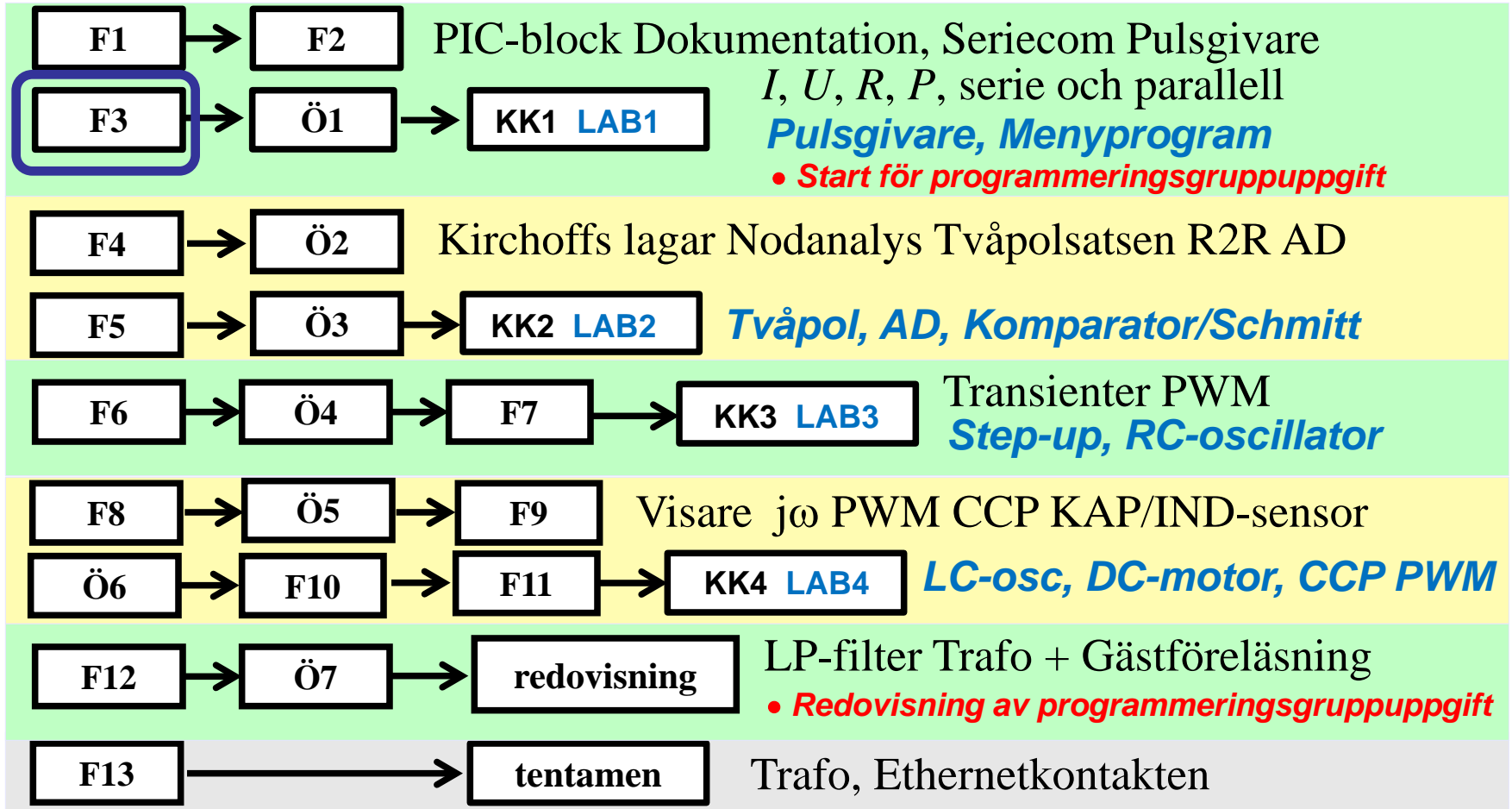


IE1206 Inbyggd Elektronik



Strömkretslära

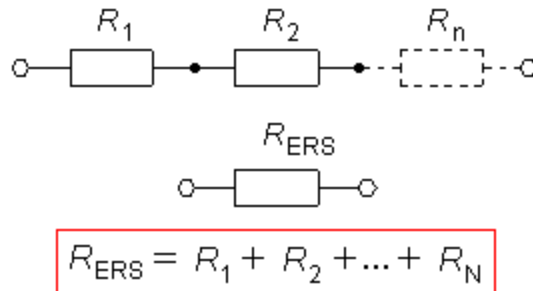
Seriekopplade och Parallellkopplade Resistorer

Seriekopplade resistorer - ersättningsresistans

Seriekopplade resistorer - ersättningsresistans

Seriekopplade resistorer $R_1 R_2 \dots R_n$ kan vid beräkningar ersättas med en **ersättningsresistans** R_{ERS} som är summan av resistorerna.

Summan är naturligtvis *större* än den största av de ingående resistorerna.

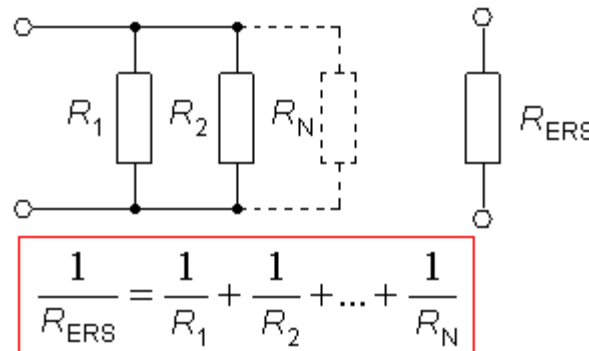


Seriekopplade komponenter kännetecknas av att de är sammanbundna med varandra i *en* punkt.

Parallellkopplade resistorer - ersättningsresistans

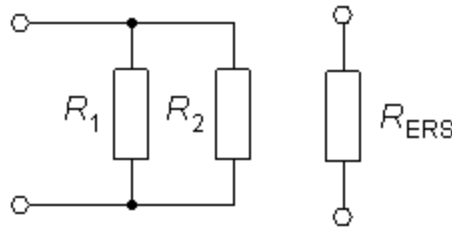
Parallellkopplade resistorer - ersättningsresistans

Parallellkopplade komponenter har *båda* anslutningarna gemensamma med varandra. Parallellkopplade resistorer $R_1 R_2 \dots R_n$ kan vid beräkningar ersättas med en ersättningsresistans R_{ERS} .



Parallellkopplade komponenter kännetecknas av att de är sammanbundna med varandra i *båda* ändarna.

Två Parallellkopplade resistorer



Om man speciellt har två parallellkopplade resistorer R_1 och R_2 kan formeln omformuleras till:

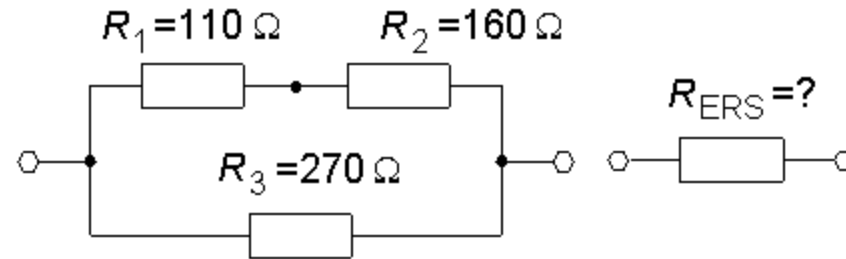
$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_2} \cdot \frac{1}{R_1} + \frac{R_1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_{ERS} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Har man fler parallellkopplade resistorer än två upprepar man denna formel för två resistorer åt gången tills man får ersättningsresistansen.

Vid parallellkoppling blir alltid ersättningsresistansen *mindre* än den minsta av de ingående parallellkopplade resistorerna.

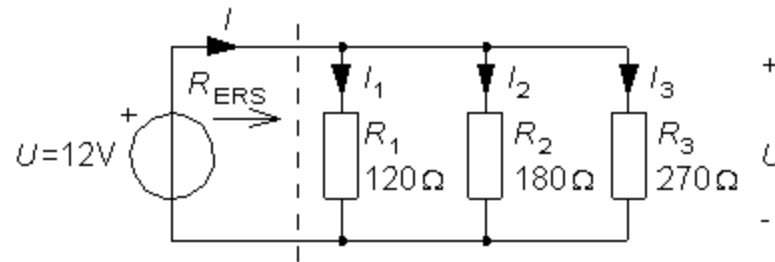
Exempel – serie och parallellkoppling



$$R_{ERS} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{270 \cdot (110 + 160)}{110 + 160 + 270} = 135 \Omega$$

William Sandqvist william@kth.se

Parallellkrets

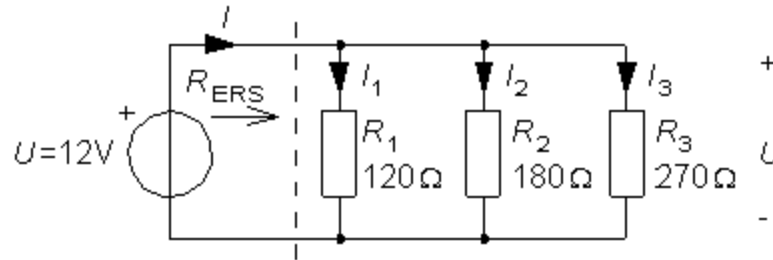


Samma U över alla resistorer!

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12}{120} = 0,1 \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{12}{180} = 0,067 \quad I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{12}{270} = 0,044$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0,1 + 0,067 + 0,044 = 0,21 \text{ A}$$

Ersättningsresistansen



Från emken U ser man bara strömmen I , den kunde lika gärna gå till en ensam resistor, en ersättningsresistor R_{ERS} . Ohms lag ger:

$$R_{ERS} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_1 + I_2 + I_3} = \frac{U}{\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{120} + \frac{1}{180} + \frac{1}{270}} = 56,8 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{ERS}} = \frac{12}{56,8} = 0,21 \text{ A}$$

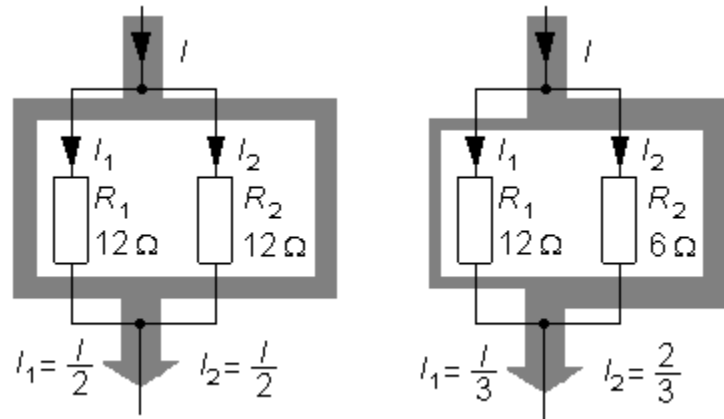
$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Den framräknade ersättningsresistorn $R_{ERS} = 56,8 \Omega$ ger samma totalström $I = 0,21 \text{ A}$ som tidigare.

Det är så här man härleder uttrycket för ersättningsresistansen.

William Sandqvist william@kth.se

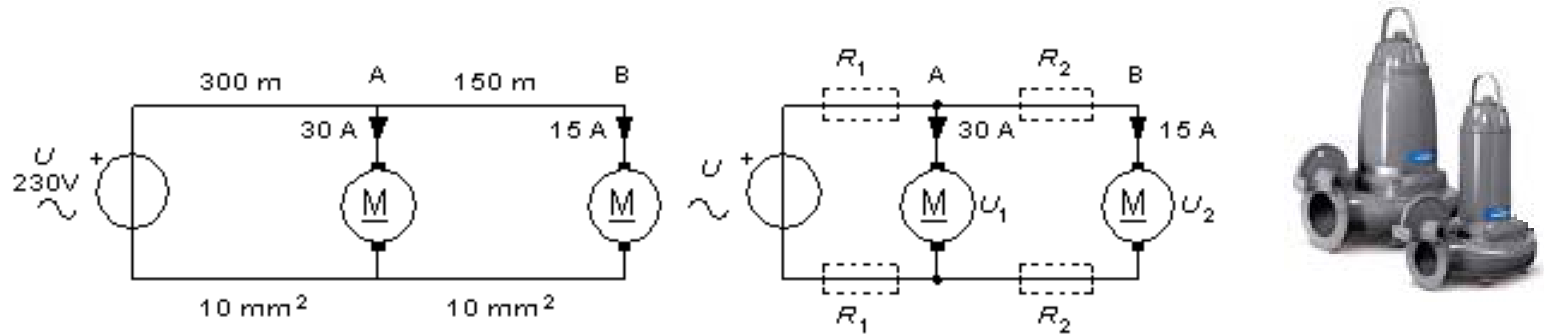
Strömgrening



Strömmen grenar sig mellan parallella grenar i *omvänd* proportion mot grenarnas resistans (= minsta motståndets lag).

William Sandqvist william@kth.se

Exempel – *inte* en parallellkrets

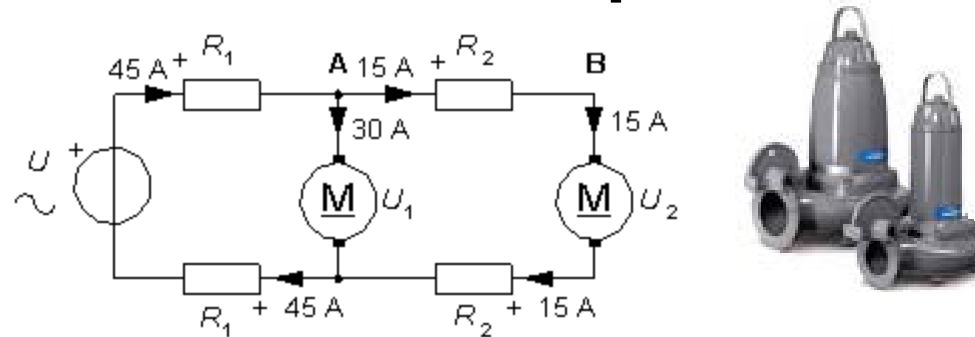


Två elektriska avloppspumpar A och B är placerade 150 m från varandra. A, och därefter B, matas med 230V från ett uttag 300 m bort. Pumpen A drar strömmen 30 A och B 15 A. Se figuren.

På papperet ser det ut som om motorerna är parallellkopplade, men då har man inte räknat med den resistans som finns i de *långa* ledningarna.

Till höger i figuren har man kompletterat schemat med resistanssymboler för ledningsresistanserna.

Exempel – *inte* en parallellkrets



När motorerna arbetar, och därmed drar ström, blir det spänningsfall i ledningarna:
 $U > U_1 > U_2$

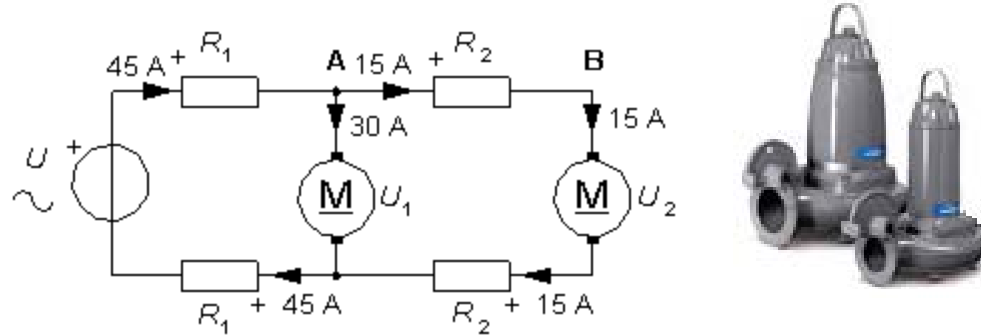
Hur stora blir spänningarna U_1 och U_2 när *båda* pumparna är igång?

Ledningarna är av koppar med resistiviteten $0,018 [\Omega\text{mm}^2/\text{m}]$. $R = \rho \cdot l / A$

$$R_1 = 0,018 \times 300 / 10 = 0,54 \Omega$$

$$R_2 = 0,018 \times 150 / 10 = 0,27 \Omega$$

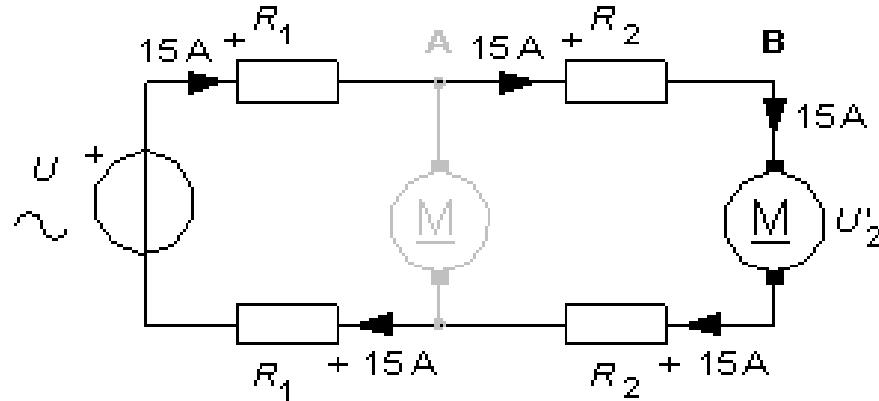
Exempel – *inte* en parallellkrets



$$U_1 = U - 2 \times R_1 \times 45 = 230 - 2 \times 0,54 \times 45 = 181,4 \text{ V}$$

$$U_2 = U_1 - 2 \times R_2 \times 15 = 181,4 - 2 \times 0,27 \times 15 = 173,3 \text{ V}$$

Om Pump A är avslagen?



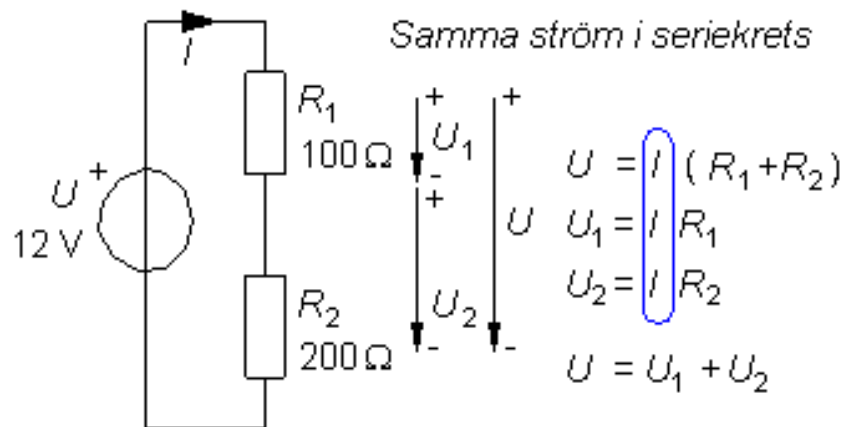
Hur stor blir spänningen vid pump B, U'_2 , när pump A är avslagen?

$$U'_2 = U - 2 \times 15 \times (R_1 + R_2) = 230 - 2 \times 15 \times (0,54 + 0,27) = 205,7 \text{ V}$$

$$U'_2 = 205,7 \text{ V} \quad (U_2 = 173,3 \text{ V}) \quad - \text{ det kommer att märkas!}$$

William Sandqvist william@kth.se

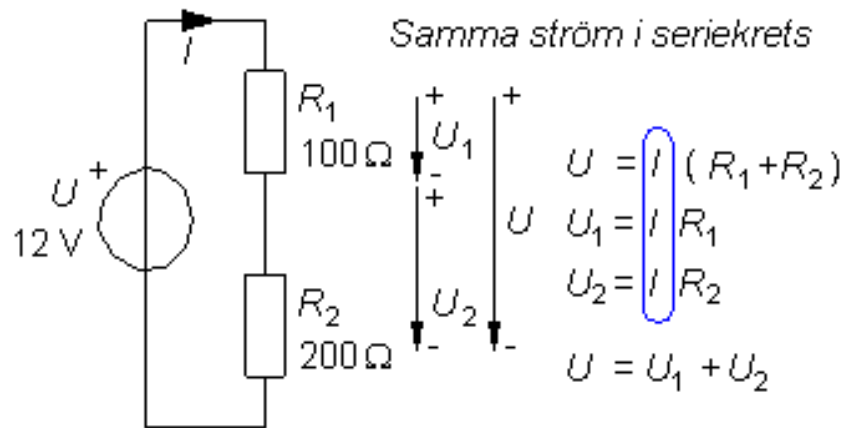
Seriekretsen



Samma I genom alla resistorer.

Seriekretsen kännetecknas av att det är samma ström som går igenom alla resistorerna. Paradexemplet är julgransbelysningen. Om en glödlampa är trasig så går det naturligtvis ingen ström genom den, och eftersom det är en seriekrets så betyder i detta fall "samma ström" att det inte går någon ström genom någon annan lampa heller!

Seriekretsen



Hur stora blir spänningarna U_1 och U_2 ?

$$R_{\text{ERS}} = R_1 + R_2 = 100 + 200 = 300$$

$$I = U/R_{\text{ERS}} = 12/300 = 0,04\ \text{A}$$

$$U_1 = I \times R_1 = 0,04 \times 100 = 4\ \text{V}$$

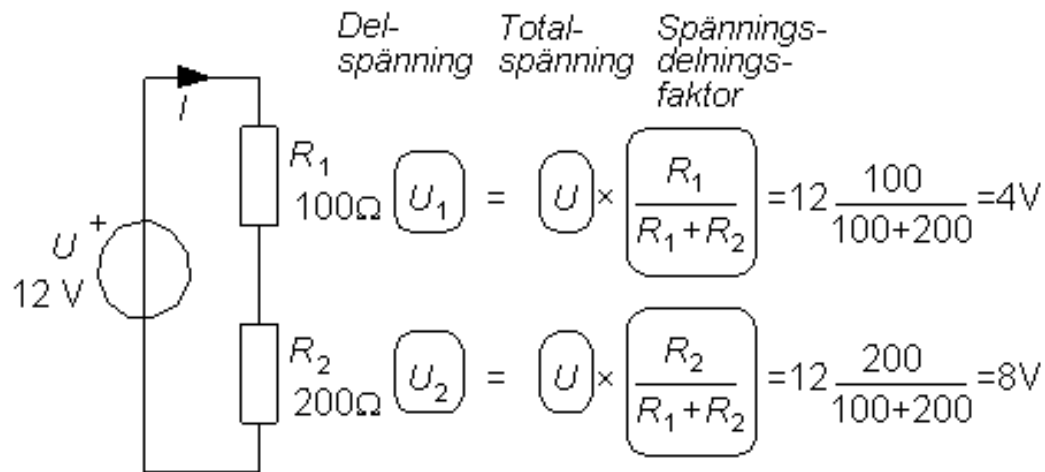
$$U_2 = I \times R_2 = 0,04 \times 200 = 8\ \text{V}$$

$$U = U_1 + U_2 = 4 + 8 = 12\ \text{V}$$

William Sandqvist william@kth.se

Spänningsdelningsformeln

Eftersom alla resistorer har samma ström vid seriekoppling, blir spännings-fallen proportionella mot deras resistanser. Genom att använda Ohms lag (två gånger) kan man ta fram en formel, **spänningsdelningsformeln**, som kan användas som ett "halvfabrikat" för att snabbt ta reda på spänningsfallet över en resistor som är seriekopplad tillsammans med andra resistorer.



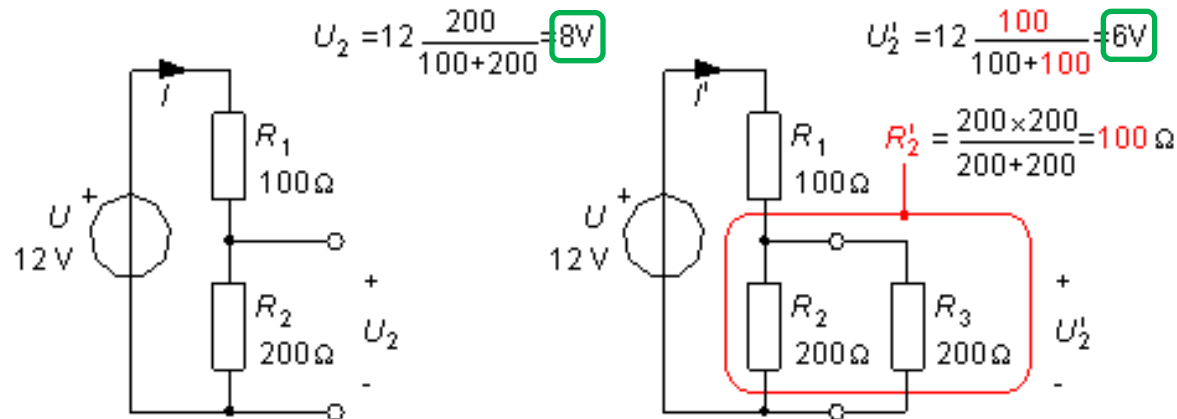
Enligt spänningsdelningsformeln får man en delspänning, tex. U_1 över resistorn R_1 , genom att multiplicera den totala spänningen U med en spänningsdelningsfaktor. Spänningsdelningsfaktorn är resistansen R_1 delad med summan av *alla* resistanser som ingår i seriekopplingen.

Belastad spänningsdelare

I personbilar har man batterispänningen 12 V.

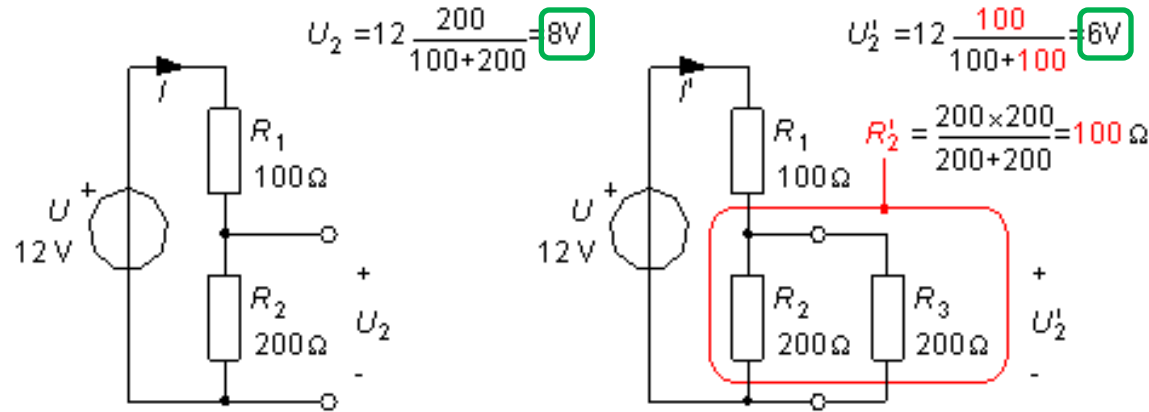
Antag att man behöver spänningen 8 V till en elektronikutrustning i bilen.

Man kan då *sänka* spänningen med en spänningsdelare.



I figuren ovan till höger får resistorn $R_3 = 200\ \Omega$ symbolisera elektronik-utrustningen. För att spänningsdelningsformeln ska kunna användas måste man nu se R_2 och R_3 som parallellkopplade. Det är denna ersättningsresistans R'_2 som är i serie med R_1 . Delspänningen U'_2 för den belastade spänningsdelaren beräknas nu till 6 V, 2 V lägre än för den obelastade spänningsdelaren.

Belastad spänningsdelare



För att en spänningsdelare ska bibehålla delspänningen när den belastas, krävs det att den anslutna lasten har mycket *högre resistans* än de resistorer som ingår i spänningsdelaren.

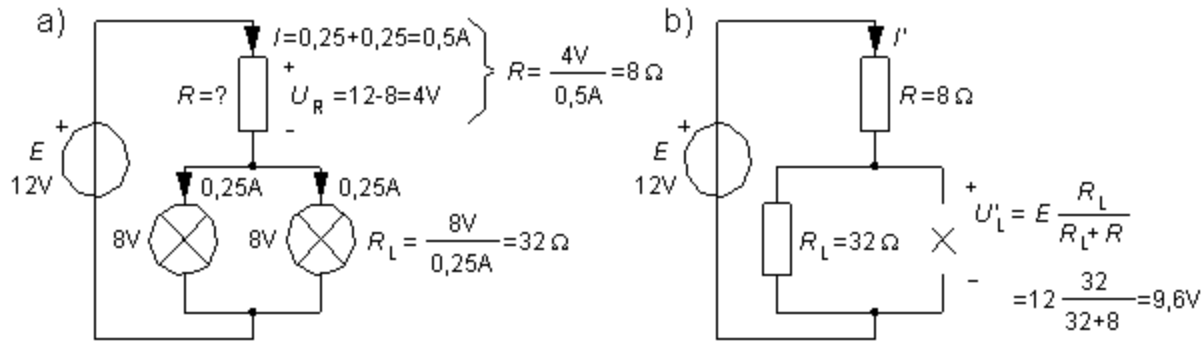
(I detta exempel skulle tex. $R_3 = 2000\ \Omega$ ge ett $U_2 = 7,74$ som ligger närmare det obelastade värdet 8,0) .

($R_3 = 20000\ \Omega$ ger $U_2 = 7,97$ ändå närmare 8,0).

William Sandqvist william@kth.se

Exempel – spänningsdelare för glödlampor

Två 8 V 0,25 A lampor ska användas i en bil med ett 12 V batteri. Lamporna parallellkopplas och kopplas via en serieresistor till 12 V batteriet.



a) Beräkna serieresistorn R så att lampspänningen blir den rätta, 8 V.

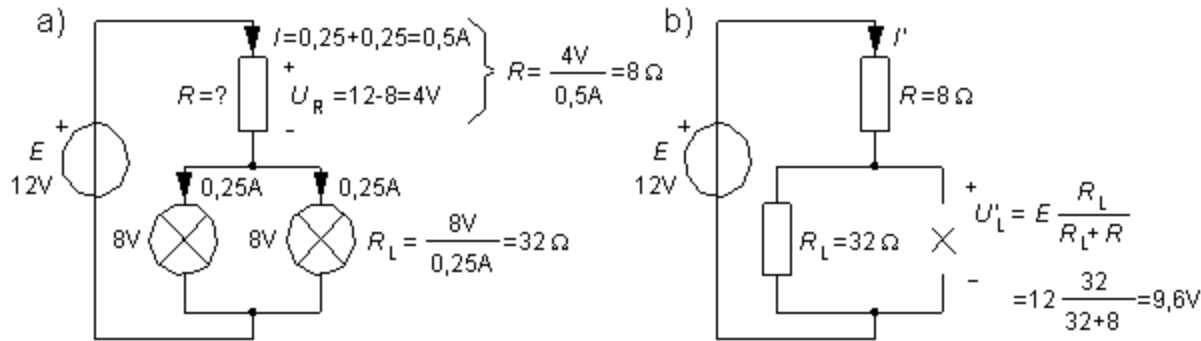
Strömmen genom serieresistorn blir summan av strömmarna till lamporna.

$$I = 0,25 + 0,25 = 0,5 \text{ A}$$

Spänningsfallet över resistorn ska vara $12 - 8 = 4 \text{ V}$

Ohms lag ger: $R = 4/0,5 = 8 \Omega$

Exempel – spänningsdelare för glödlampor



b) Antag att en av lamporna går sönder - hur stor blir då spänningen över den andra lampan?

Lampornas resistans beräknas ur märkdata: $R_L = 8/0,25 = 32 \Omega$

Serieresistorn och den hela lampan bildar en spänningsdelare. Lampspänningen fås med spänningsdelningsformeln:

$$U'_L = E \times R_L / (R + R_L) = 12 \times 32 / (32 + 8) = 9,6 V$$

Vad tror Du nu händer med den ensamma lampan?

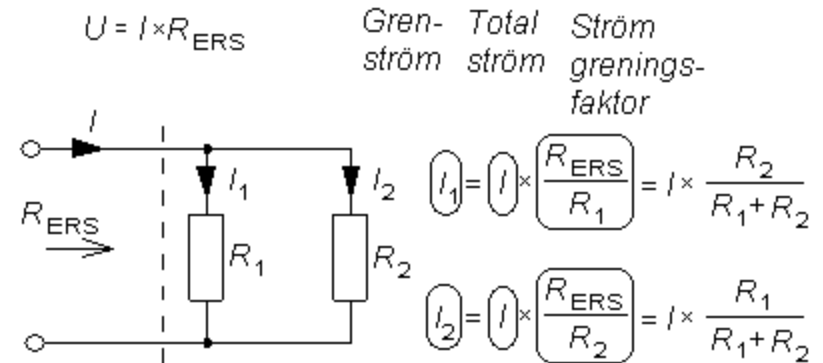
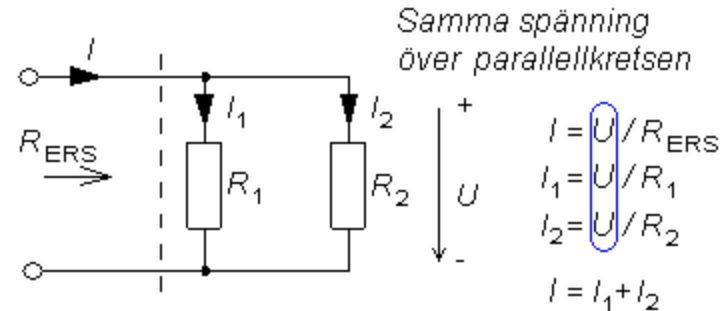
William Sandqvist william@kth.se

Strömgeningsformeln

På samma sätt som med spänningsdelning, kan man ta fram en formel för strömgening.

I praktiken har man dock mindre nytta av **strömgeningsformeln**.

$$I_1 = \frac{I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

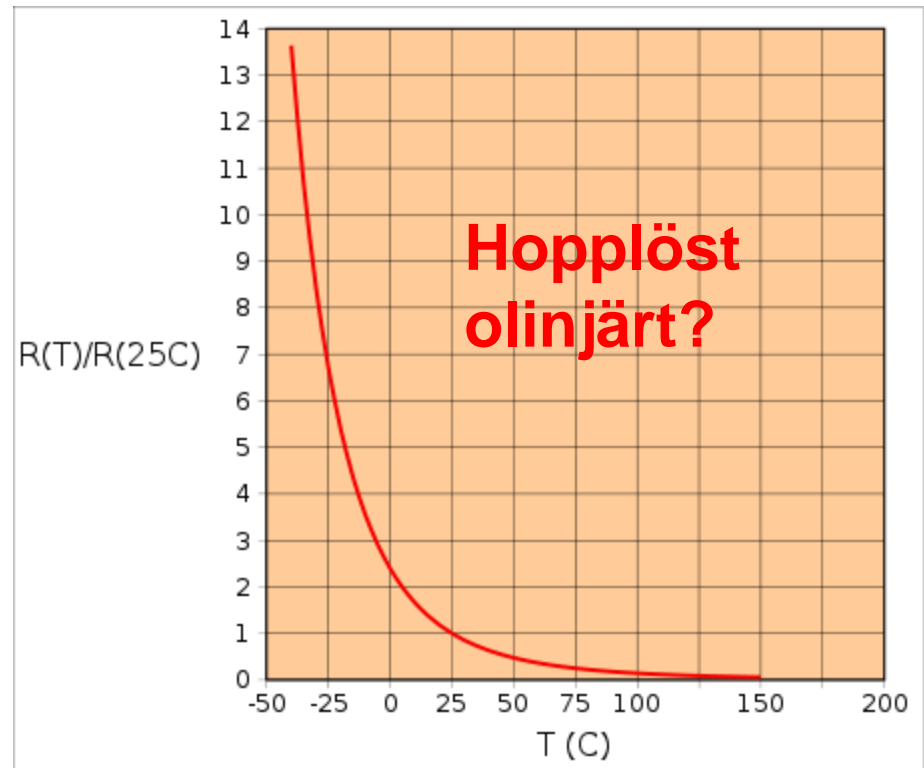


William Sandqvist william@kth.se

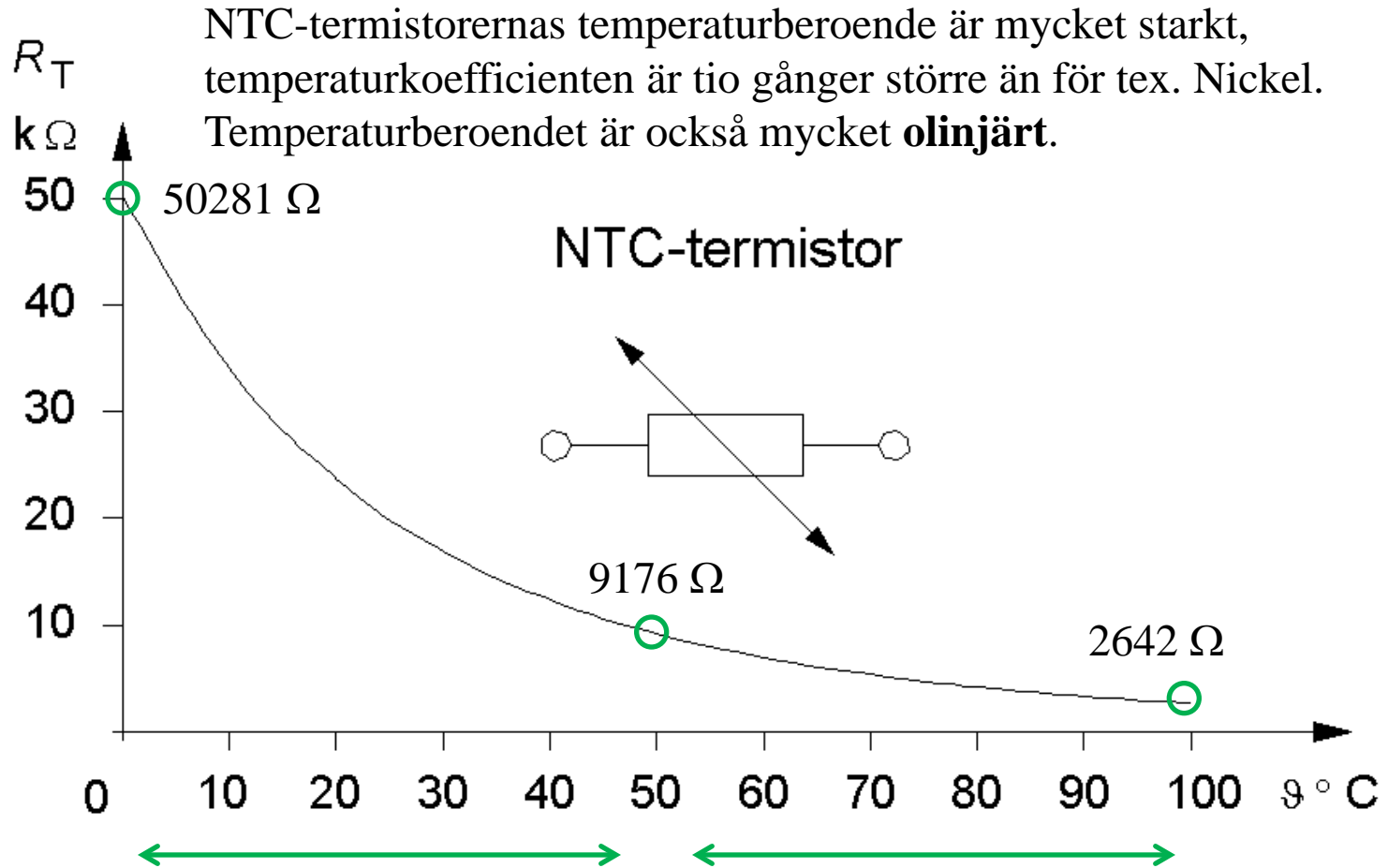
En tillämpning av spänningsdelningsformeln

NTC-termistorn

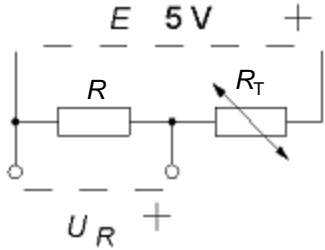
Nu känner Du till spänningsdelningsformeln – då är det dags att visa linjäriseringsmetoden ...



Linjärisering av NTC-termistor



Linjärisering



Om ett fast motstånd R , kopplas i serie med NTC-termistorn R_T har kombinationen *mindre* olinjäritet än termistorn ensam har. Man kan låta de båda motstånden bilda en spänningsdelare.

Om temperaturen ökar, minskar termistorn sin resistans, och då ökar den del av spänningen som faller över det fasta motståndet U_R som därför ger ett bra mått på temperaturen.

Spänningsdelningsformeln:
$$U_R = E \frac{R}{R_T + R}$$

$U_R(R_T)$ är monotont *avtagande* funktion, och $R_T(\vartheta)$ är också monotont *avtagande*. Den sammansatta funktionen $U_R(R_T(\vartheta))$ har därför förutsättning att bli någotsånär linjär, om man ger R ett lämpligt värde.

Linjäriseringsexempel

Vi mäter upp resistansen vid tre ”**jämnt fördelade**” temperaturer, tex 0 °C, 50 °C, och 100 °C. $R_{T_0} = 50281 \Omega$, $R_{T_{50}} = 9176 \Omega$, och $R_{T_{100}} = 2642 \Omega$.

Om det råder linjäritet kommer spänningarna från spänningsdelaren U_{R_0} , $U_{R_{50}}$, och $U_{R_{100}}$ även de vara ”jämnt fördelade”. Vi ansätter:

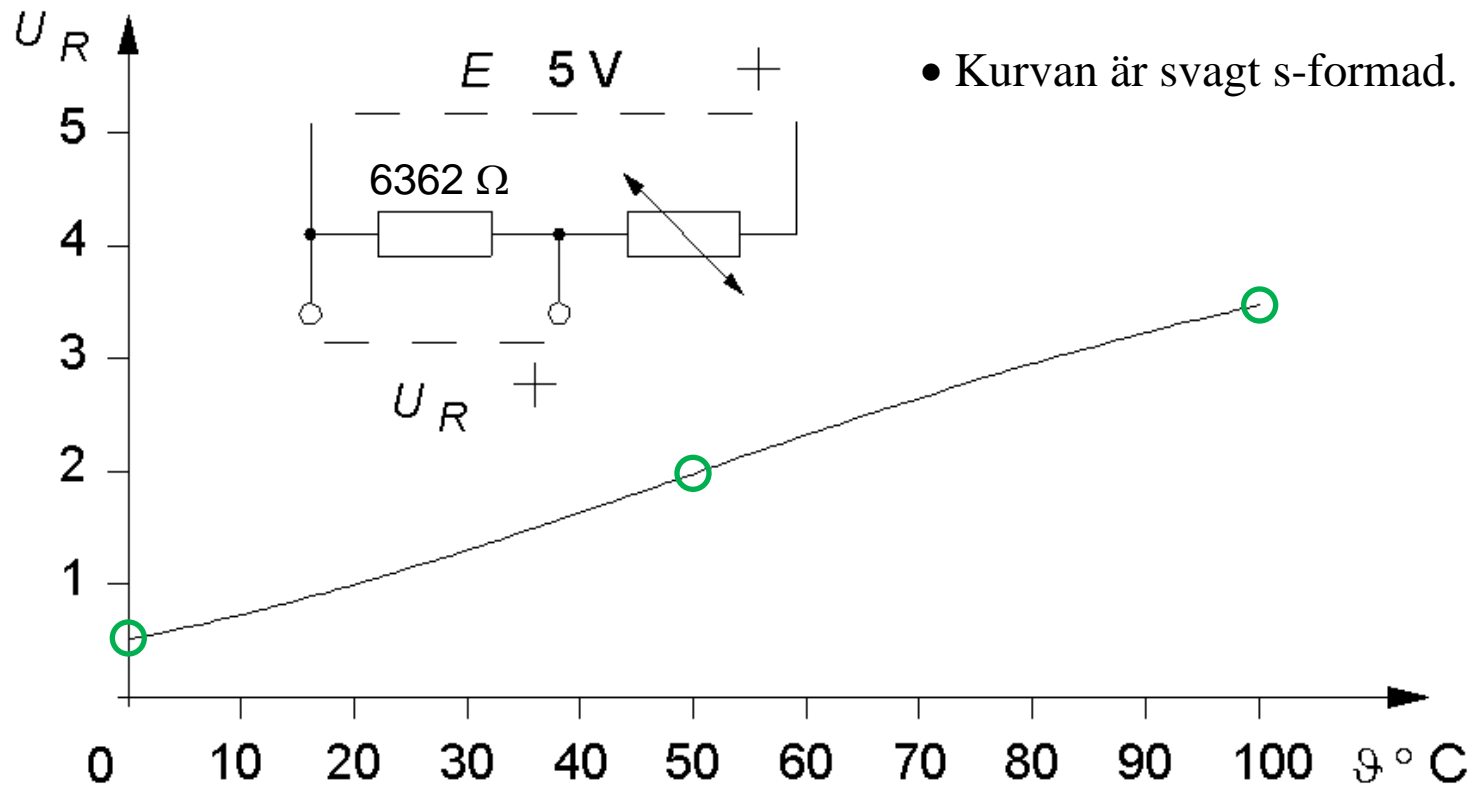
$$\cancel{E} \frac{\cancel{R}}{R_{T_{50}} + R} - \cancel{E} \frac{\cancel{R}}{R_{T_0} + R} = \cancel{E} \frac{\cancel{R}}{R_{T_{100}} + R} - \cancel{E} \frac{\cancel{R}}{R_{T_{50}} + R}$$

Om R löses ut:

$$R = \frac{R_{T_0} R_{T_{50}} + R_{T_{50}} R_{T_{100}} - 2R_{T_0} R_{T_{100}}}{R_{T_0} + R_{T_{100}} - 2R_{T_{50}}}$$

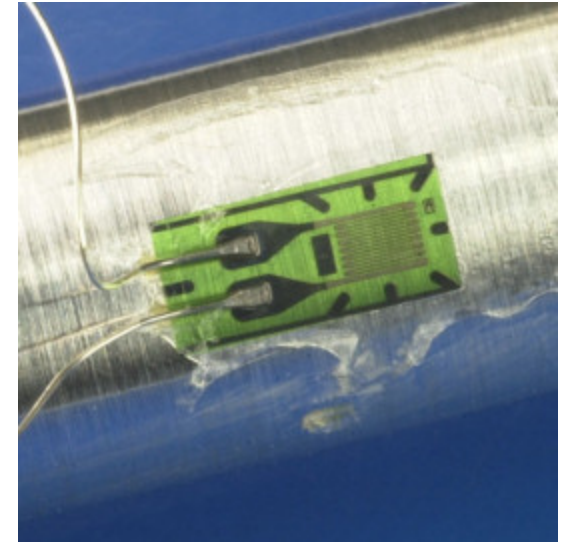
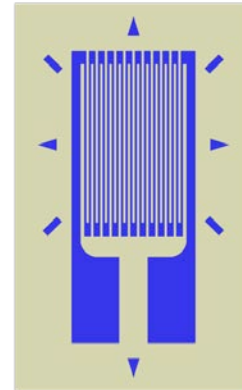
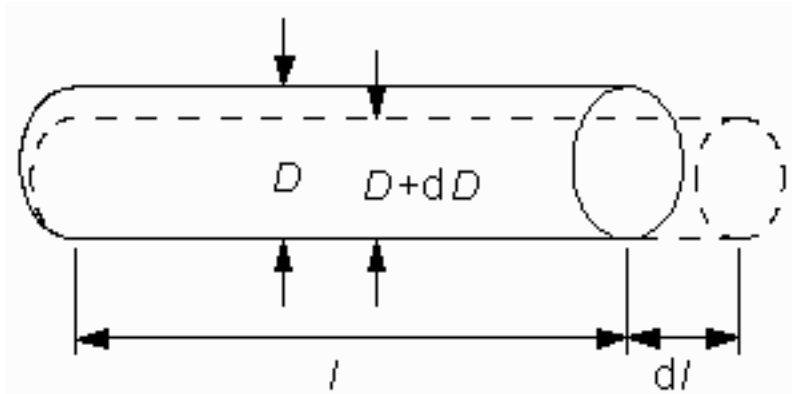
Efter insättning av våra siffervärden får vi $R = 6362 \Omega$.

Resultatet – förvånadsvärt linjärt!

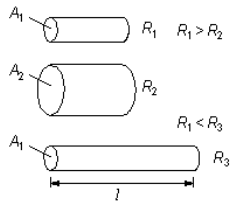


William Sandqvist william@kth.se

Exempel - trådtöjningsgivare



Hur mäter man så här små resistansändringar ΔR ?

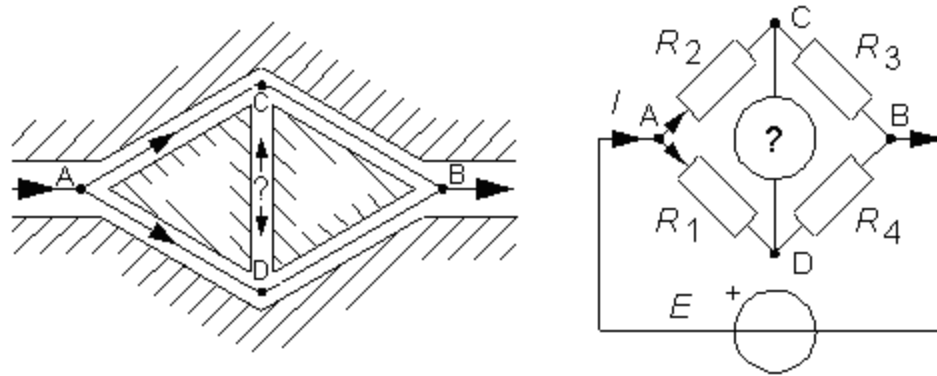


$$R = \rho \frac{l \cdot 4}{D^2 \cdot \pi} \quad \Delta R \approx k \cdot dl$$

Wheatstonebryggan



Wheatstonebrygga – grenat flodsystem



Antag att
 $R_4 = R_x$

Indikatorn är strömlös när $U_{R_4} = U_{R_3}$. Spänningsdelning ger:

$$\cancel{E} \frac{R_4}{R_1 + R_4} = \cancel{E} \frac{R_3}{R_2 + R_3} \Leftrightarrow \cancel{R_4 R_2} + \cancel{R_4 R_3} = R_3 R_1 + \cancel{R_3 R_4}$$

Vid balans:

$$R_4 = R_1 \frac{R_3}{R_2}$$

Wheatstonebryggan

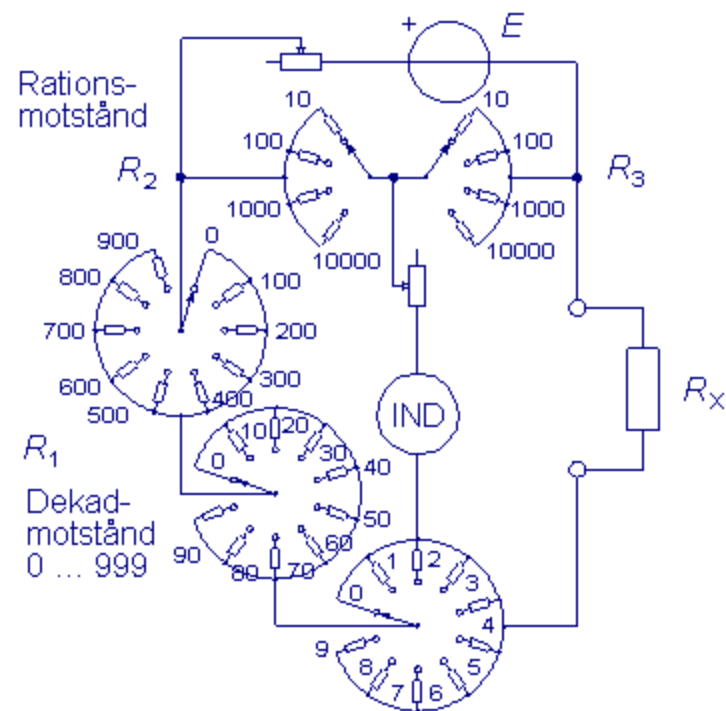
Wheatstonebrygga för noggranna resistansmätningar

Kretsschemat visar utförandet av en brygga med god noggrannhet. När bryggan är balanserad, det vill säga när indikatorn IND visar 0, gäller att:

$$R_X = R_1(R_3/R_2)$$

Med de så kallade rationsmotstånden R_3 och R_2 kan kvoten R_3/R_2 ställas in på någon av multiplikatorerna 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} , 1 , 10 , 10^2 , 10^3 .

Man väljer den multiplikator som ger flest siffror på dekadmotståndet R_1 . (R_1 är ett dekadmotstånd med vanligen 3-6 dekader).

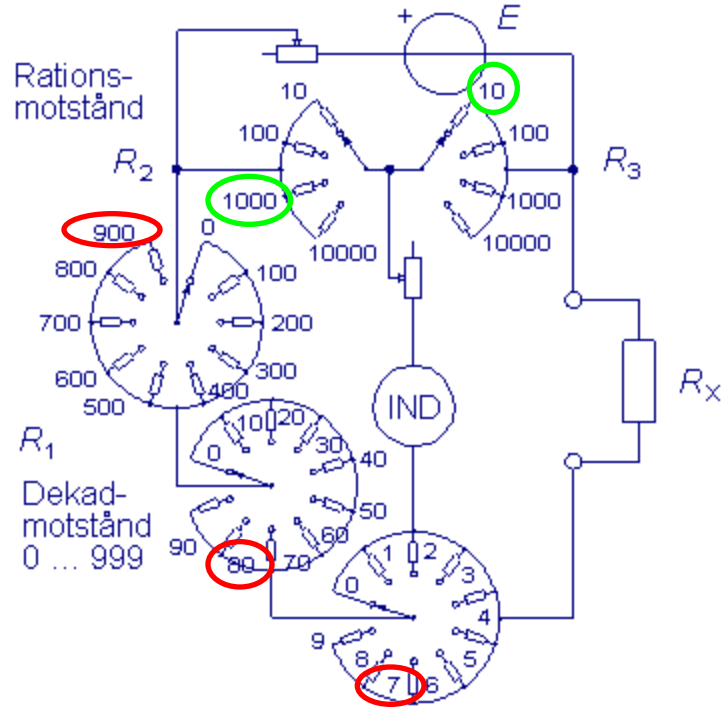


Som Indikator används ett vridspoleinstrument utan återföringsfjäder!



$$R_x = ?$$

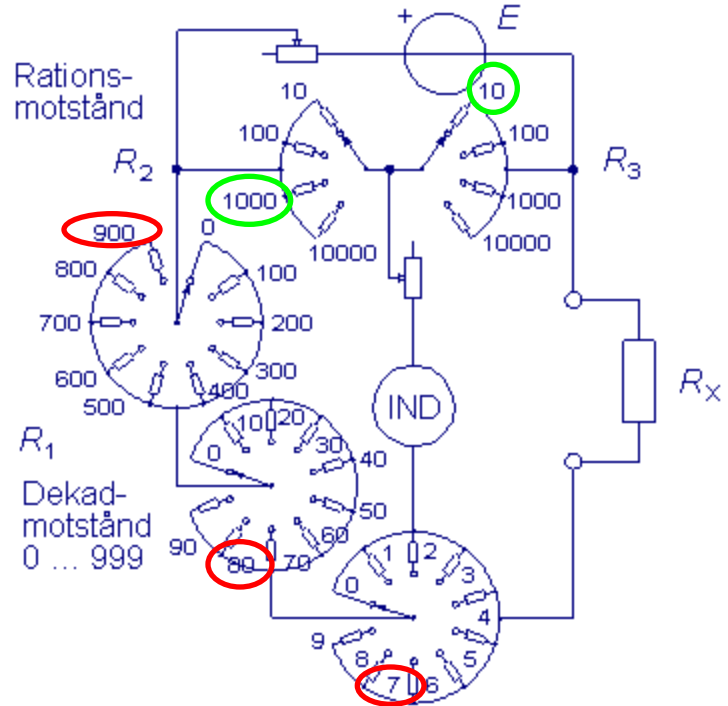
$$R_x = R_1 \frac{R_3}{R_2}$$



$$R_x = ?$$

$$R_x = R_1 \frac{R_3}{R_2}$$

$$R_x = \frac{987 \cdot 10}{1000} = 9,87 \Omega$$



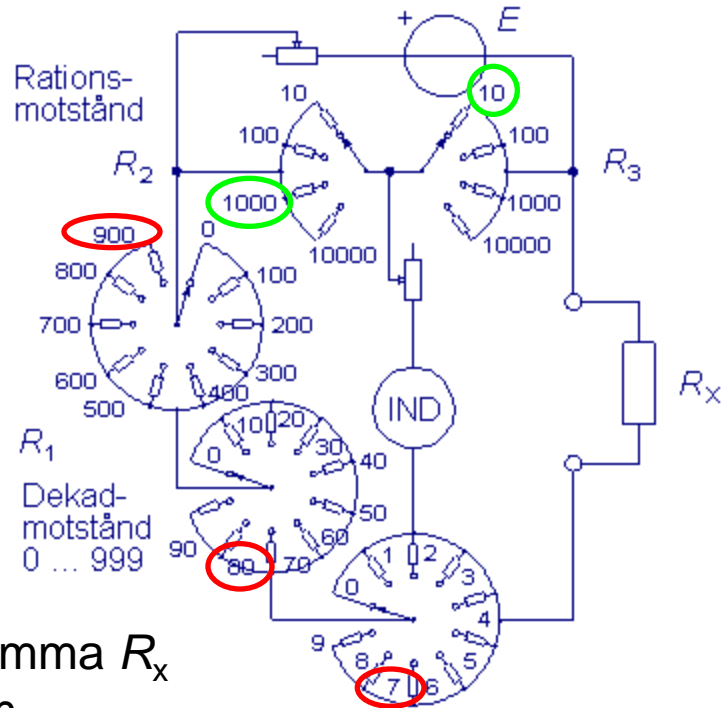
$$R_x = ?$$

$$R_x = R_1 \frac{R_3}{R_2}$$

$$R_x = \frac{987 \cdot 10}{1000} = 9,87 \Omega$$

Balanseringsmetoden för att bestämma R_x är enkel att använda, men långsam.

Den fungerar vid tex. temperaturmätning, men inte om man vill följa ett snabbt dynamiskt förlopp.



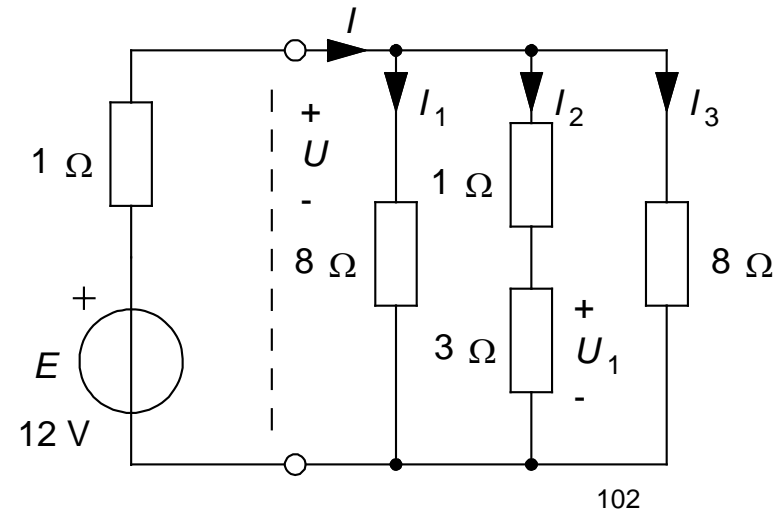
William Sandqvist william@kth.se

(3.2) OHM's lag räcker långt!

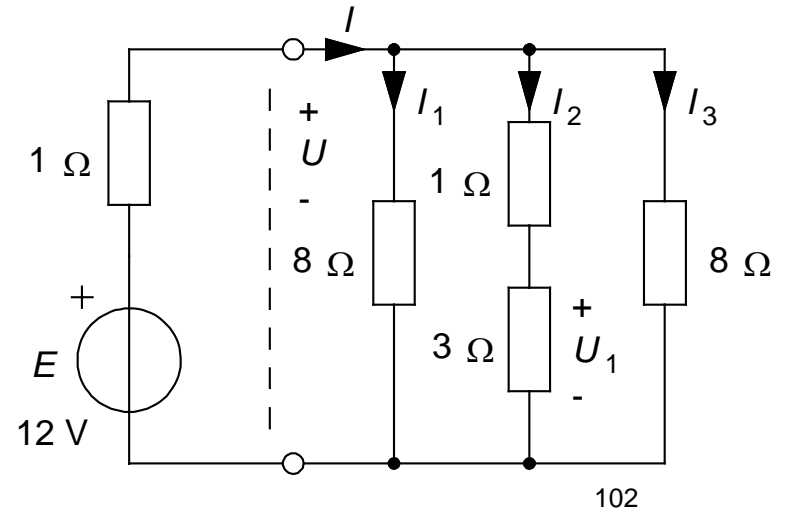
a) Beräkna den resulterande resistansen R_{ERS} för de tre parallellkopplade grenarna.

b) Beräkna strömmen I och spänningen U .

c) Beräkna de tre belastningsströmmarna I_1 I_2 och I_3 samt spänningen U_1 över 3Ω -motståndet.

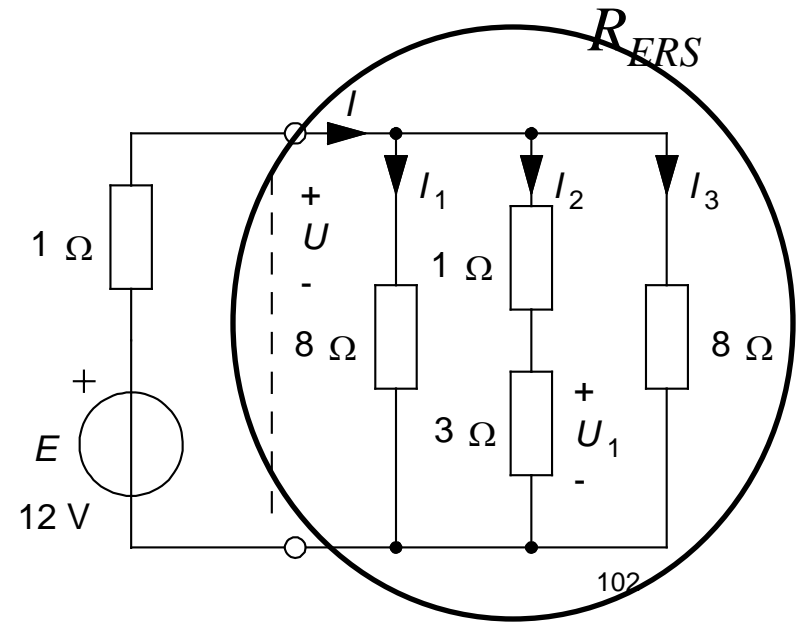


OHM's lag ...



OHM's lag ...

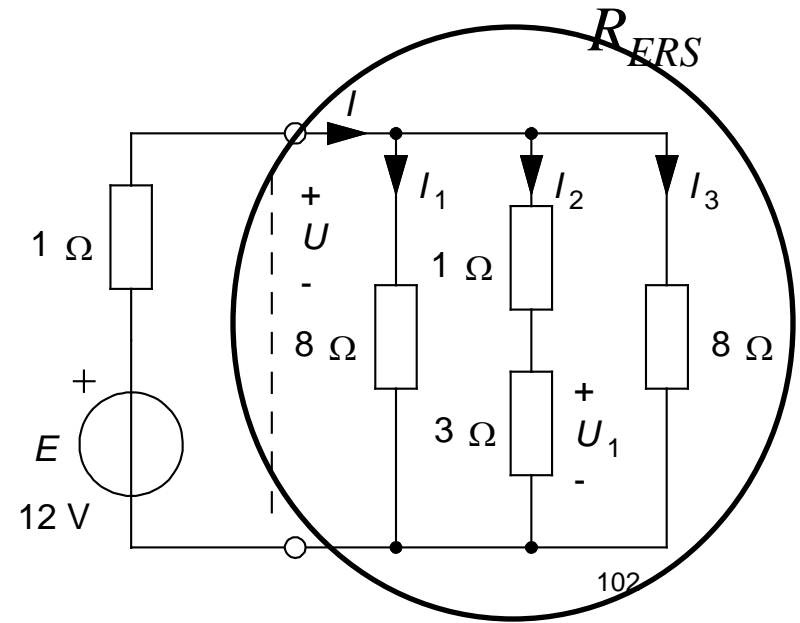
$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$



OHM's lag ...

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$

$$I = \frac{E}{1 + R_{ERS}} = \frac{12}{1 + 2} = 4$$

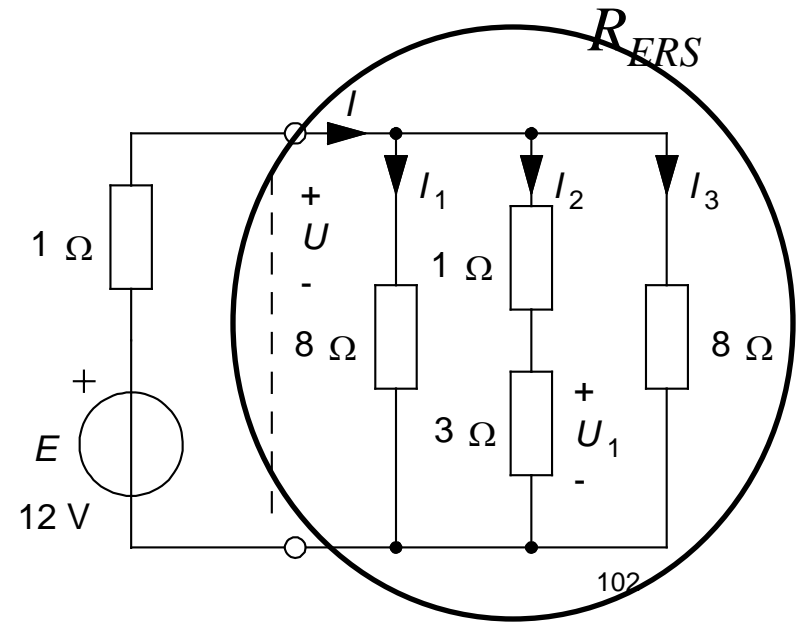


OHM's lag ...

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$

$$I = \frac{E}{1 + R_{ERS}} = \frac{12}{1 + 2} = 4$$

$$U = I \cdot R_{ERS} = 4 \cdot 2 = 8$$



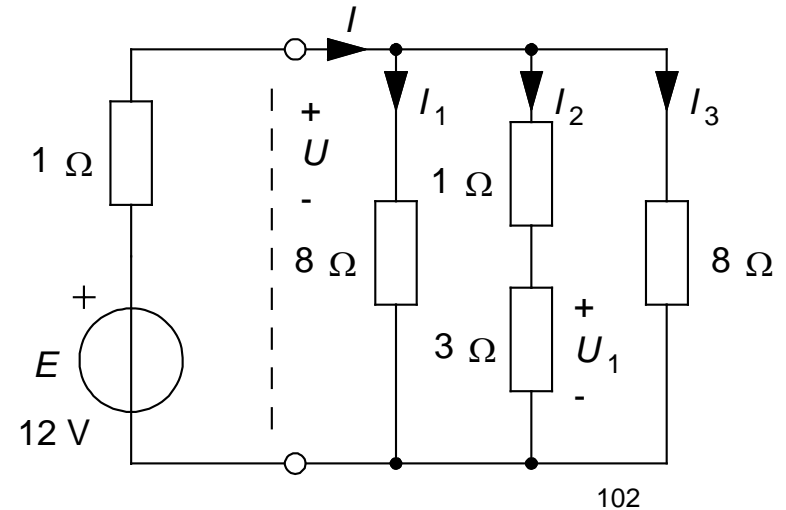
OHM's lag ...

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$

$$I = \frac{E}{1 + R_{ERS}} = \frac{12}{1 + 2} = 4$$

$$U = I \cdot R_{ERS} = 4 \cdot 2 = 8$$

$$I_1 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1$$



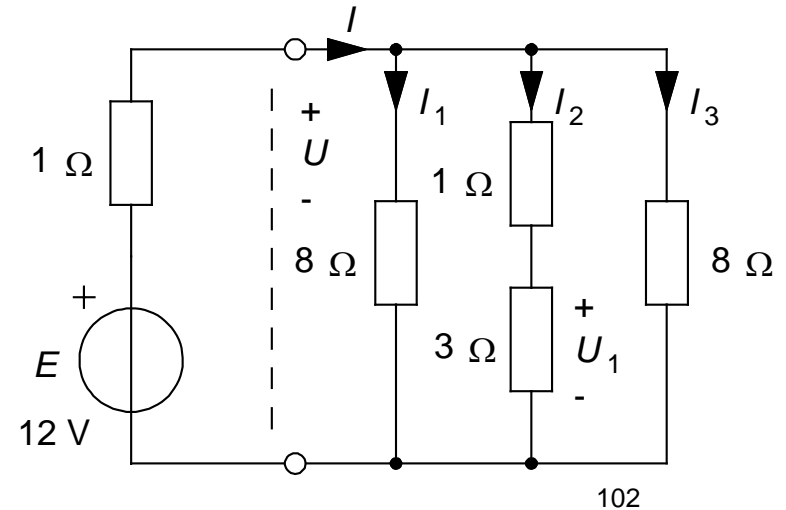
OHM's lag ...

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$

$$I = \frac{E}{1 + R_{ERS}} = \frac{12}{1 + 2} = 4$$

$$U = I \cdot R_{ERS} = 4 \cdot 2 = 8$$

$$I_1 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1 \quad I_2 = \frac{U}{1+3} = \frac{8}{1+3} = 2$$



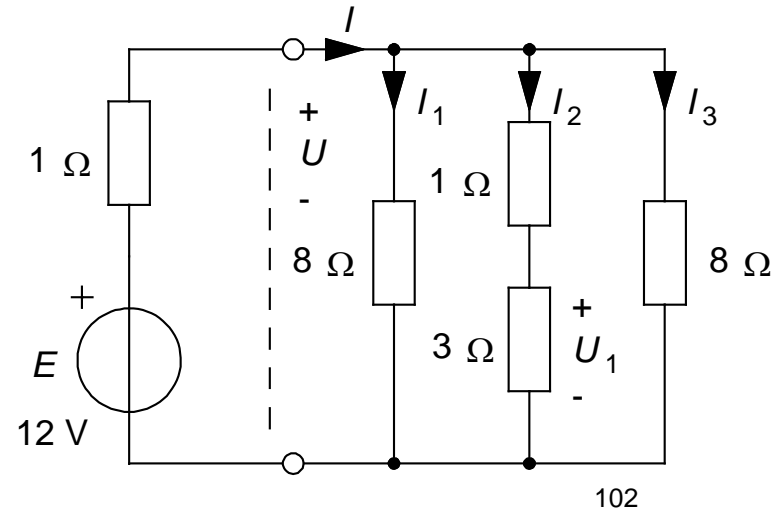
OHM's lag ...

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$

$$I = \frac{E}{1 + R_{ERS}} = \frac{12}{1 + 2} = 4$$

$$U = I \cdot R_{ERS} = 4 \cdot 2 = 8$$

$$I_1 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1 \quad I_2 = \frac{U}{1+3} = \frac{8}{1+3} = 2 \quad I_3 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1$$



OHM's lag ...

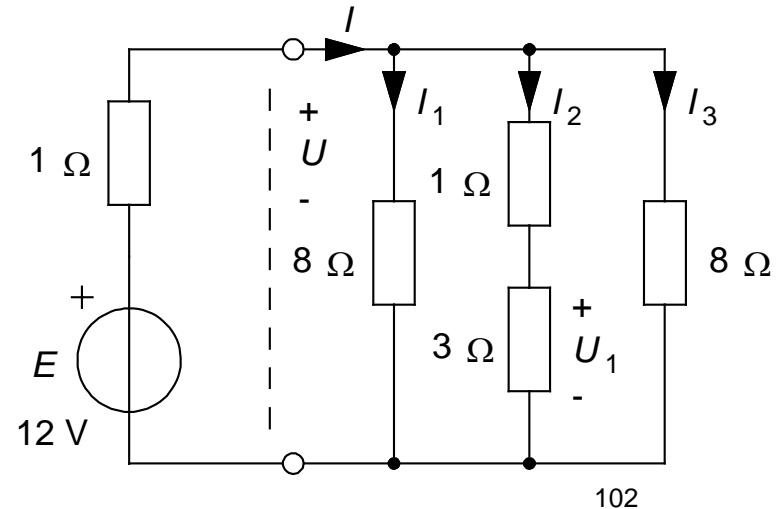
$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$

$$I = \frac{E}{1 + R_{ERS}} = \frac{12}{1 + 2} = 4$$

$$U = I \cdot R_{ERS} = 4 \cdot 2 = 8$$

$$I_1 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1 \quad I_2 = \frac{U}{1+3} = \frac{8}{1+3} = 2 \quad I_3 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$U_1 = I_2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$$

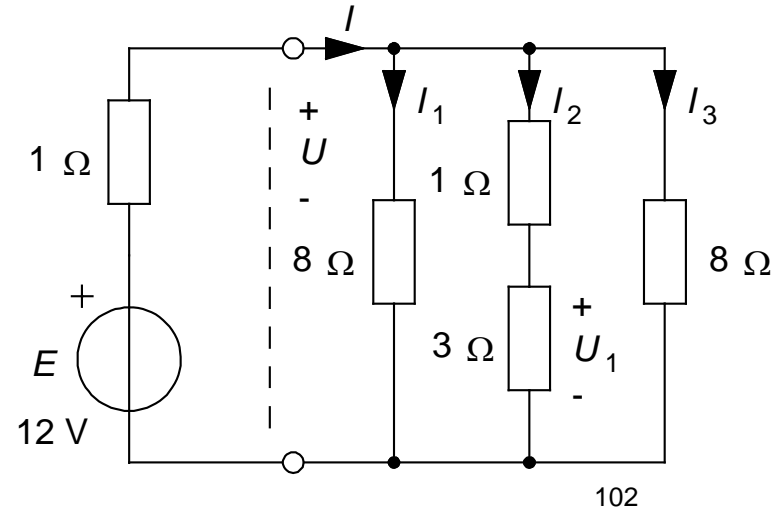


OHM's lag ...

$$\frac{1}{R_{ERS}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{1+3} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \Rightarrow R_{ERS} = \frac{8}{4} = 2$$

$$I = \frac{E}{1 + R_{ERS}} = \frac{12}{1 + 2} = 4$$

$$U = I \cdot R_{ERS} = 4 \cdot 2 = 8$$



$$I_1 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1 \quad I_2 = \frac{U}{1+3} = \frac{8}{1+3} = 2 \quad I_3 = \frac{U}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$U_1 = I_2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$$

OHM's lag räckte långt!

William Sandqvist william@kth.se