



Seminarieuppgift 5

Se www.kth.se/social/course/SF1669 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med en inlämning. Lös uppgifterna 1-4 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och personnummer på varje blad. När seminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Avsnitt	Rekommenderade uppgifter
14.5	5, 7, 9
14.6	3, 7, 11
14.7	5, 9, 13, 21, 27
Sauer	3.1.5a ¹ , 3.1.15, 3.2.2 ² , 3.2.3, 3.2.4, 4.2.3, 4.5.6
ENM	5.2, 5.3 ³
ToR	5.2, 5.8, 5.9*, 5.10

UPPGIFTER

Uppgift 1. För att snabba upp beräkningen av $\sin^2(x)$ i intervallet $[0, \pi/2]$ vill vi tabellera funktionsvärden och sedan återskapa funktionen med styckvis linjär interpolation. Vi bestämmer därför $\sin^2(x)$ i de ekvidistanta punkterna $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ där $x_j = jh$ och $h = \pi/2n$.

- (a) Hur många punkter n behöver vi ta för att det maximala felet ska bli mindre än 10^{-3} ?
- (b) Var i intervallet blir felet störst och minst?

¹ bara systemet

² felskrivet i frågan: skall vara Theorem 3.4, inte 3.3

³ ställ bara upp systemen

Uppgift 2. En numerisk metod används för att beräkna en integral. Felen i approximationen för några steglängder h ges av

h	0,4	0,2	0,1
fel	$1,432 \cdot 10^{-1}$	$1,801 \cdot 10^{-2}$	$2,233 \cdot 10^{-3}$

- (a) Vilken noggrannhetsordning har metoden?
- (b) Uppskatta hur litet h behöver vara för att felet ska bli mindre än 10^{-6} .

Uppgift 3. Genom ett homogent halvklot med radie R borrar ett hål med radie $R_0 = R/2$ så att hålets och halvklotets symmetriaxlar sammanfaller.

- (a) Hur stor är volymen av halvklotet efter att hålet har borrats?
- (b) Hur mycket förskjuts halvklotets tyngdpunkt, och åt vilket håll?