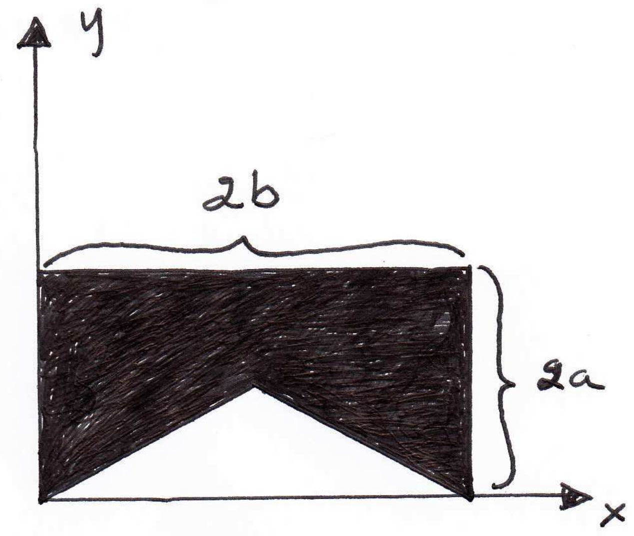
Lösningar till KS1, SG1109, 13/2, 2015

1. Se 4.2 i boken!

2. På grund av symmetri har vi att $x_G = b$. Låt m_r vara rektangelns massa och m_t triangelns massa och $m_s = m_r - m_t$ massan för skivan i figuren. För rektangeln har vi $y_{Gr} = a$ och för triangeln har vi $y_{Gt} = a/3$. Vi får nu

$$y_{Gr} = \frac{m_s y_G + m_t y_{Gt}}{m_r} \Rightarrow y_G = \frac{m_r}{m_s} y_{Gr} - \frac{m_t}{m_s} y_{Gt} = \frac{4}{3}a - \frac{1}{3}\frac{a}{3} = \frac{11}{9}a\,. \quad (1)$$



3. a) Vi beräknar först $\mathbf{M}_O$ och kraftsumman $\mathbf{F}$. $\mathbf{F}_1$ ger inget moment med avseende på origo. $\mathbf{F}_3$ och $\mathbf{F}_4$ ger lika stora, fast motriktade moment som tar ut varandra. Kvar blir det moment som $\mathbf{F}_2$ ger: $\mathbf{M}_O = -aP\mathbf{e}_z$. Kraftsumman är $\mathbf{F} = P(1,2) = P(\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y)$. Sambandsformeln ger

$$\mathbf{M}_{A_4} = \mathbf{M}_O + \mathbf{r}_{A_4O} \times \mathbf{F} = -aP\mathbf{e}_z - a\mathbf{e}_x \times P(\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y) = -3aP\mathbf{e}_z\,. \quad (2)$$

b) Låt P vara en punkt på verkningslinjen med ortsvektor $\mathbf{r} = (x, y)$. Eftersom $\mathbf{M}_P = \mathbf{0}$ så ger sambandsformeln

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}\times\mathbf{F} \Rightarrow -aP\mathbf{e}_z = (x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y)\times P(\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y) = (2x - y)P\mathbf{e}_z \Rightarrow y = 2x + a\,, \quad (3)$$

vilket är verkningslinjens ekvation.

4. Se 3.3 i boken!

5. Låt m vara systemets totala massa, d v s massan av skålen, pingisbollen och vattnet. Frilägg hela systemet i de tre fallen. Jämvikt ger

$$mg = N_A\,, \quad mg = N_B\,, \quad mg + F = N_C\,, \tag{4}$$

där F är kraften från fingrarna på pingisbollen. Vågen mäter den kraft som den påverkas av, vilket är normalkraften. Utslaget är proportionellt mot normalkraften:

$$m_A = \frac{N_A}{g} = m_B = \frac{N_B}{g} = m\,, \quad m_C = \frac{N_C}{g} = m + \frac{F}{g} > m_A = m_B\,. \tag{5}$$