



Seminarieuppgift 3

Se www.kth.se/social/course/SF1669 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med en inlämning. Lös uppgifterna 1-4 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och personnummer på varje blad. När seminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Avsnitt	Rekommenderade uppgifter
12.8	13, 17
12.9	1, 3, 5, 7, 11
13.1	5, 7, 9, 19, 23, 25
Sauer	1.1.5, 1.2.15, 1.2.18 (och 1.4.9), 1.2.29*, 1.4.2, 1.4.11, 1.4.13a, 1.5.6*, 2.7.4
ENM	2.10, 2.15, 2.16, 2.18*, 3.8, 3.9, 3.10, 3.13*
ToR	2.1, 2.2, 2.8

UPPGIFTER

Uppgift 1. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ xy - yz + 2zx = -10 \end{cases}$$

i närheten av punkten $(x, y, z) = (2, -1, 2)$. Lösningsmängden är en kurva.

- Använd implicita funktions­satsen för att avgöra vilka variabler som går att använda som parametrar vid en parametrisering av lösningen nära $(2, -1, 2)$.
- Linjärisera båda ekvationerna och bestäm parameterformen för skärningslinjen mellan de båda planen som fås.
- Diskutera sambandet mellan resultaten i (a) och (b).
- Använd Matlab för att få en bild av de båda ytorna och av skärningskurvan.

Uppgift 2. Låt f vara funktionen som ges av $f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - 2y^2$ för alla (x, y) i \mathbb{R}^2 .

- Bestäm alla stationära punkter till f .
- Bestäm Taylorpolynomet av andra ordningen för f vid alla stationära punkter.
- Avgör vilken typ de olika stationära punkterna har.

Uppgift 3. Funktionerna f och g ges av

$$f(x, y) = \frac{\sin x + \sin y}{2} \quad \text{och} \quad g(x, y) = \sin x \sin y$$

för alla (x, y) i \mathbb{R}^2 .

- Bestäm alla stationära punkter till f .
- Bestäm alla stationära punkter till g .
- Rita ut de stationära punkterna till f tillsammans med nivåkurvorna $f(x, y) = 0$. Markera vilka som är maxima, minima eller varken eller.
- Rita ut de stationära punkterna till g tillsammans med nivåkurvorna $g(x, y) = 0$. Markera vilka som är maxima, minima respektive varken eller.
- Jämför resultaten från (c) och (d) och diskutera likheter och skillnader.

Uppgift 4. Man vill lösa ekvationssystemet

$$e^{x+y} = 1,1 - y^2, \quad e^{x-y} = x + 2y + 0,94.$$

- Formulera Newtons metod för ekvationssystemet. Genomför en iteration med startgissningen $x = y = 0$.
- Tre olika iterativa ekvationslösare används för att lösa problemet och de fel e_1, e_2, \dots, e_5 som blev i deras iterat finns i Tabell 1 nedan. En av metoderna är Newtons metod. Vilken?

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
Metod 1:	9,5501e-02	4,1647e-02	1,6212e-02	6,3332e-03	2,4836e-03
Metod 2:	1,1093e-02	8,1243e-05	4,0997e-09	4,1633e-17	3,7367e-17
Metod 3:	1,0561e-01	7,5237e-02	5,2351e-02	3,6524e-02	2,5537e-02

TABELL 1. Fel vid iterat av de tre metoderna

- Hur många ytterligare iterationer (ungefär) skulle man behöva göra med Metod 1 för att få ett fel som är mindre än 10^{-6} ?