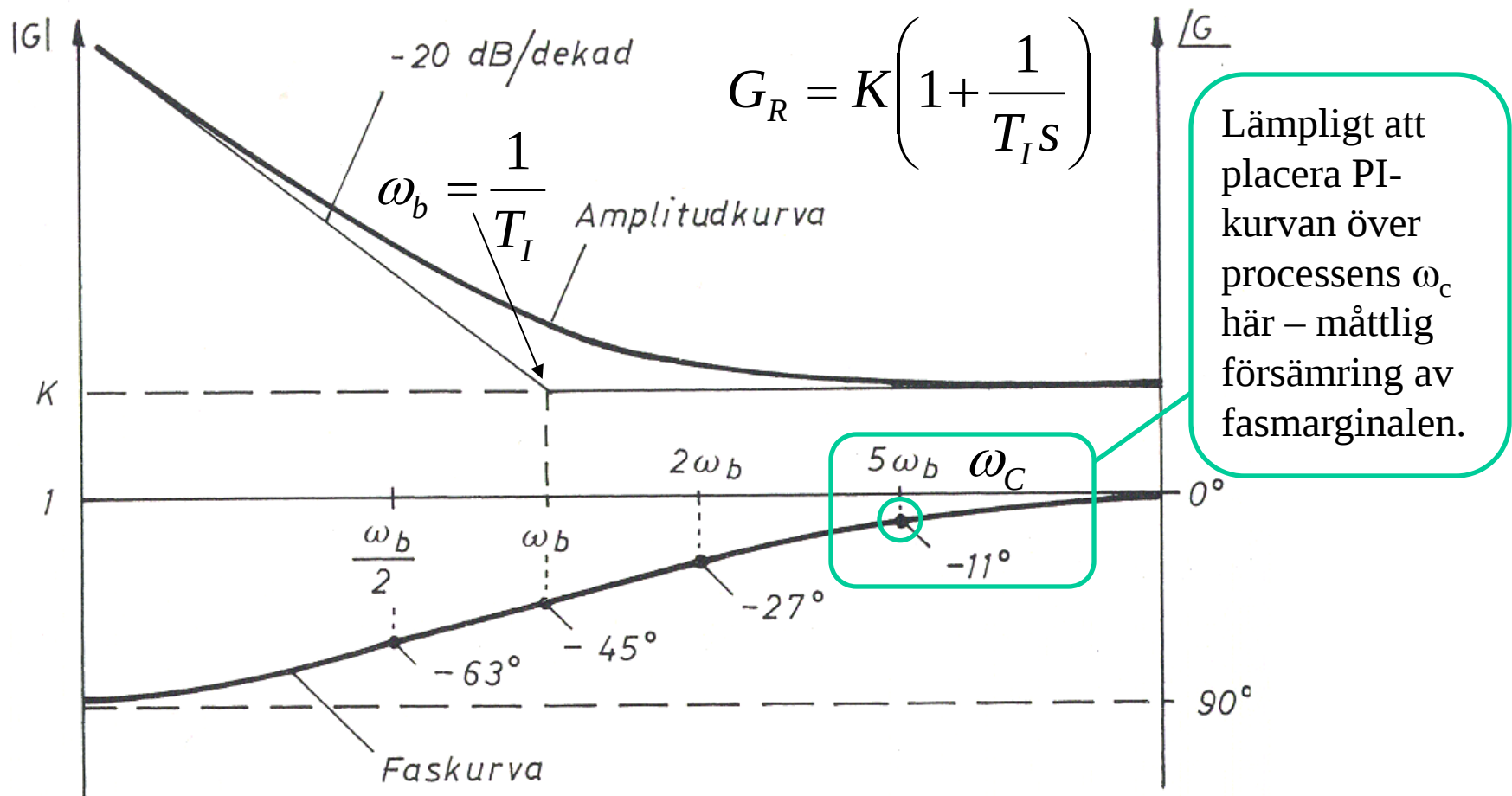


$$P: \quad G_R = K$$

$$PI: \quad G_R = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

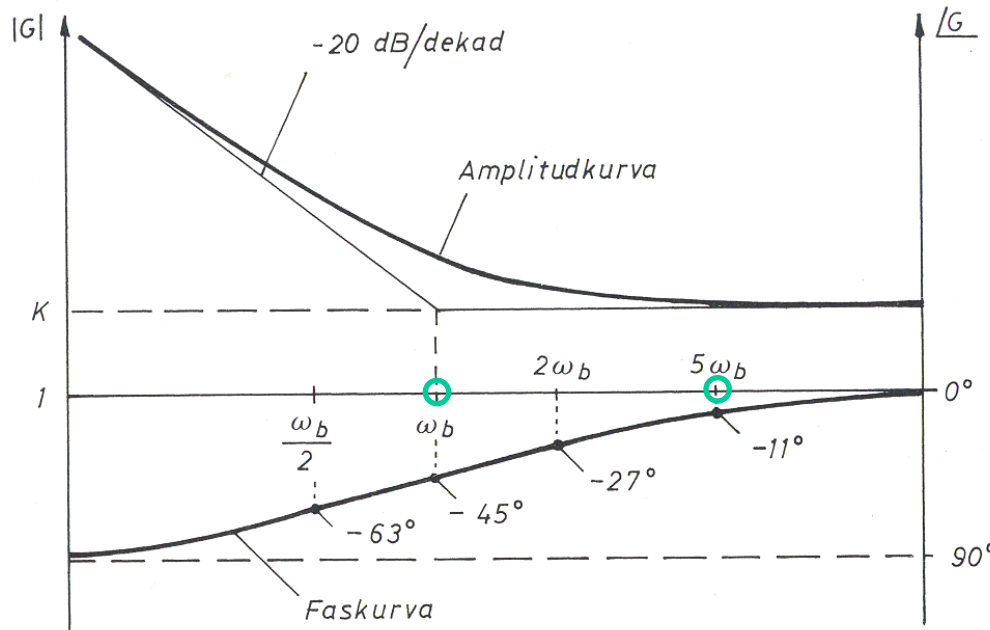
$$PID: \quad G_R = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

PI-regulatorns Bodediagram



PI-regulatorns Bodediagram

$$G_R = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) = \frac{K}{T_I} \cdot \frac{1 + T_I s}{s}$$



1) Rita Bodediagram för processen G_P .

2) Välj K som ger processen önskad fasmarginal **$+11^\circ$** .

3) Bestäm processens ω_c .

4) Lämplig PI-brytfrekvens är $\omega_b = 0,2\omega_c$

$$T_I = \frac{1}{0,2\omega_c}$$

Regulatorn fasvrider med -11° så nu blir fasmarginalen den önskade.

Ex. PI-regulator

$$G_{R(PI)} = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad G_P = \frac{2,5}{(1 + 2s)(1 + 0,5s)}$$

Önskad fasmarginal 45° .

Dimensionera med $45^\circ + 11^\circ = 56^\circ$ fasmarginal eftersom PI-regulatorn fasvrider.

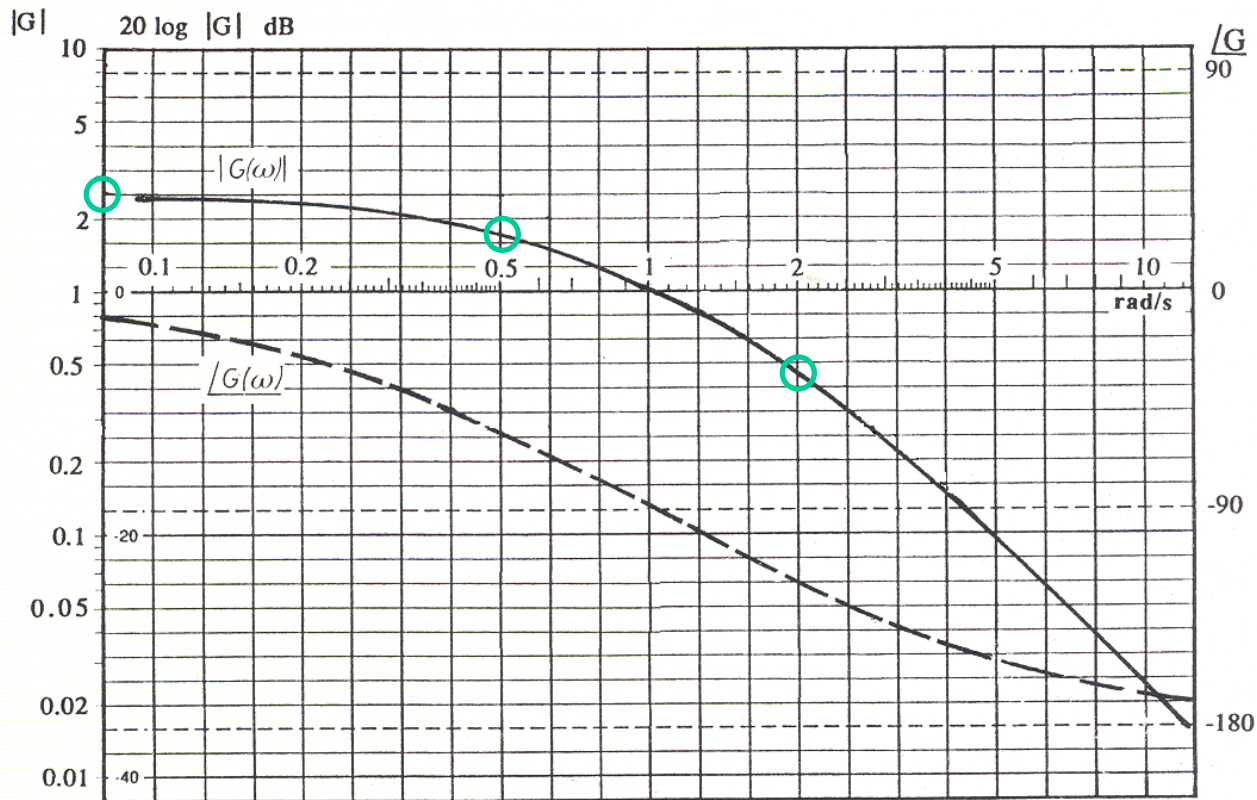
$$\Phi_m = 56^\circ$$

Ex. PI-regulator, process

Processens

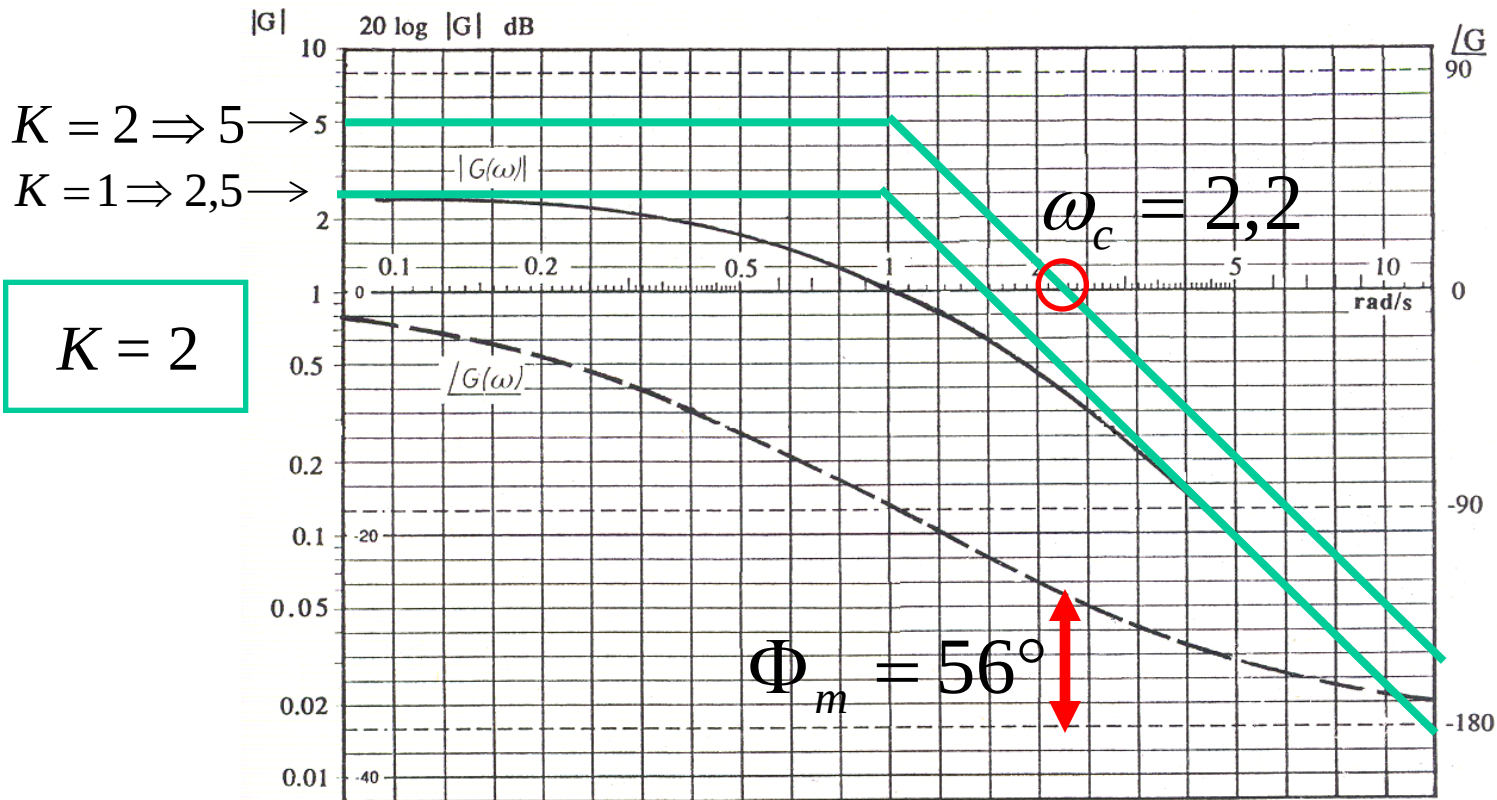
Bode-diagram

$$G_P = \frac{2,5}{(1+2s)(1+0,5s)}$$



Ex. PI-regulator, process K

- Bestäm ω_c ur fasmarginalen. Bestäm K .

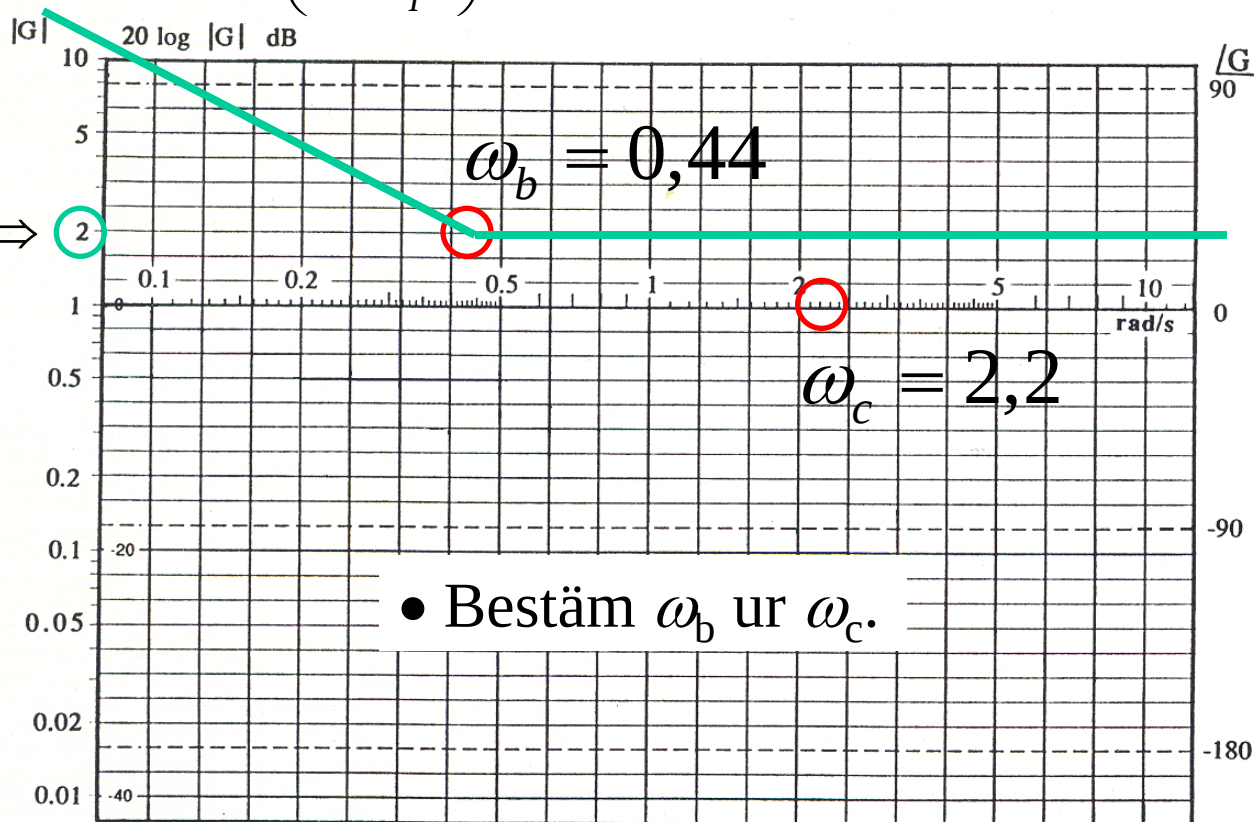


Ex. PI-regulatorn, ω_b

$$G_{R(PI)} = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

$$\omega_b \approx 0,2 \cdot \omega_c = 0,2 \cdot 2,2 = 0,44$$

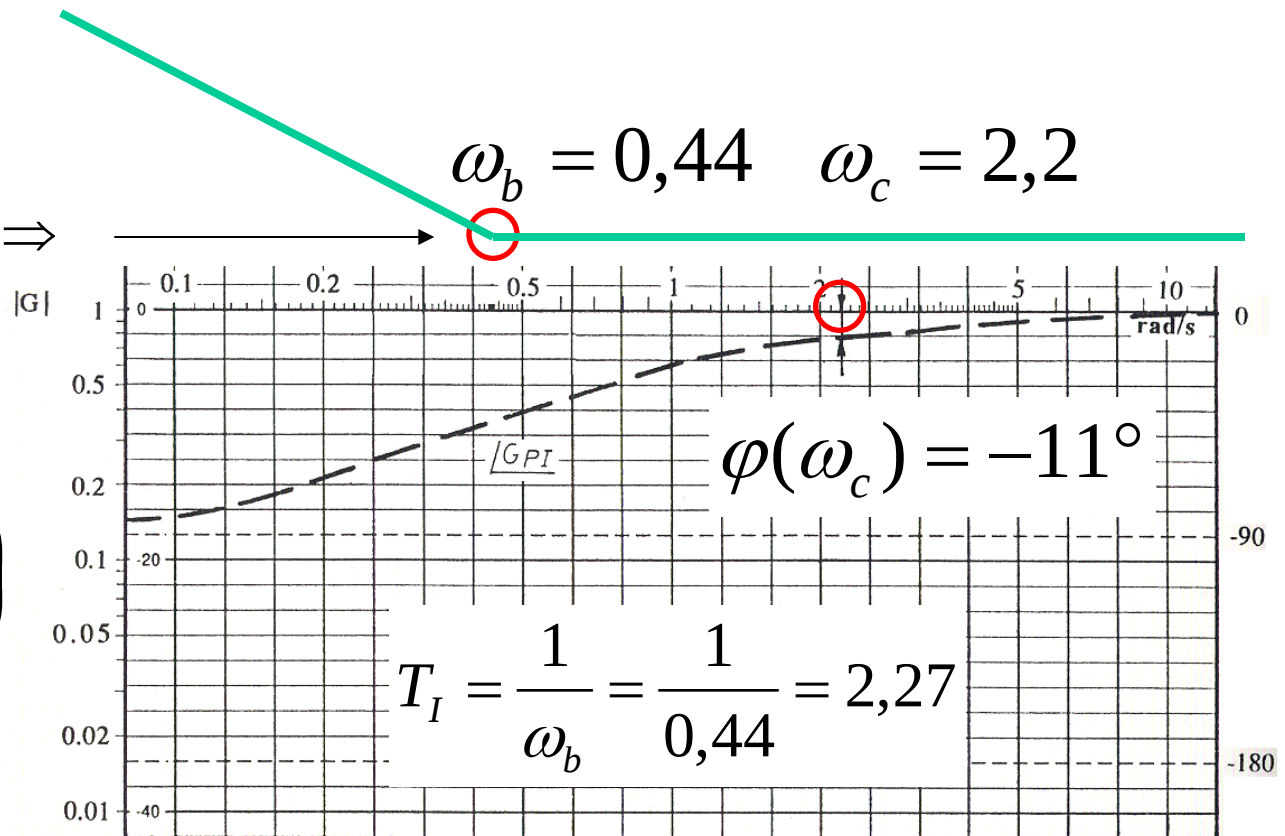
$$K = 2 \Rightarrow$$



Ex. PI-regulatorn, faskurvan

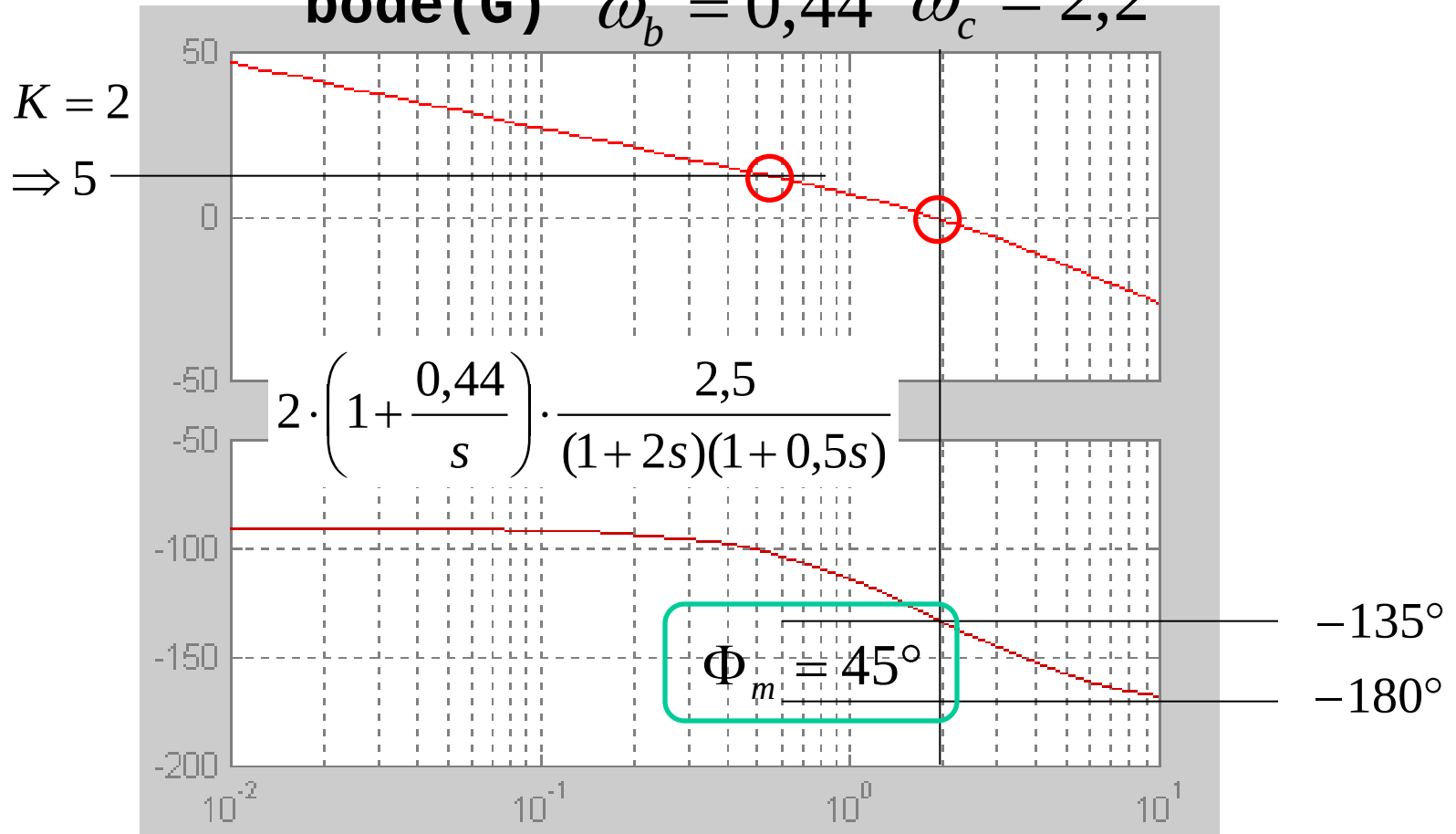
$$G_{R(PI)} = 2 \left(1 + \frac{0,44}{s} \right)$$

$K = 2 \Rightarrow$



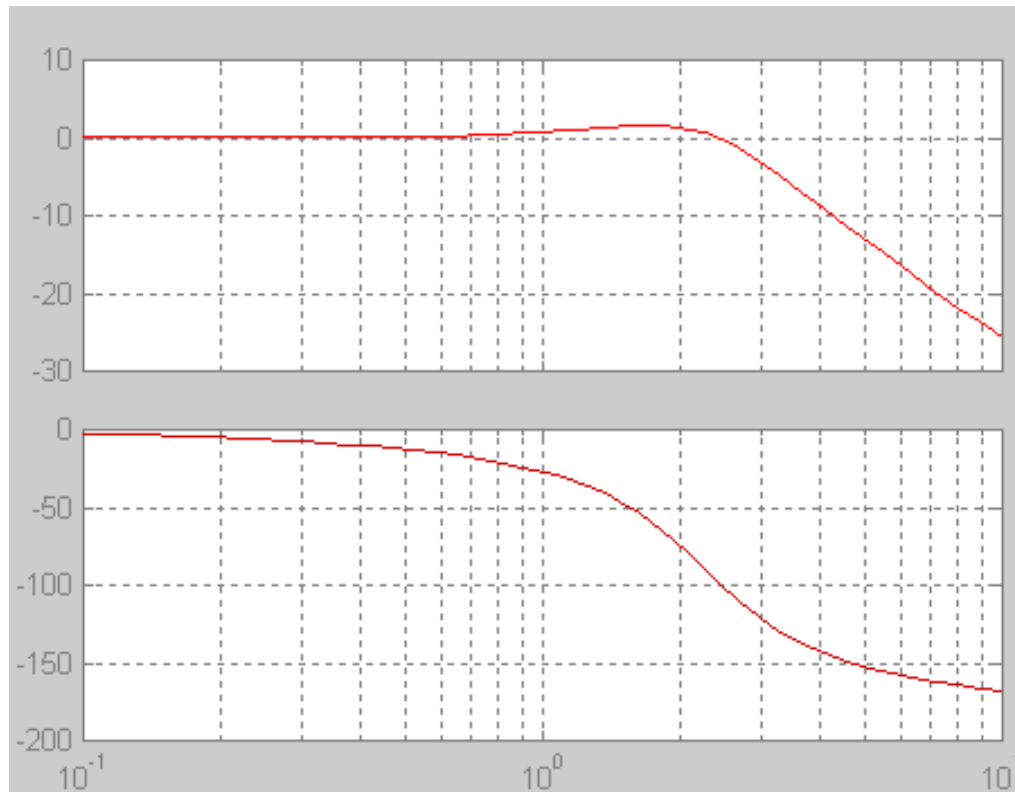
Ex. PI-Totalkurva

bode(G) $\omega_b = 0,44$ $\omega_c = 2,2$

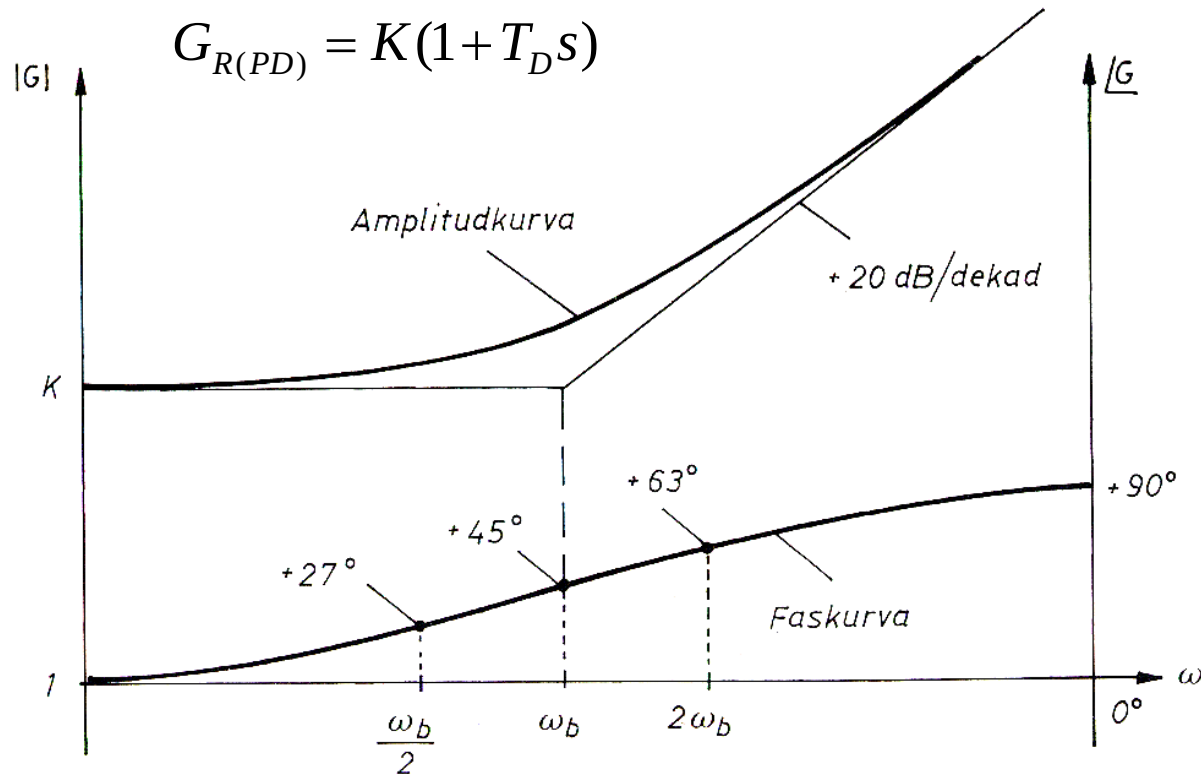


Återkopplat PI-Totalkurva

bode(feedback(R*P, 1, -1))



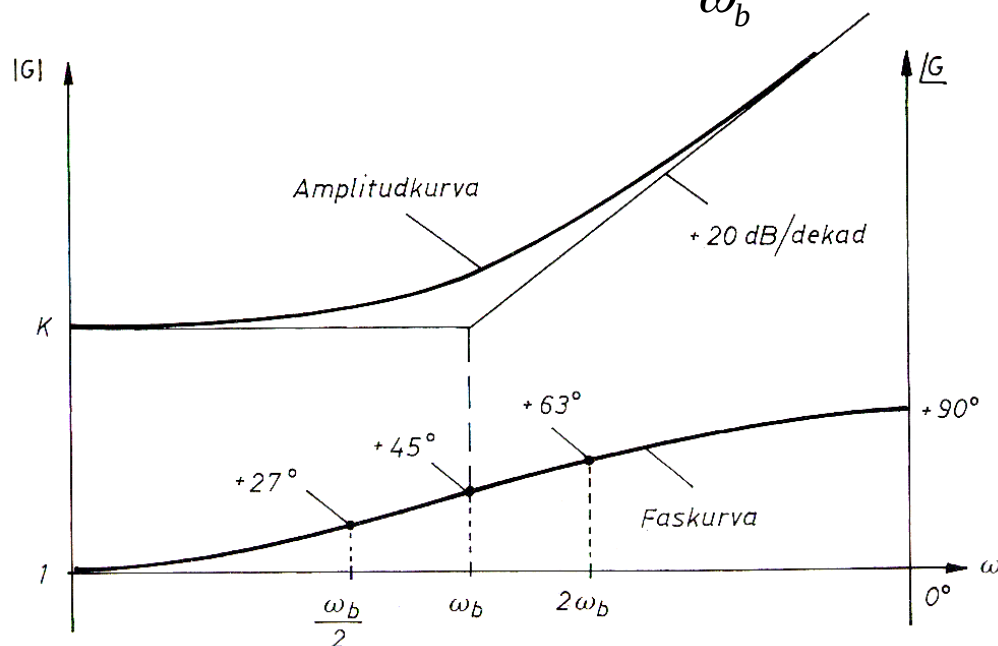
PD-regulatorns Bodediagram



PD-regulatorn ger positiv fasvridning – man kan ha högre förstärkning K utan instabilitet.

PD-regulatorns Bodediagram

$$G_{R(PD)} = K(1 + T_D s) \quad T_D = \frac{1}{\omega_b}$$



1) Rita Bodediagram för processen G_P .

2) Välj K som ger processen önskad fasmarginal.

3) Bestäm processens ω_c och ω_π . Välj ω_b , $\omega_c < \omega_b < \omega_\pi$ (eventuellt kan även $\omega_b > \omega_\pi$ användas eftersom PD förbättrar stabiliteten)

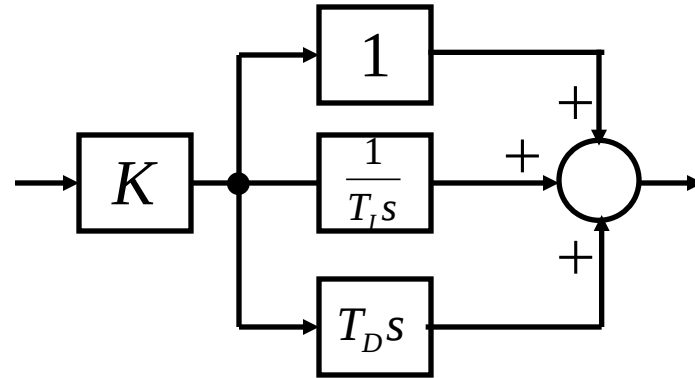
4) Man kan nu öka K och återgå till den ursprungliga fasmarginalen.

$$T_D = \frac{1}{\omega_b}$$

PID-regulatorer

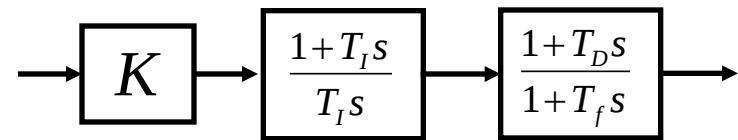
- Teoretisk:

$$G_{R(PID)} = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$



- Praktisk (PI·PD):

$$G_{R(PID)} = K \left(\frac{1 + T_I s}{T_I s} \right) \cdot \left(\frac{1 + T_D s}{1 + T_f s} \right)$$



LP-filter begränsar bruset.

$$T_f \approx 0,1 \cdot T_D$$

PID-regulatorer

$$G_{R(PID)} = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = K \left(\frac{T_I s + 1 + T_I T_D s^2}{T_I s} \right)$$

$$G_{R(PID)} = K \left(\frac{1 + T_I s}{T_I s} \right) \cdot \left(\frac{1 + T_D s}{1 + T_f s} \right) = K \left(\frac{(1 + T_I s)(1 + T_D s)}{T_I s(1 + T_f s)} \right) =$$

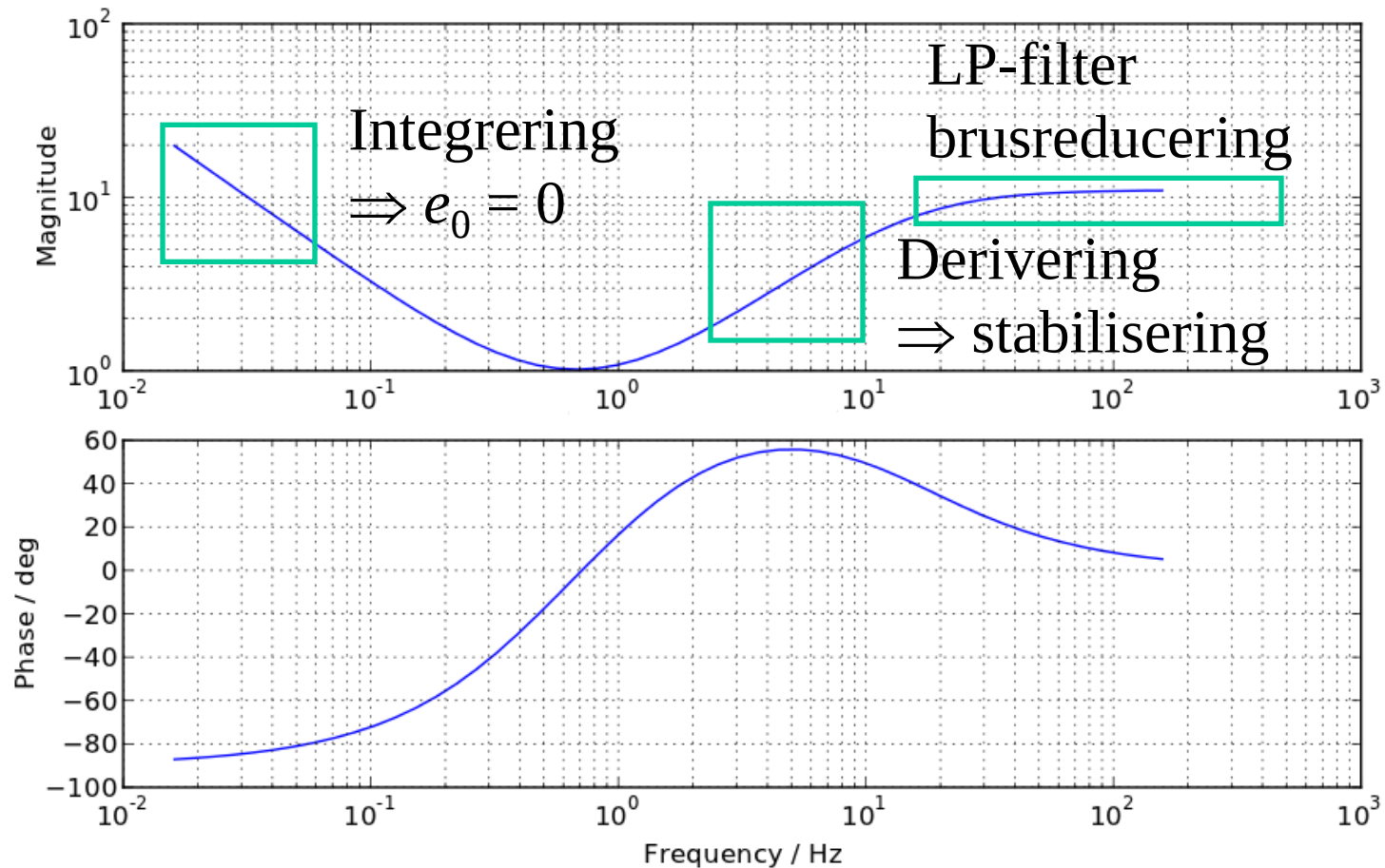
T_D är mindre än T_I

$$= K \left(\frac{1 + \cancel{T_D s} + T_I s + T_I T_D s^2}{T_I s(1 + T_f s)} \right)$$

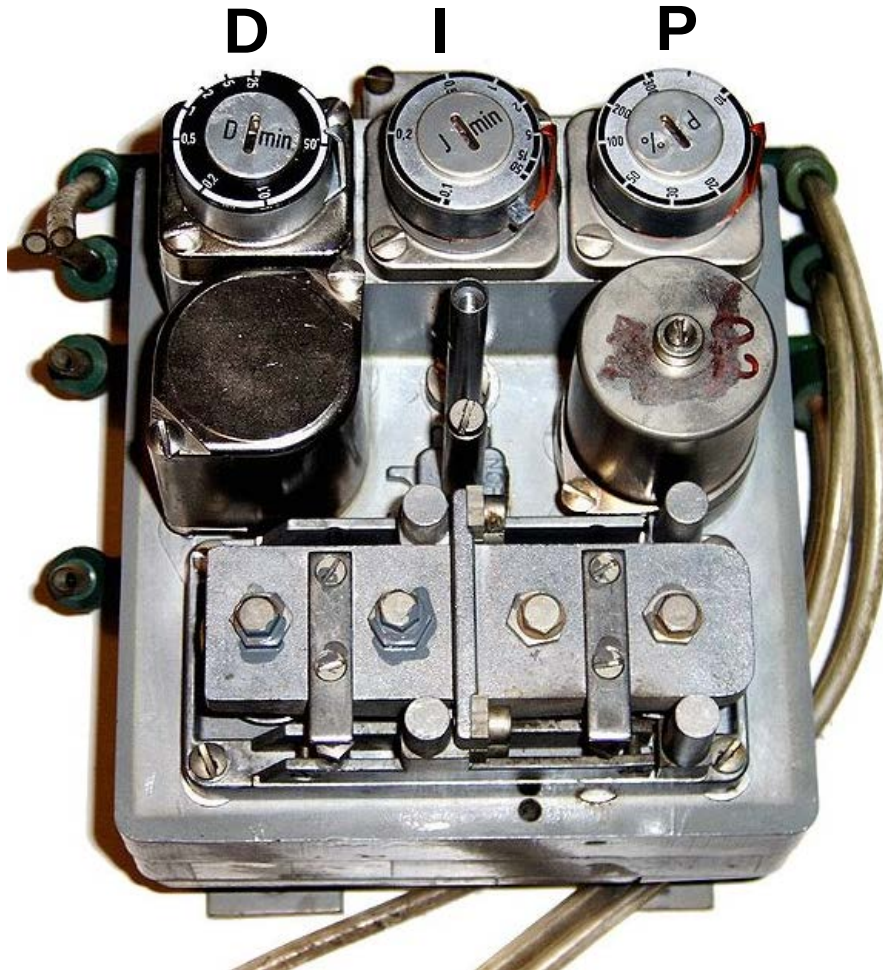
extra – brusreducering

Den ”praktiska” (PI·PD)-regulatorn har således nästan samma överföringsfunktion som den ”matematiska”.

PID-regulatorns Bodediagram



PID-regulator



PID-regulatorn kan vara uppbyggd av mekaniska komponenter – tex. för tryckluftutrustningar, men det vanliga är att programmera en regulator med några rader kod i en mikroprocessor.



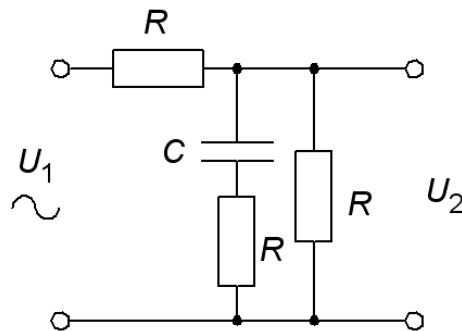
PID-regulator

```
1 //Define parameters
2 #define dt 0.01 //100 ms looptime
3 #define Kp 0.1
4 #define Kd 0.01
5 #define Ki 0.005
6
7 float PID_regulator( float setpoint, float actual_position )
8 {
9     static float pre_error = 0;
10    static float integral = 0;
11    float error;
12    float derivative;
13    float output;
14
15    //Calculate P,I,D
16    error = setpoint - actual_position;
17    integral = integral + error*dt;
18    derivative = (error - pre_error)/dt;
19
20    //Calculate output
21    output = Kp*error + Ki*integral + Kd*derivative;
22    return output;
23 }
24
```

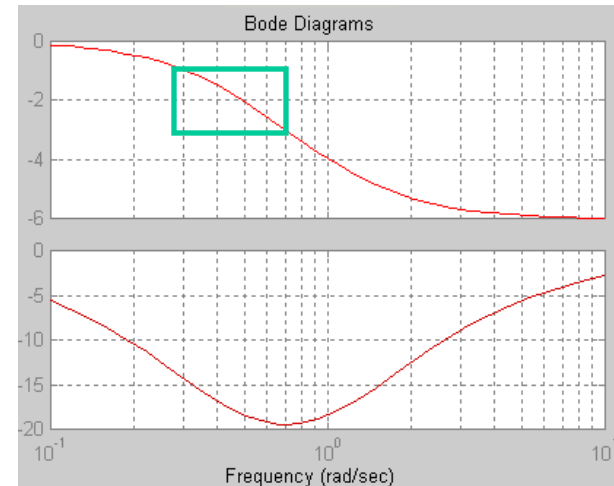


(Kompenseringsfilter **Lag**)

Phase-Lag. Fasretarderande filter. Användes förr för att förbättra statisk noggrannhet och störningsdämpning – till priset av ett ostabilare system.



$$G_{R(Lag)} = a \frac{1 + Ts}{1 + aTs} \quad a > 1$$

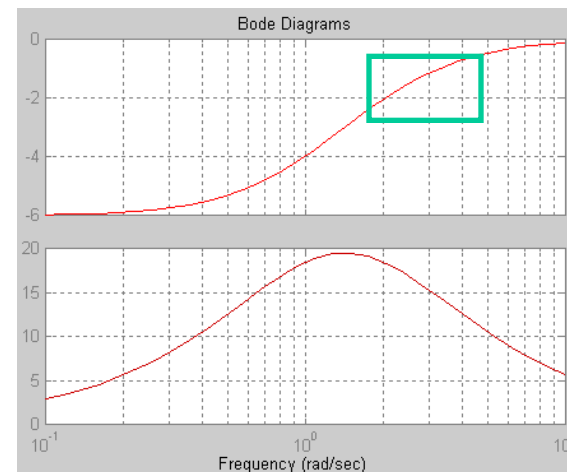
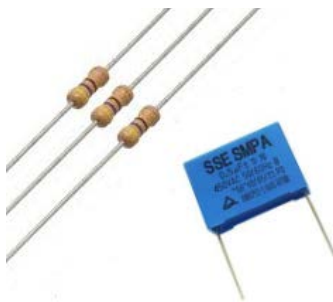
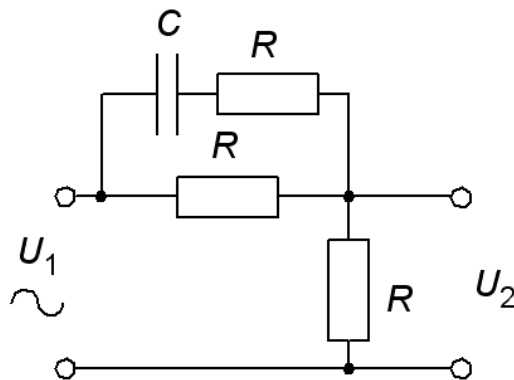


Elektronikkomponenter är visserligen billiga – men några rader processorkod är ändå billigare.

(Kompenseringsfilter **Lead**)

Phase-Lead. Fasavancerande. Användes förr för att öka snabbhet och stabilitet.

$$G_{R(Lead)} = \frac{bTs + 1}{Ts + 1} \quad b > 1$$

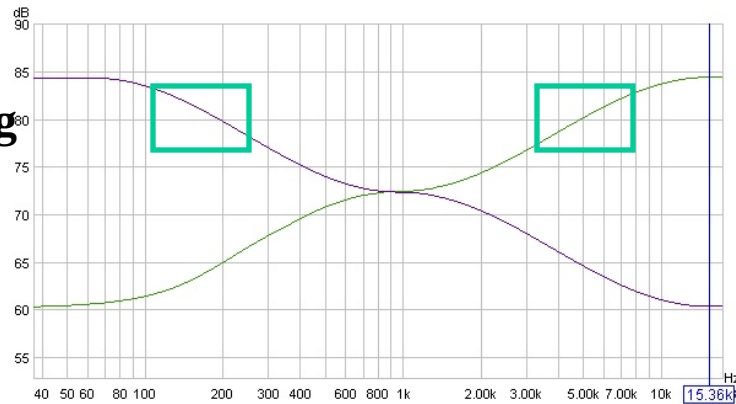


Elektronikkomponenter är visserligen billiga – men några rader processorkod är ändå billigare.

(PID-regulator = filter)

En PID-regulator kan kanske ”liknas” vid stereos tonkontroller!

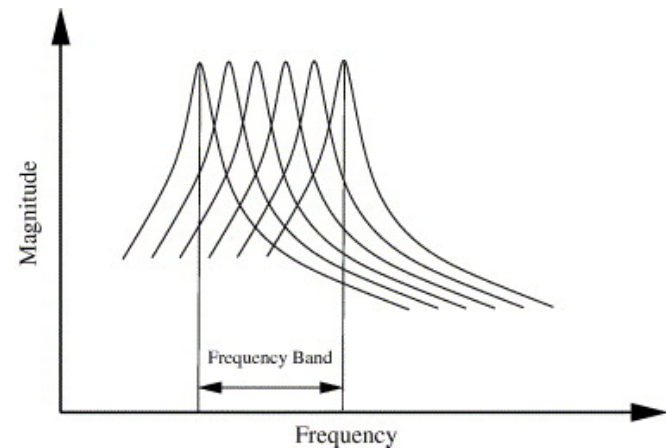
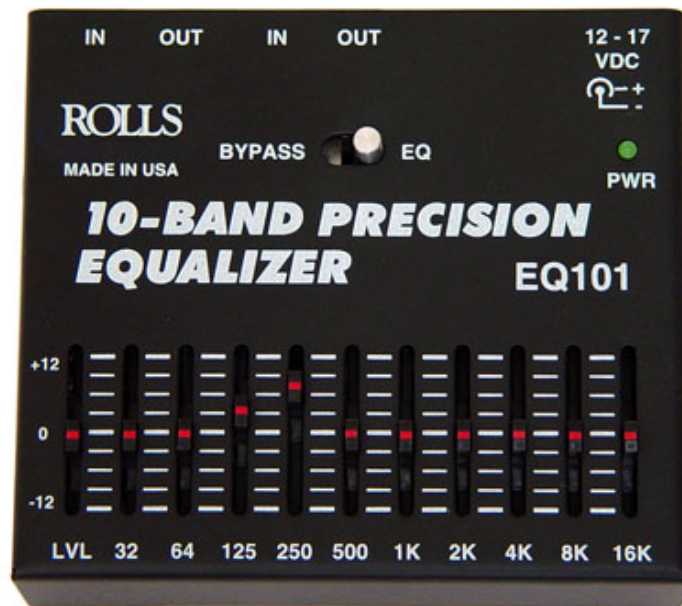
Bas –
integrering



Diskant –
derivering



(Varför *inte* en equalizer ?)



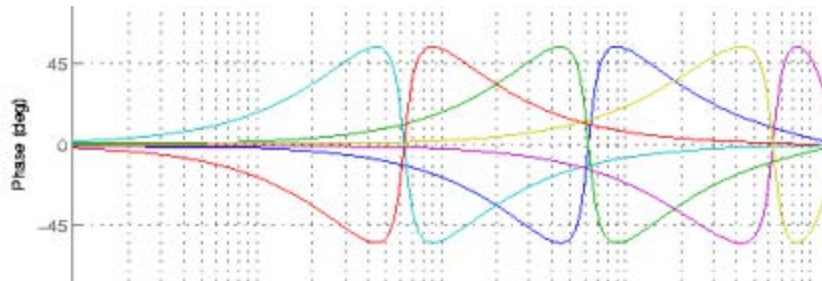
(Varför *inte* equalizer?)

Örat är *okänsligt* för *fasvridning*. Därför är equalizern ljudteknikerns bästa verktyg.

Reglerteknikern måste hela tiden hålla reda på fasvridningen för att ***undvika instabilitet!***

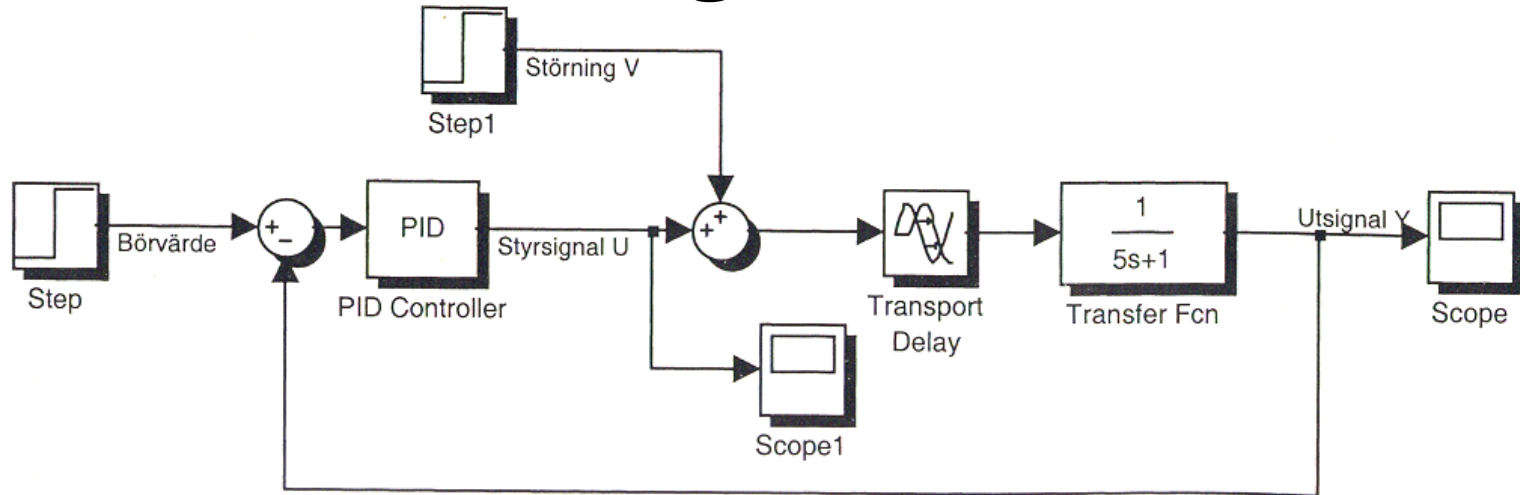
Equalizern ändrar fasvridning helt *kaotiskt* när man ställer in amplitudkurvan.

Equalizerns fasvridning varierar mycket med inställningarna!



- ***Kursavsnitten om digitala regulatorer kommer att ge dig förbättrade verktyg för regulatorkonstruktion.***

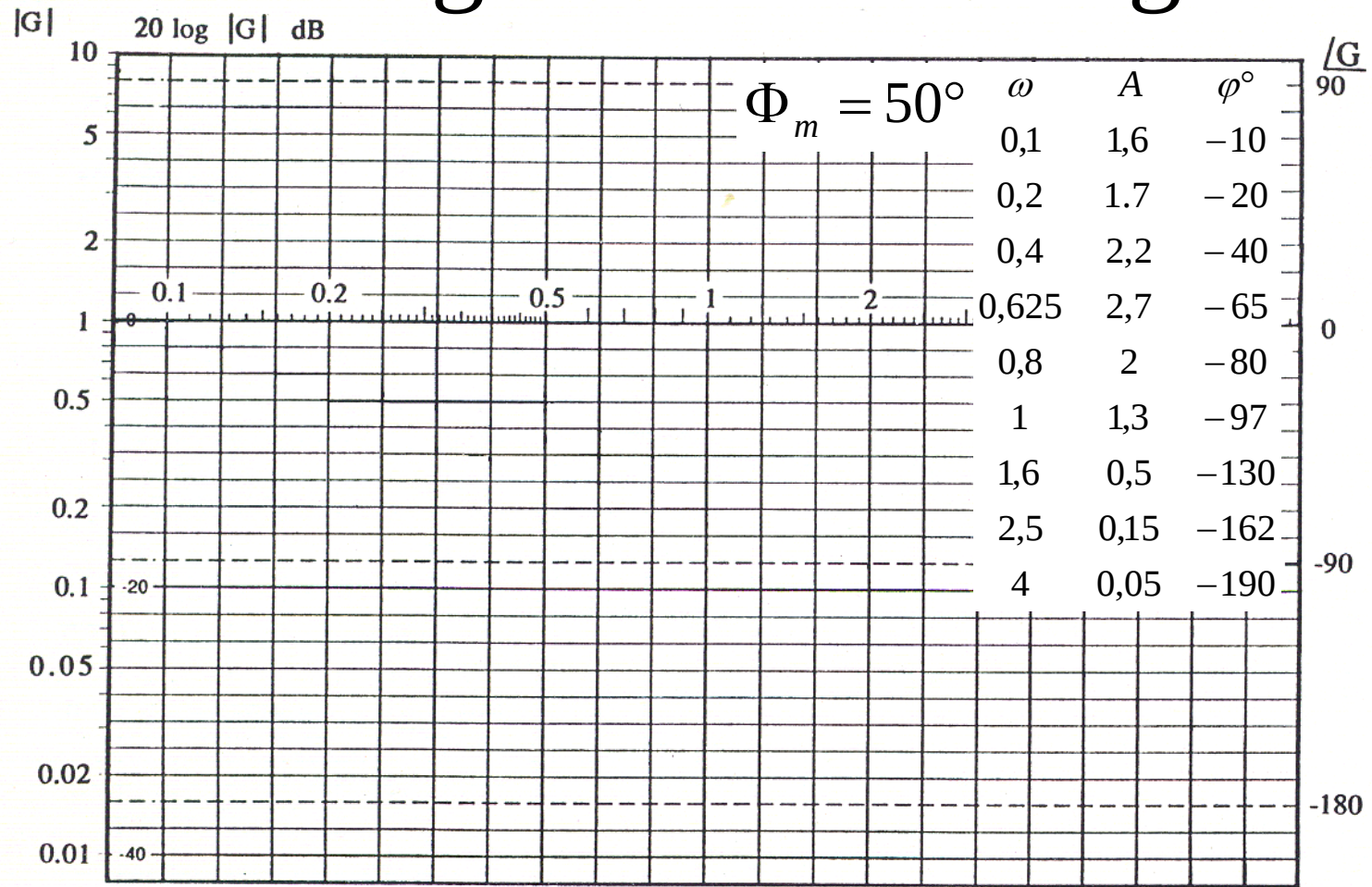
Simuleringar Simulink



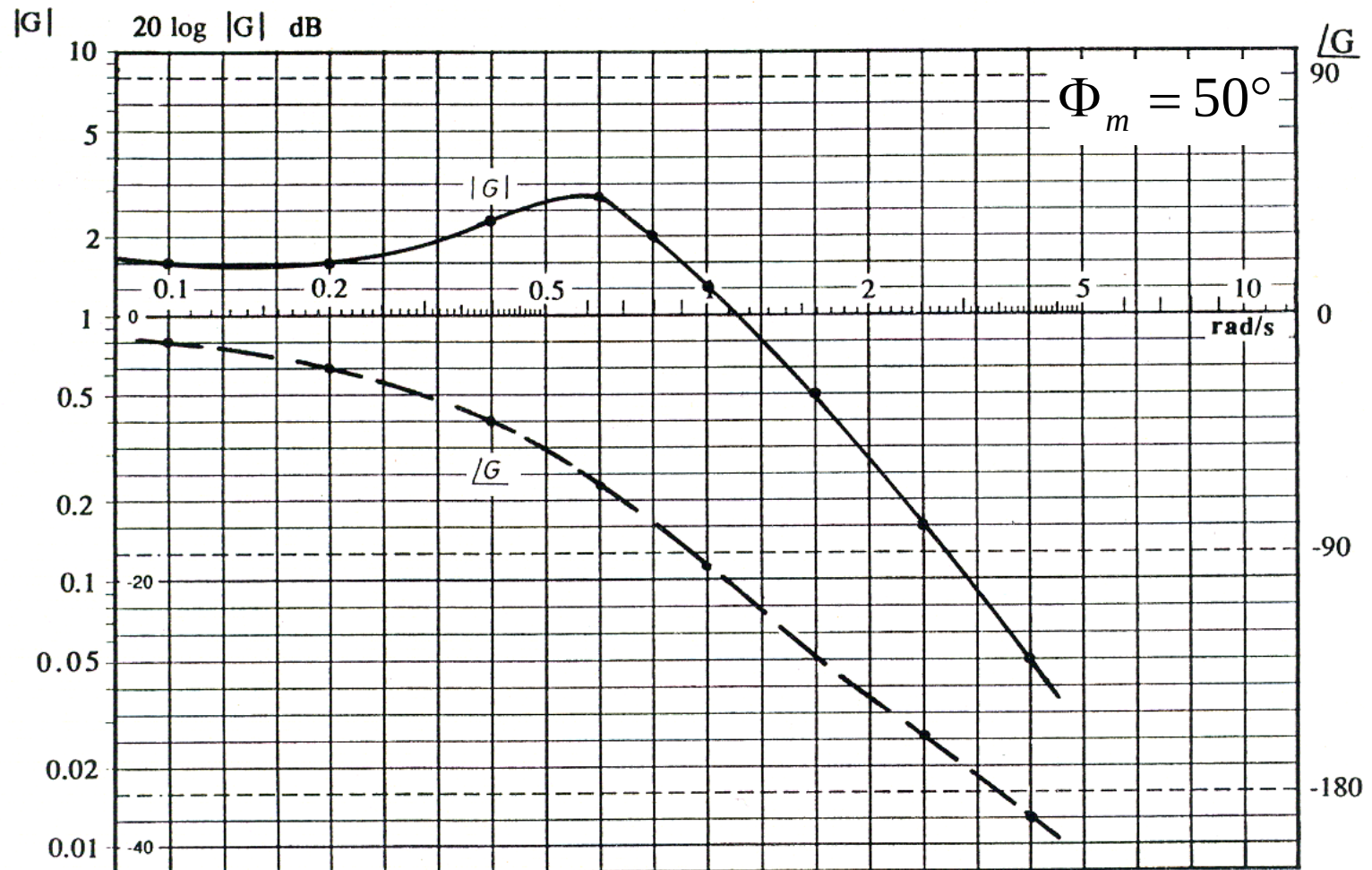
De olika kraven som finns på en process är ***motstridiga***. Förbättring av någon parameter köps på bekostnad av någon annan. Det naturliga arbetsättet för att ställa in en regulator är att **simulera systemet** och prova olika kombinationer.

Det verkliga systemet bjuder sedan på nya överraskningar som inte fanns med i det simulerade systemet!

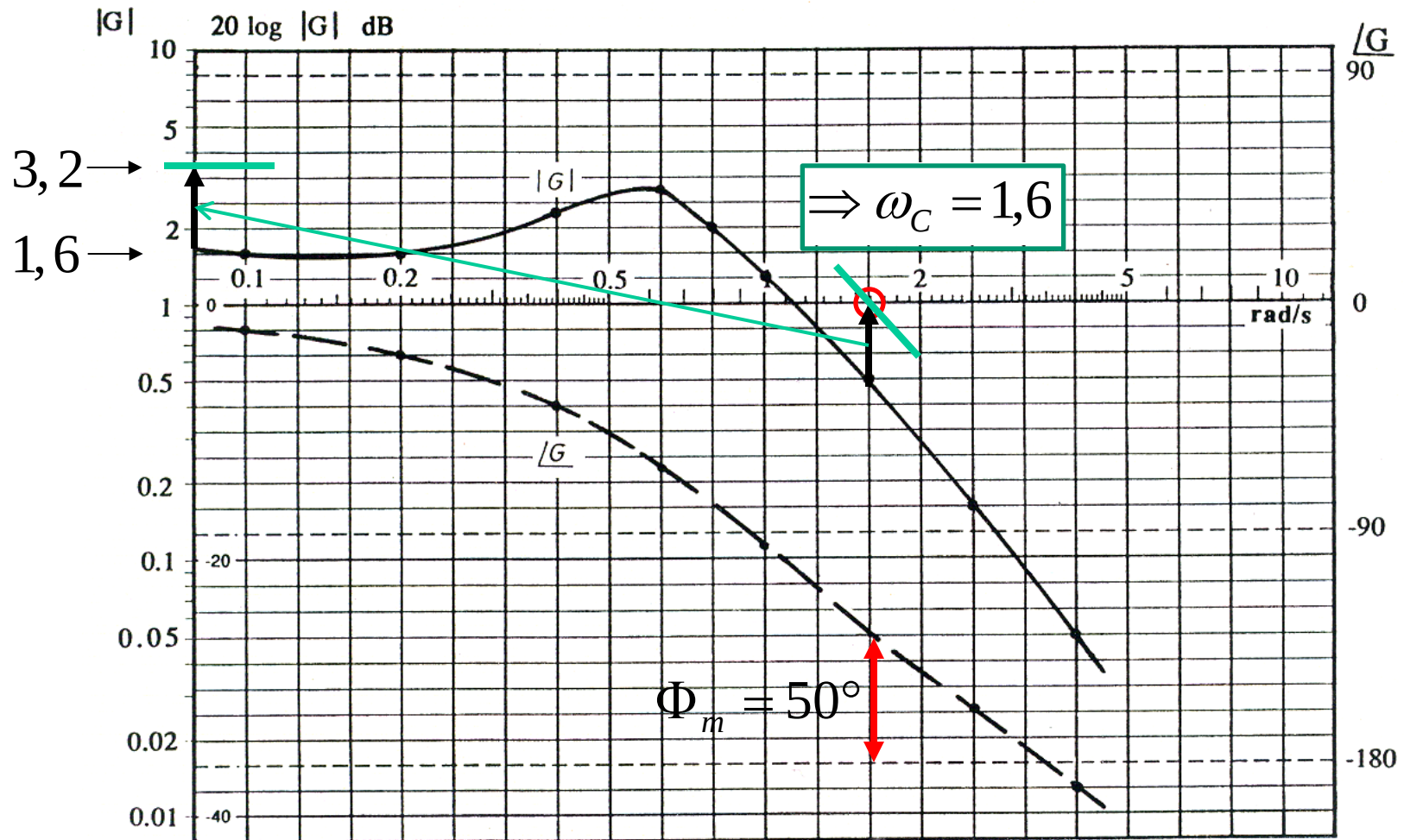
11.7 P-regulator Bodediagram



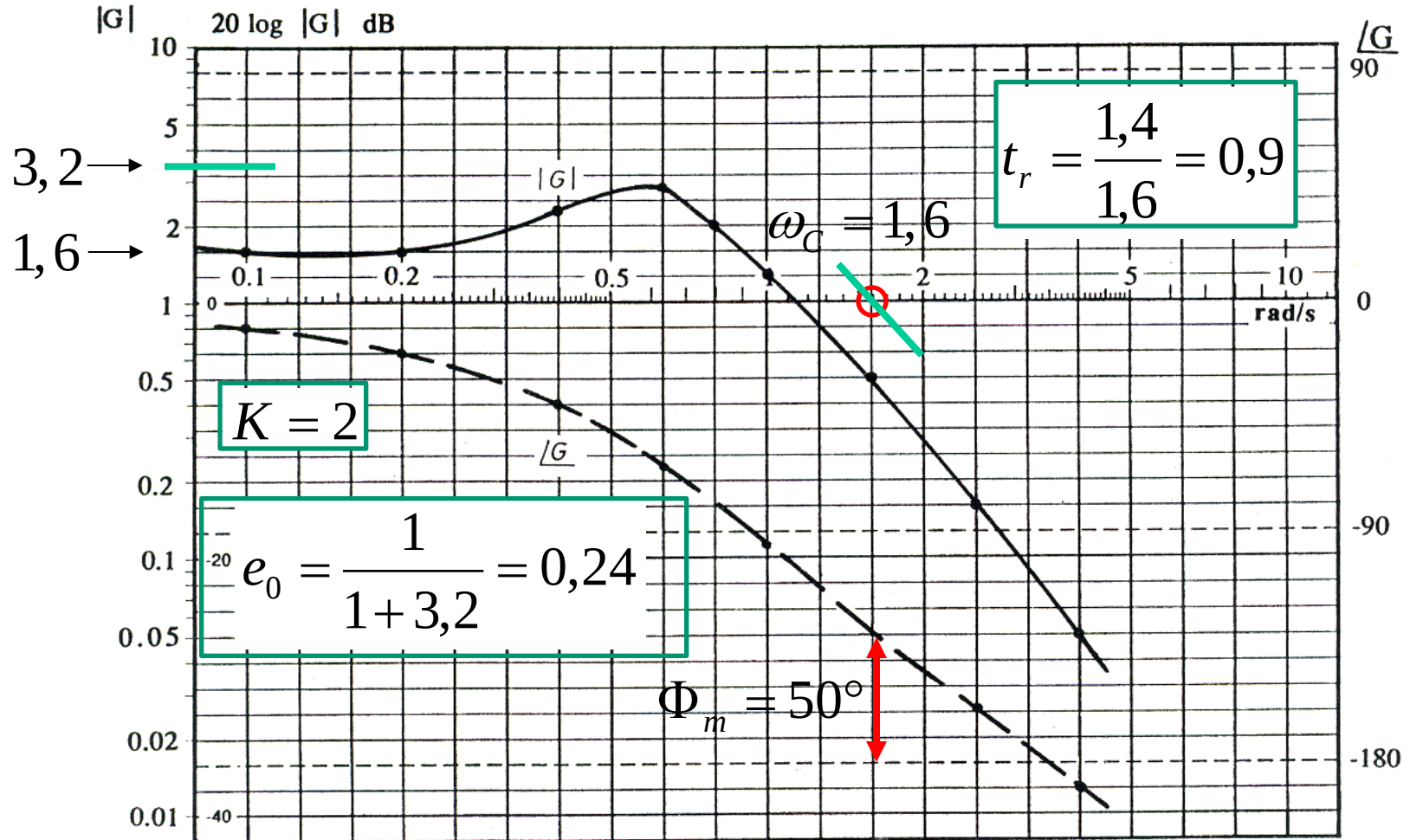
11.7 lösn. P-reg. Bodediagram



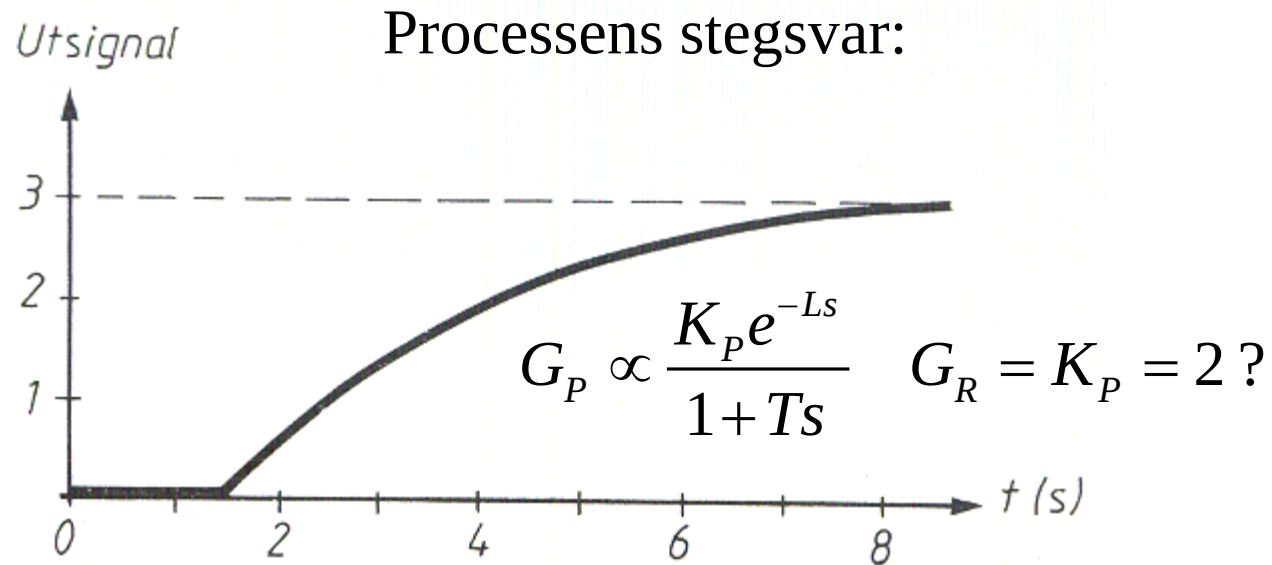
11.7 lösn. P-reg. Bodediagram



11.7 lösn. P-reg. Bodediagram



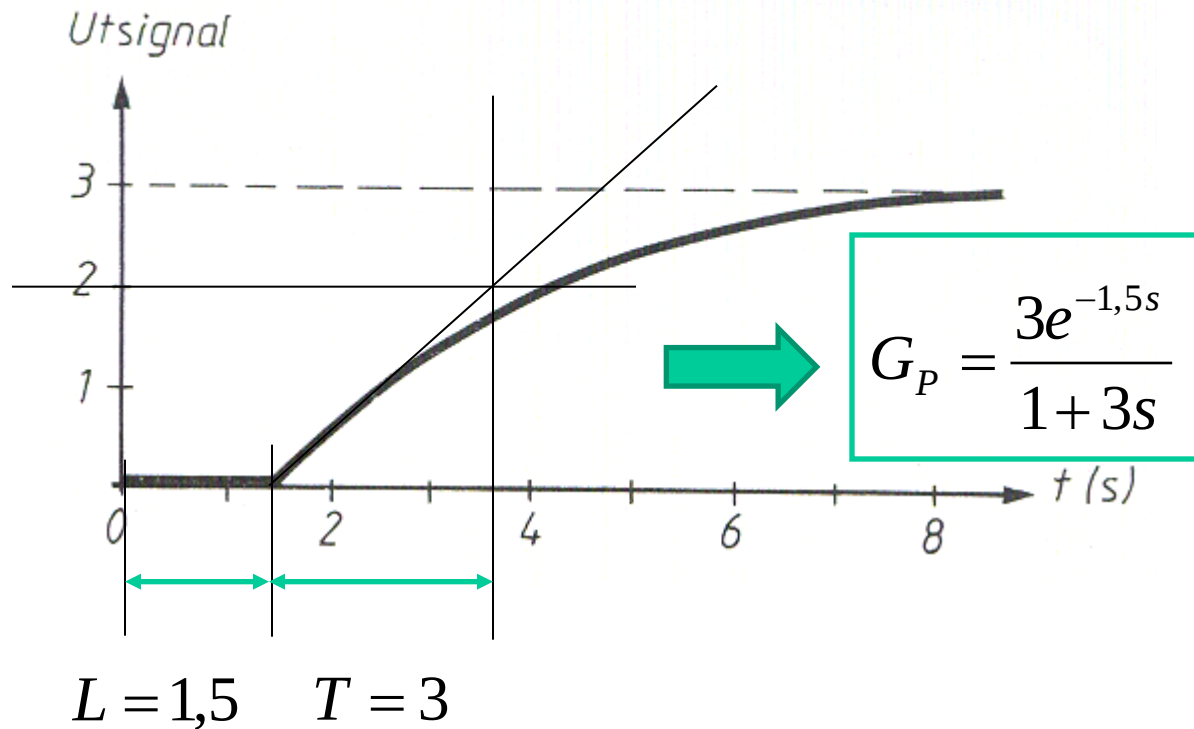
11.8 Stabilt med $K_R = 2$?



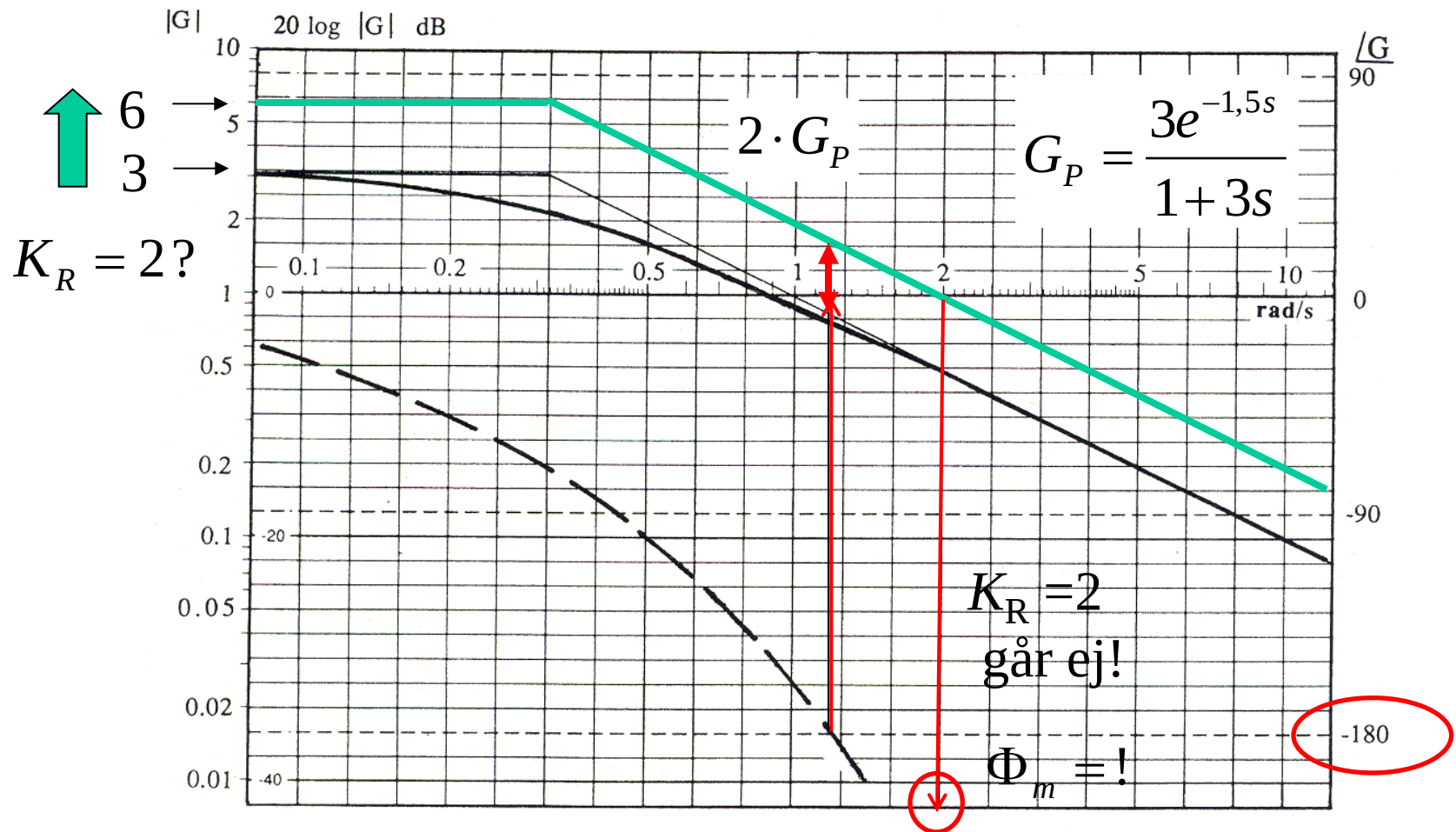
Vem vet?

11.8 lösn. Stabilt med $K_R = 2$?

- Identifiera processens parametrar



11.8 lösn. Stabilt med $K_R = 2$?



11.9 P, I -regulatorer

$$G_P = \frac{2}{(1+s)^2} \quad G_{R(P)} = K \quad G_{R(I)} = \frac{1}{T_I s}$$

- a) P-regulator. Bestäm K för $\Phi_m = 45^\circ$.
- b) I-regulator. Bestäm T_I för $\Phi_m = 45^\circ$.
- c) Beräkna och jämför ω_C och t_r för a) och b).

11.9 a lösn. P-regulator

$$G_P \cdot G_{R(P)} = \frac{2K}{(1+s)^2} \quad G(\omega) = \frac{2K}{1+\omega^2} \quad \phi(\omega) = -2 \arctan(\omega)$$

$\Phi_m = 45^\circ:$	$(-180^\circ + 45^\circ) \frac{\pi}{180^\circ} = -2 \arctan(\omega_m) \Rightarrow \omega_m = 2.4$
$G(\omega_m) = 1:$	$1 = \frac{2K}{1+\omega_m^2} \Rightarrow K = \frac{1+2,4^2}{2} = 3,4$

Med $K = 3,4$ blir $\omega_C = 2,4$ och $\Phi_m = 45^\circ$.

11.9 b lösn. I-regulator

$$G_P \cdot G_{R(I)} = \frac{2}{T_I s(1+s)^2} \quad G(\omega) = \frac{2}{T_I \omega(1+\omega^2)} \quad \phi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 2 \arctan(\omega)$$

$\Phi_m = 45^\circ:$	$(-180^\circ + 45^\circ) \frac{\pi}{180^\circ} = -\frac{\pi}{2} - 2 \arctan(\omega_m) \Rightarrow \omega_m = 0,41$
$G(\omega_m) = 1:$	$1 = \frac{2}{T_I \omega_m (1 + \omega_m^2)} \Rightarrow T_I = \frac{2}{0,41(1 + 0,41^2)} = 4,2$

Med $T_I = 4,2$ blir $\omega_C = 0,41$ och $\Phi_m = 45^\circ$.

11.9 c lösn. Jämför P och I

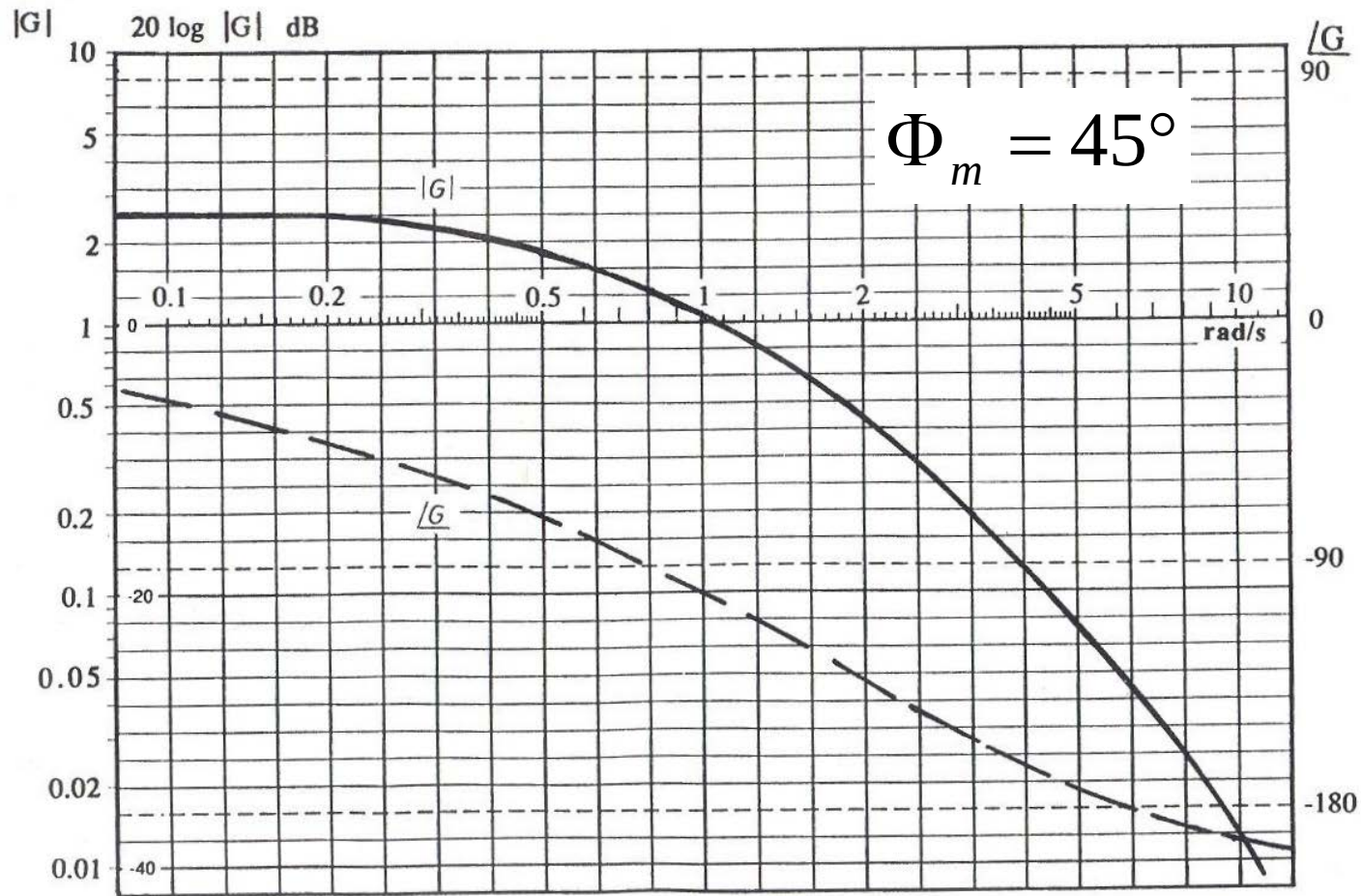
P :

$$\omega_C = 2,4 \quad t_r = \frac{1,4}{2,4} = 0,58 \quad \text{Sex ggr. Snabbare!}$$

I :

$$\omega_C = 0,41 \quad t_r = \frac{1,4}{0,41} = 3,4$$

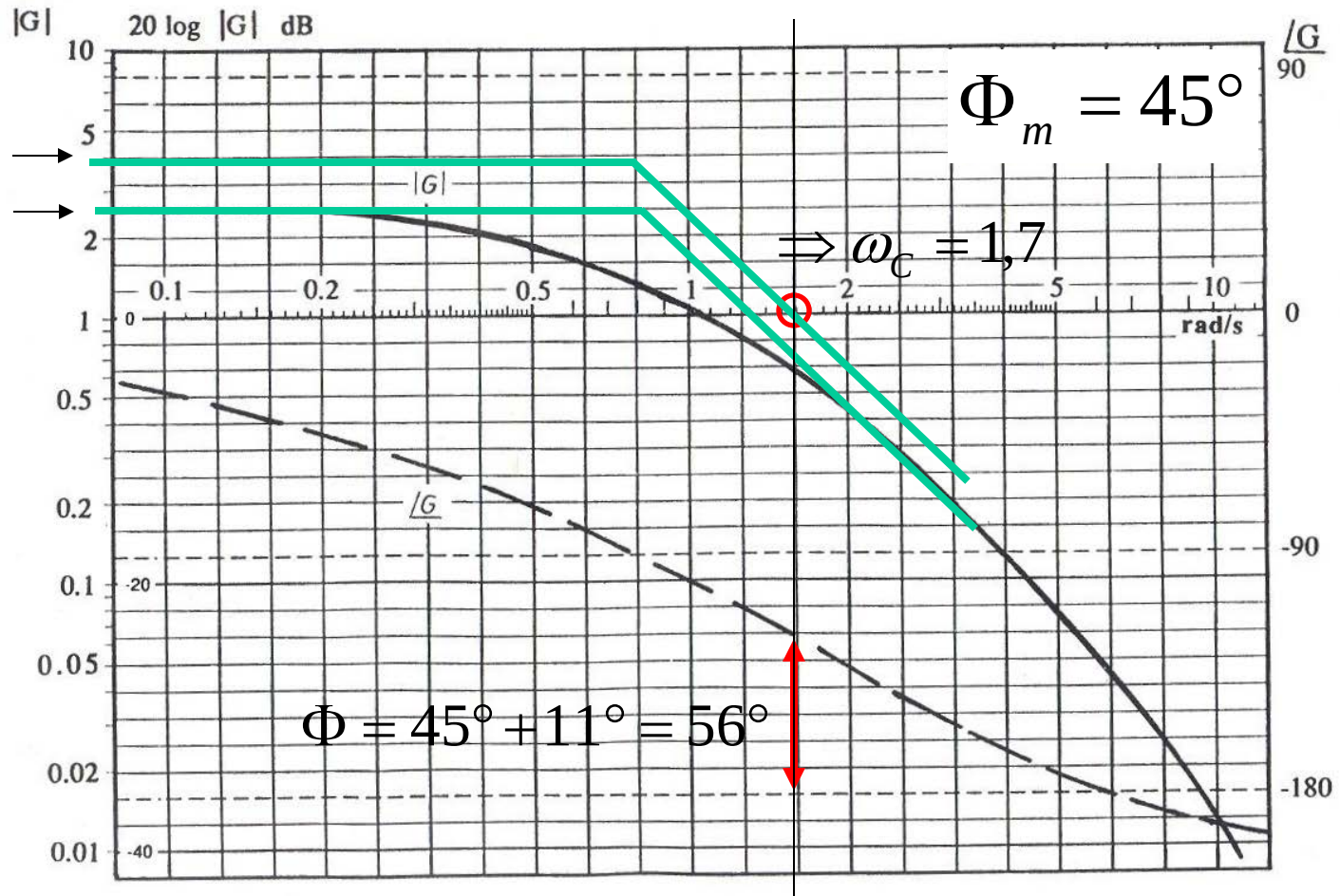
11.11 a PI-regulator



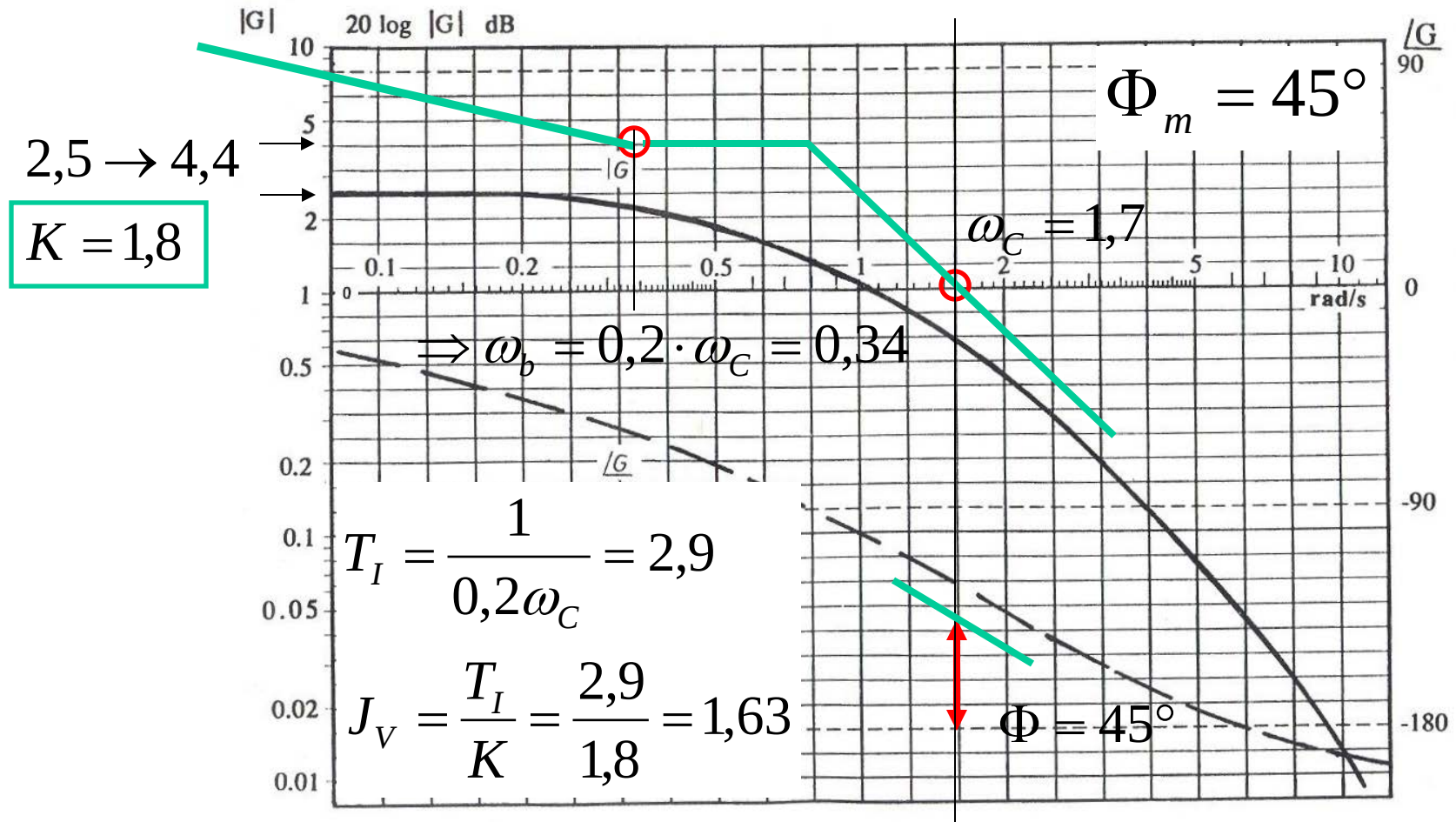
11.11 a lösn. PI-regulator, K

2,5 $\rightarrow$ 4,4

$K = 1,8$

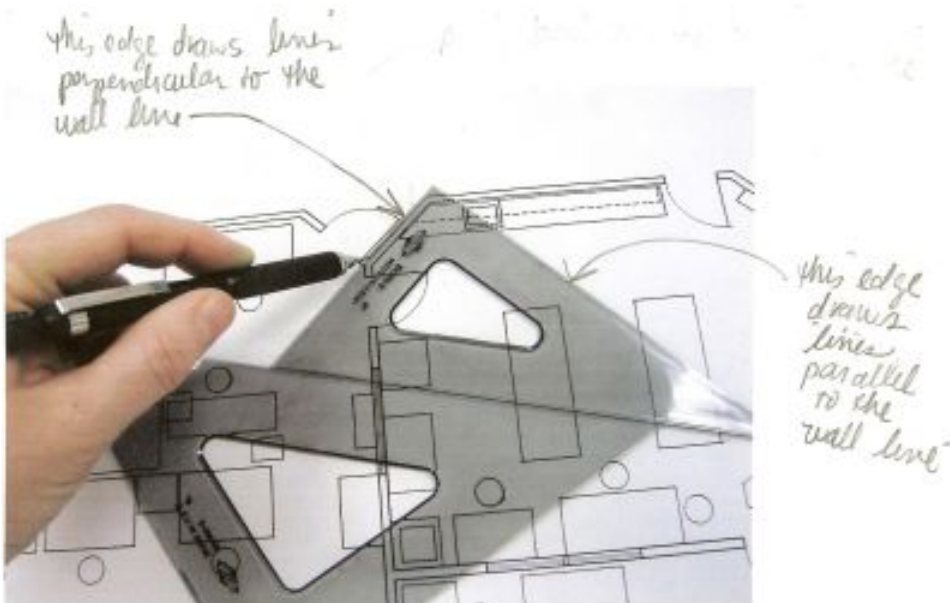


11.11 a lösn. nu PI-regulator, T_I



Rolling ruler

För länge sedan
hade ingenjören en
rolling ruler för att
rita parallella linjer



Bode-diagram för hand:
Parallella linjer ritas
man enklast med två
vinkelhakar.

11.14 PD-regulator

$$G_P = \frac{4}{(1+s)^3} \quad G_{R(PD)} = K(1+T_D s)$$

Arbetsgång:

P: Bestäm K för $\Phi_m = 60^\circ$.

PD: Välj T_D . Bestäm nytt högre K för $\Phi_m = 60^\circ$.

11.14 lösn. PD-regulator, K

Process:

$$G_P = \frac{4}{(1+s)^3}$$

$$G_P(\omega) = \frac{4}{(1+\omega^2)\sqrt{1+\omega^2}} \quad \phi_P(\omega) = -3\arctan(\omega)$$

$$\boxed{\Phi_m = 60^\circ :} \quad (180^\circ - 60^\circ) \frac{\pi}{180^\circ} = -3\arctan(\omega_m) \Rightarrow \omega_m = 0,84$$

11.14 lösn. PD-regulator, K

Med P-regulator: $K \cdot G_P = \frac{4 \cdot K}{(1+s)^3} \quad \omega_m = 0,84$

$$\boxed{K \cdot G_P(\omega_m) = 1:} \quad 1 = \frac{4K}{(1 + \omega_m^2) \sqrt{1 + \omega_m^2}}$$

*Det behövdes
dämpning!*

$$\Rightarrow \boxed{K} = \frac{(1 + 0,84^2) \sqrt{1 + 0,84^2}}{4} = \boxed{0,56}$$

Med $K = 0,56$ blir $\omega_C = 0,84$ och $\Phi_m = 60^\circ$.

11.14 lösn. PD-regulator, ω_π , T_D

$$\varphi_P(\omega) = -3\arctan(\omega)$$

$$\varphi_P(\omega_\pi) = -\pi = -3\arctan(\omega_\pi) \Rightarrow \boxed{\omega_\pi = 1,73}$$

Välj (= guess):

$$\boxed{\omega_C < \omega_b = \frac{1}{T_D} < \omega_\pi}$$

$$0,84 < \omega_b < 1,73 \Rightarrow \omega_b = 1,5$$

$$\boxed{T_D = \frac{1}{1,5} = 0,67}$$

(Eftersom deriveringen förbättrar stabiliteten skulle även ω_b kunna väljas något högre än ω_π).

11.14 lös. PD-regulator, nytt K

$$G_P = \frac{4}{(1+s)^3} \quad G_{R(PD)} = K(1+T_D s) \quad G = G_P \cdot G_{R(PD)} = \frac{4K(1+T_D s)}{(1+s)^3}$$

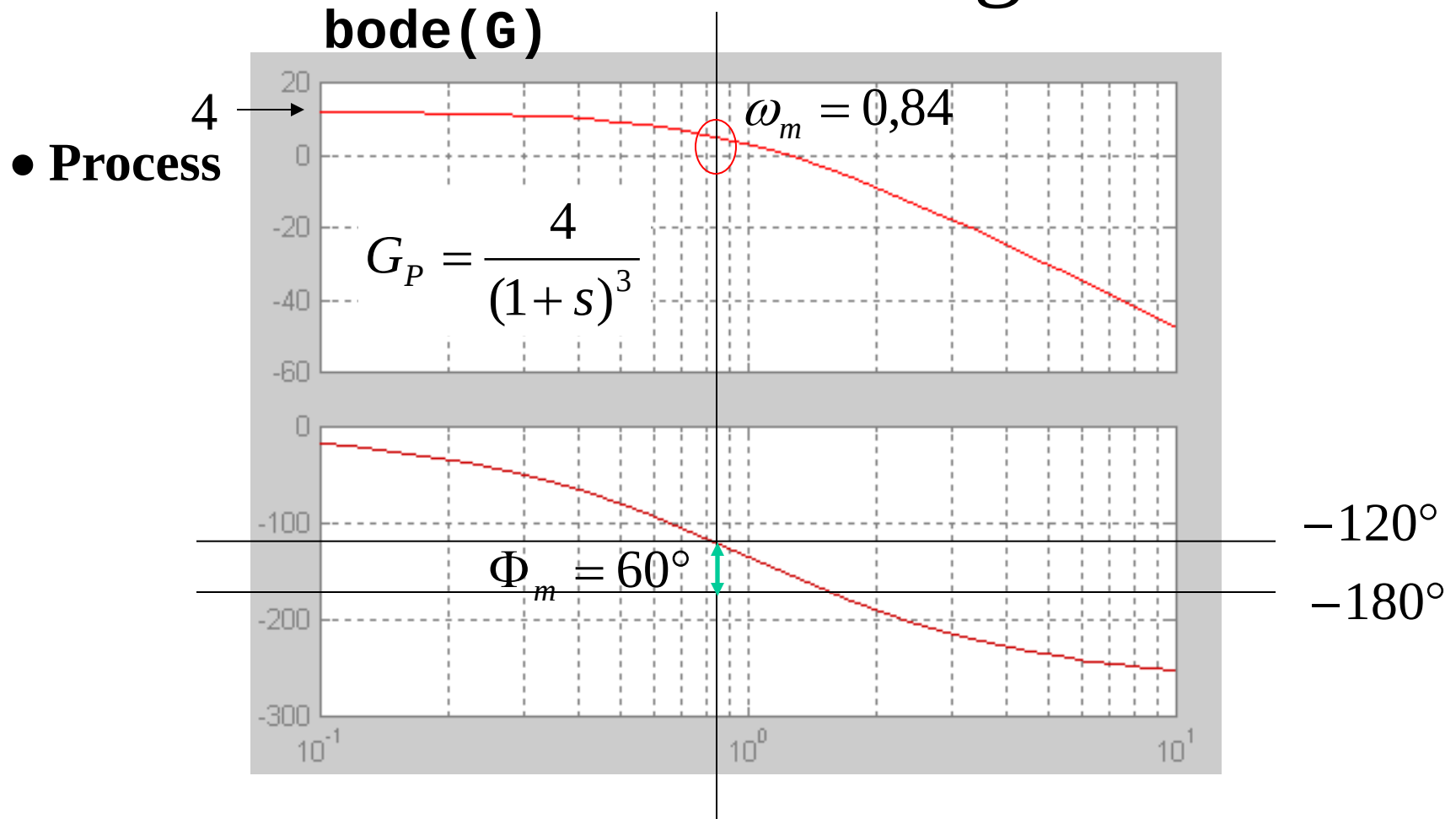
$$G(\omega) = \frac{4K\sqrt{1+T_D^2\omega^2}}{(1+\omega^2)\sqrt{1+\omega^2}} \quad \varphi(\omega) = \arctan(T_D\omega) - 3\arctan(\omega)$$

$$(-180^\circ + 60^\circ) \frac{\pi}{180^\circ} = \arctan(0,67\omega_{m(PD)}) - 3\arctan(\omega_{m(PD)})$$

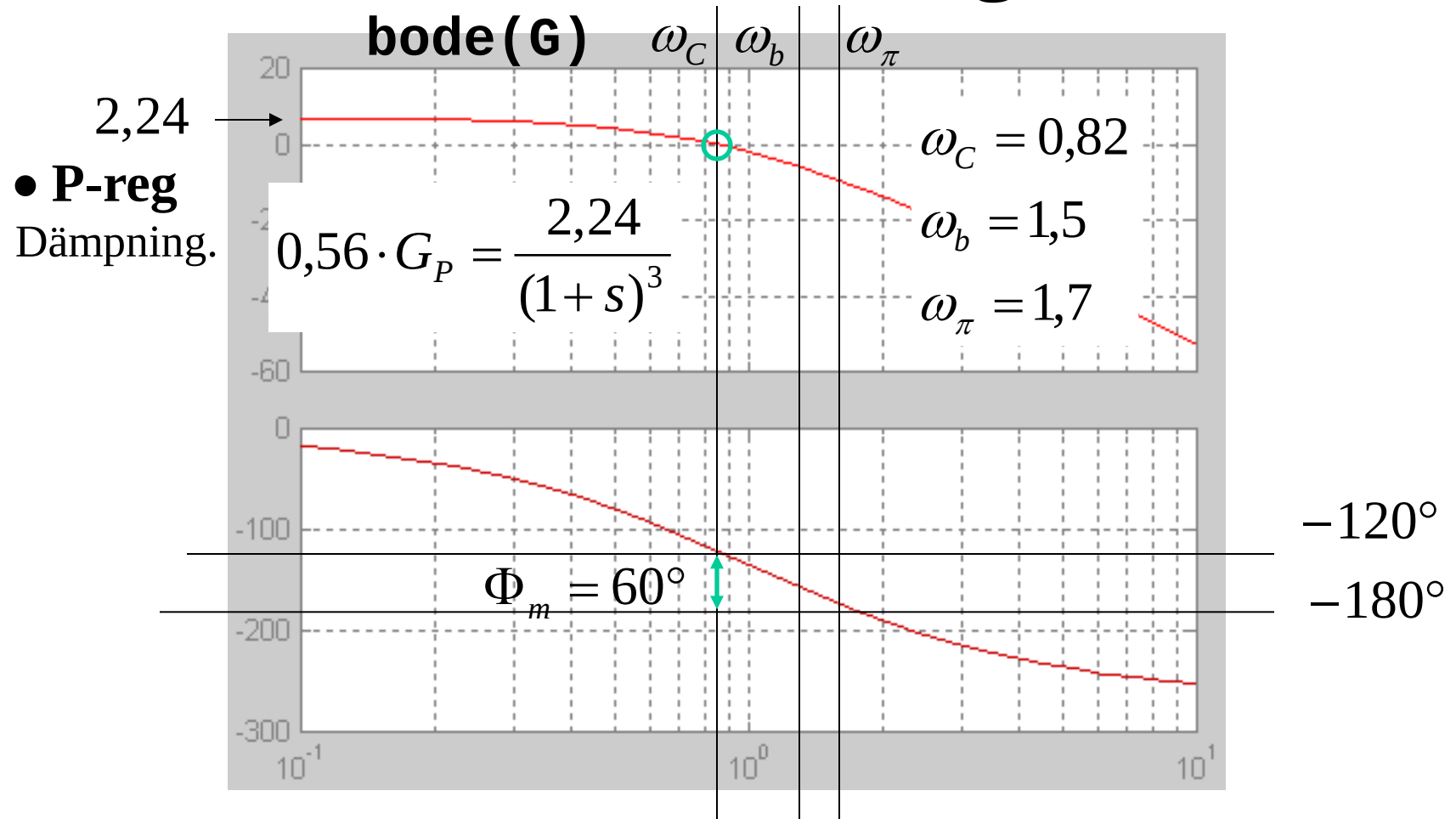
$$\Rightarrow \omega_{m(PD)} = 1,39$$

$$1 = \frac{4K\sqrt{1+T_D^2\omega_{m(PD)}^2}}{(1+\omega_{m(PD)}^2)\sqrt{1+\omega_{m(PD)}^2}} \Rightarrow \boxed{K} = \frac{(1+1,39^2)\sqrt{1+1,39^2}}{4\sqrt{1+0,67^2 \cdot 1,39^2}} = \boxed{0,86}$$

11.14 PD visualisering Matlab



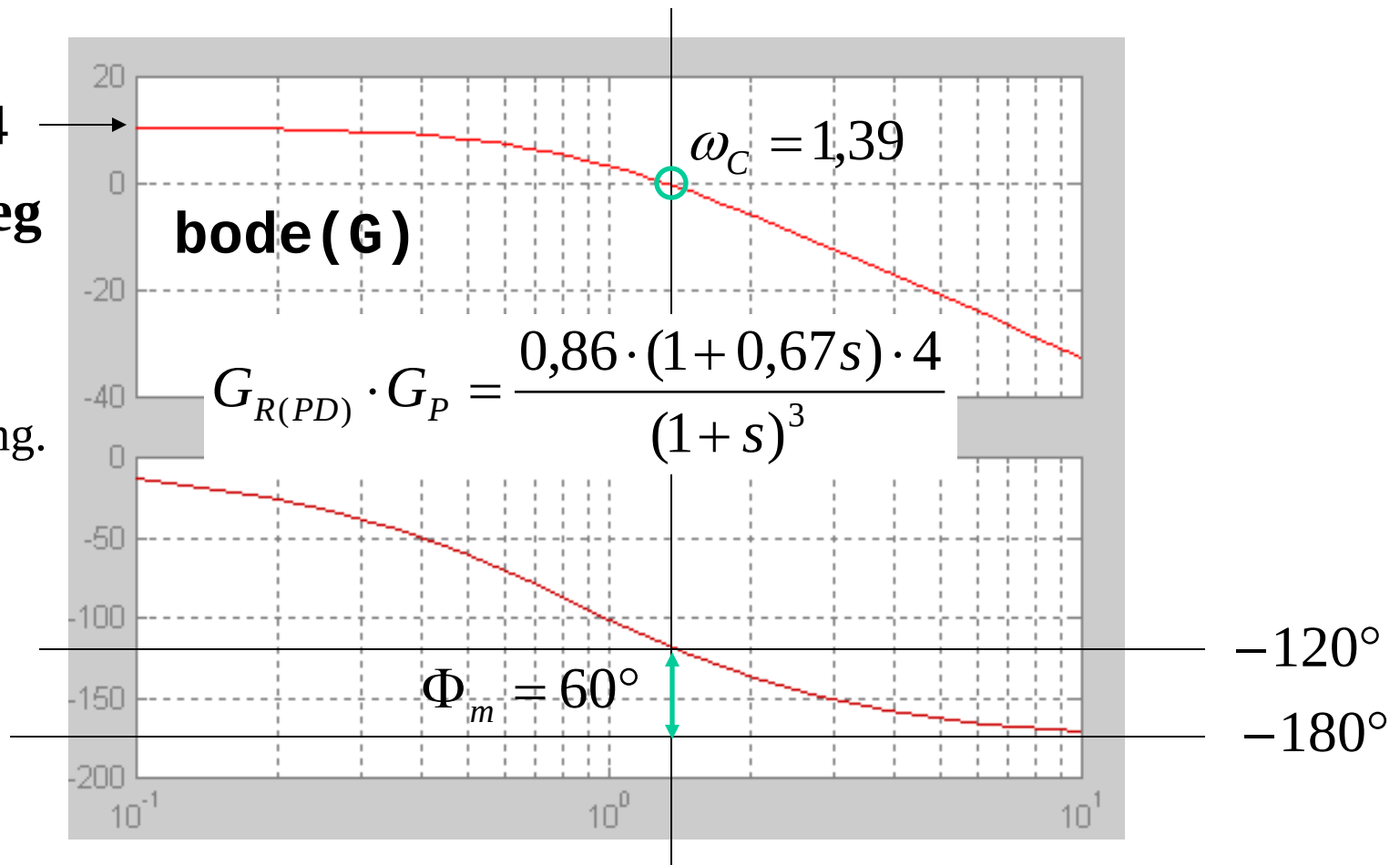
11.14 PD visualisering Matlab



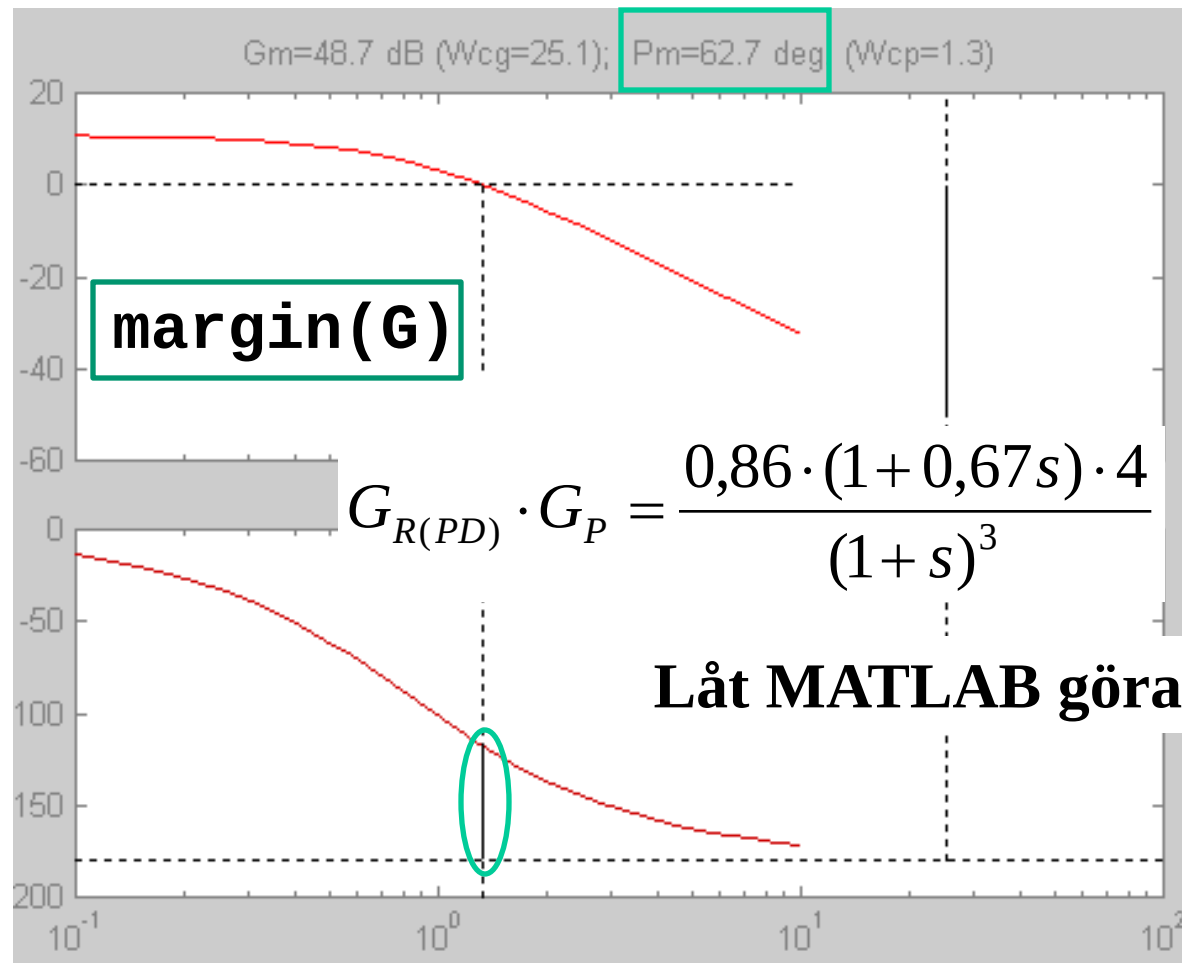
11.14 PD visualisering Matlab

- PD-reg
nytt K

Mindre
dämpning.



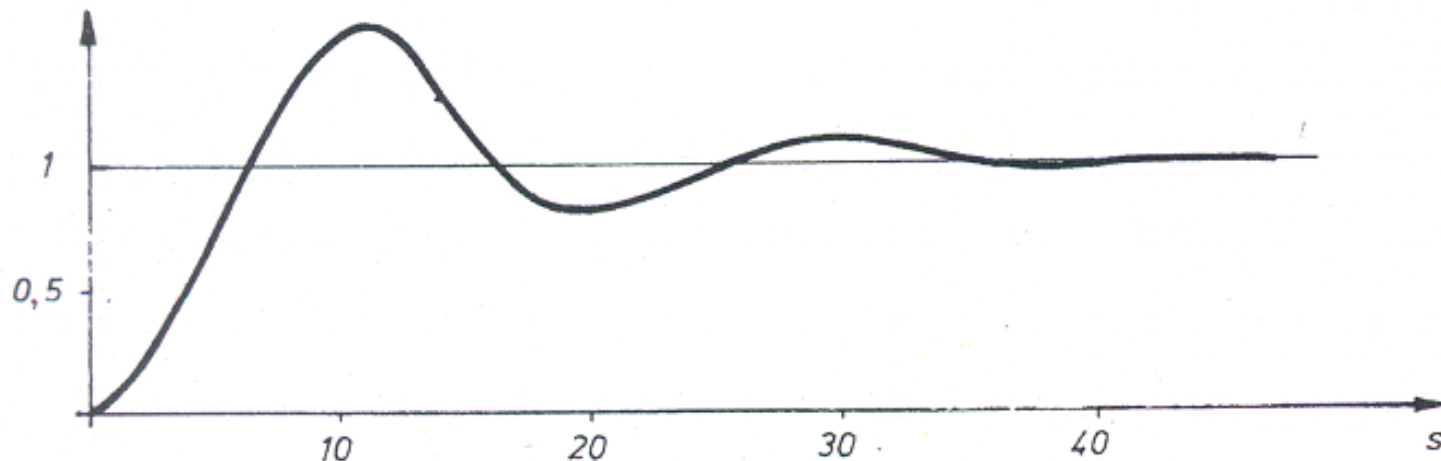
Jobbigt att läsa av marginalerna i Bodediagrammet?



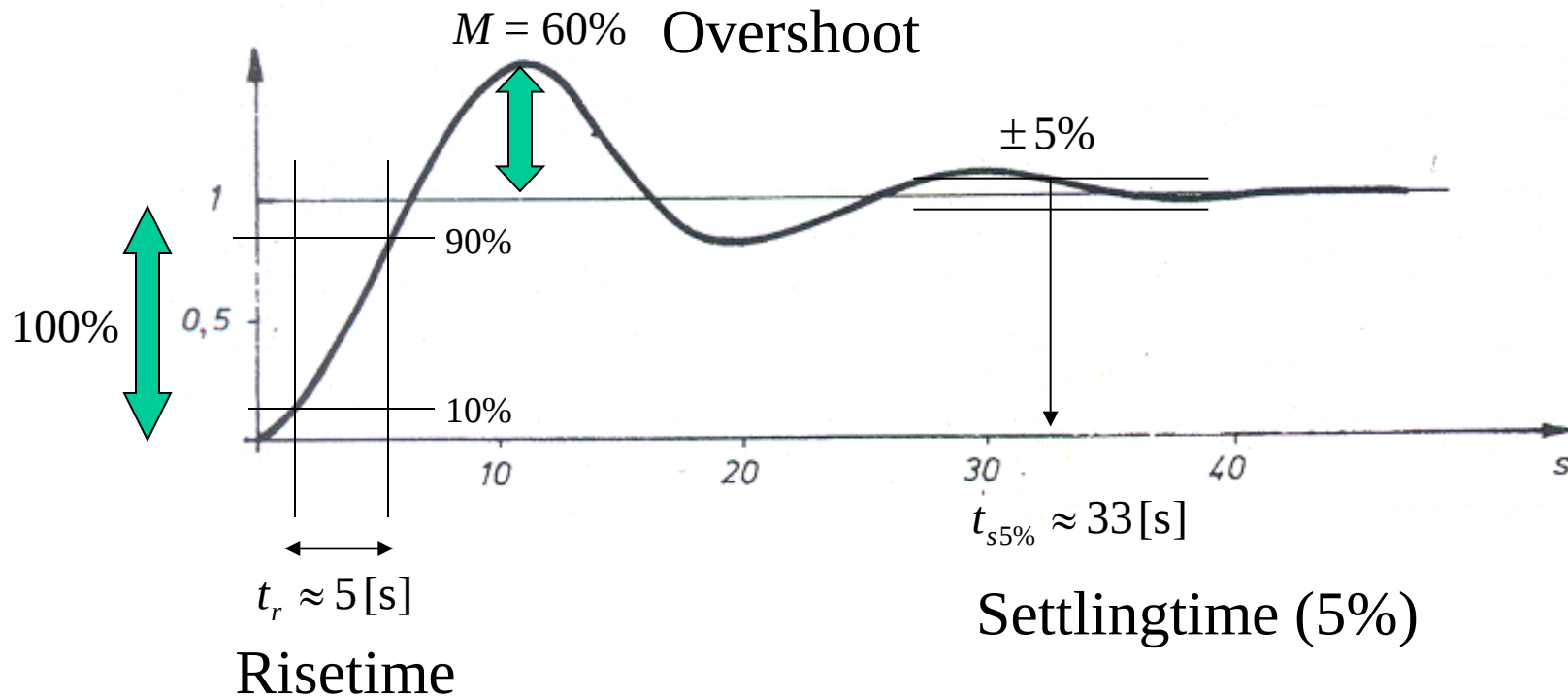
3.5 Stegsvvar för reglersystem

Kommer Du ihåg ?

Figuren visar stegsvaret för ett helt reglersystem vid börvärdesändring. Bestäm stigtiden t_r och insvängningstiden $t_{s5\%}$ (till $\pm 5\%$) och översvängen M (räknat i %).



3.5 Facit: Stegsvvar för reglersystem



Matlab stegsvar

Stegsvarsinfo till Matlab, från överföringsfunktionen eller från en simulering.

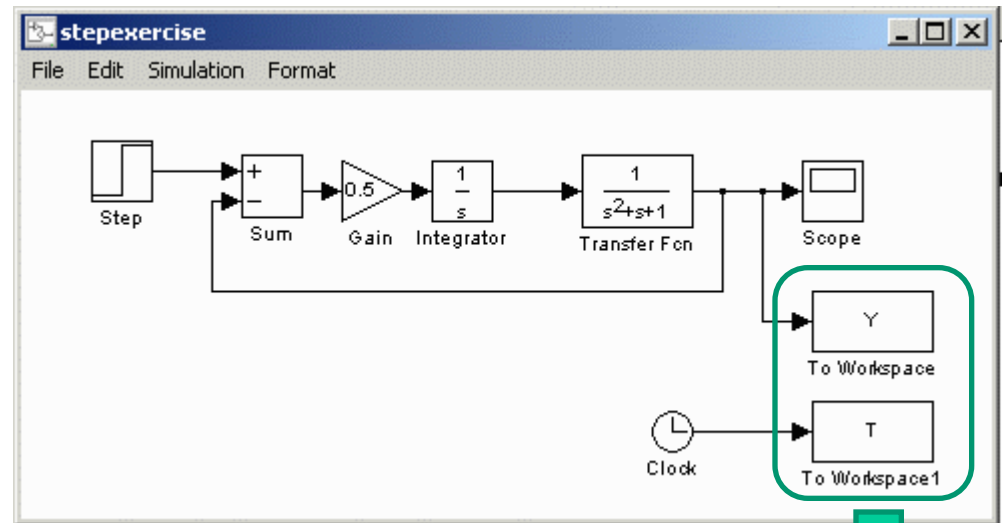
```
>> G=tf([1],[1 1 1])
```

Transfer function:

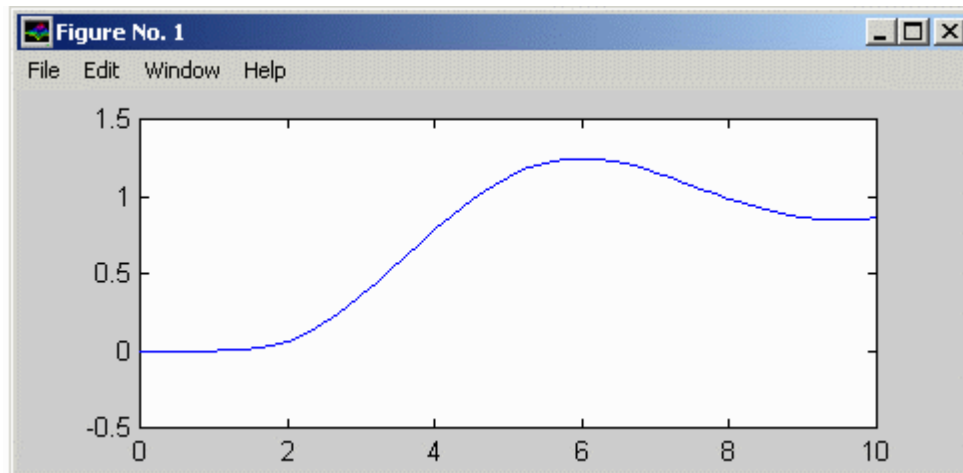
$$\frac{1}{s^2 + s + 1}$$

```
>> [Y,T]=step(G);
```

Skaffa stegsvarsvärden från simulink eller Matlab step()



Matlab stegsvar



`plot(T,Y)`

Matlab stepinfo

```
>> S = stepinfo(Y,T,'SettlingTimeThreshold',0.05)
```

```
S =
```

```
    RiseTime: 1.6493  
SettlingTime: 5.2341  
SettlingMin: 0.9289  
SettlingMax: 1.1629  
    Overshoot: 15.7872  
    Undershoot: 0  
        Peak: 1.1629  
    PeakTime: 3.6721
```

