



Seminarieuppgift 6

Se www.kth.se/social/course/SF1669 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med ett skriftligt prov på en variant av någon av de av de rekommenderade övningsuppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan) som är markerade med fetstil, nämligen:

Avsnitt	Rekommenderade uppgifter
15.1	3 , 5, 17,
15.2	3, 5 , 7, 21
15.3	7, 11
15.4	1, 5, 7, 15
15.5	1, 7, 13
15.6	5 , 9 , 13, 15

UPPGIFTER

Uppgift 1. Låt $\mathbf{F}$ vara vektorfältet som ges av

$$\mathbf{F}(x, y) = (x^2y, xy^2)$$

- (a) Bestäm fältlinjerna till $\mathbf{F}$.
- (b) Avgör om $\mathbf{F}$ är konservativt.
- (c) Beräkna kurvintegralen $\int_{C_R} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ där C_R är en cirkel med radie R kring origo som genomlöps moturs.

Uppgift 2. Låt f vara funktionen som ges av

$$f(x, y) = 2x^2 - y^2$$

för alla (x, y) i $\mathbb{R}^2$.

- (a) Bestäm ett vektorfält $\mathbf{F}$ sådant att fältlinjerna till $\mathbf{F}$ sammanfaller med nivåkurvorna till f .
- (b) Finns det flera sådana vektorfält? Går det att bestämma alla?
- (c) Finns det ett konservativt vektorfält med dessa fältlinjer?

Uppgift 3. Låt $\mathbf{F}$ vara vektorfältet som utanför origo ges av

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{ax - by}{x^2 + y^2}, \frac{bx + ay}{x^2 + y^2} \right)$$

där x och y är koordinater som mäts i meter i ett rätvinkligt koordinatystem och $a = 1,0 \text{ Nm}$, $b = 2,0 \text{ Nm}$. En partikel färdas längs en kurva C enligt

$$\mathbf{r}(t) = (Re^{-kt} \cos \omega t, Re^{-kt} \sin \omega t),$$

där $R = 6,1 \text{ m}$, $k = 3,2 \text{ s}^{-1}$, $\omega = 1,6 \text{ rad/s}$ och $0 \text{ s} \leq t \leq 4,5 \text{ s}$.

- (a) Beräkna kurvintegralen

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

- (b) Är $\mathbf{F}$ konservativt?