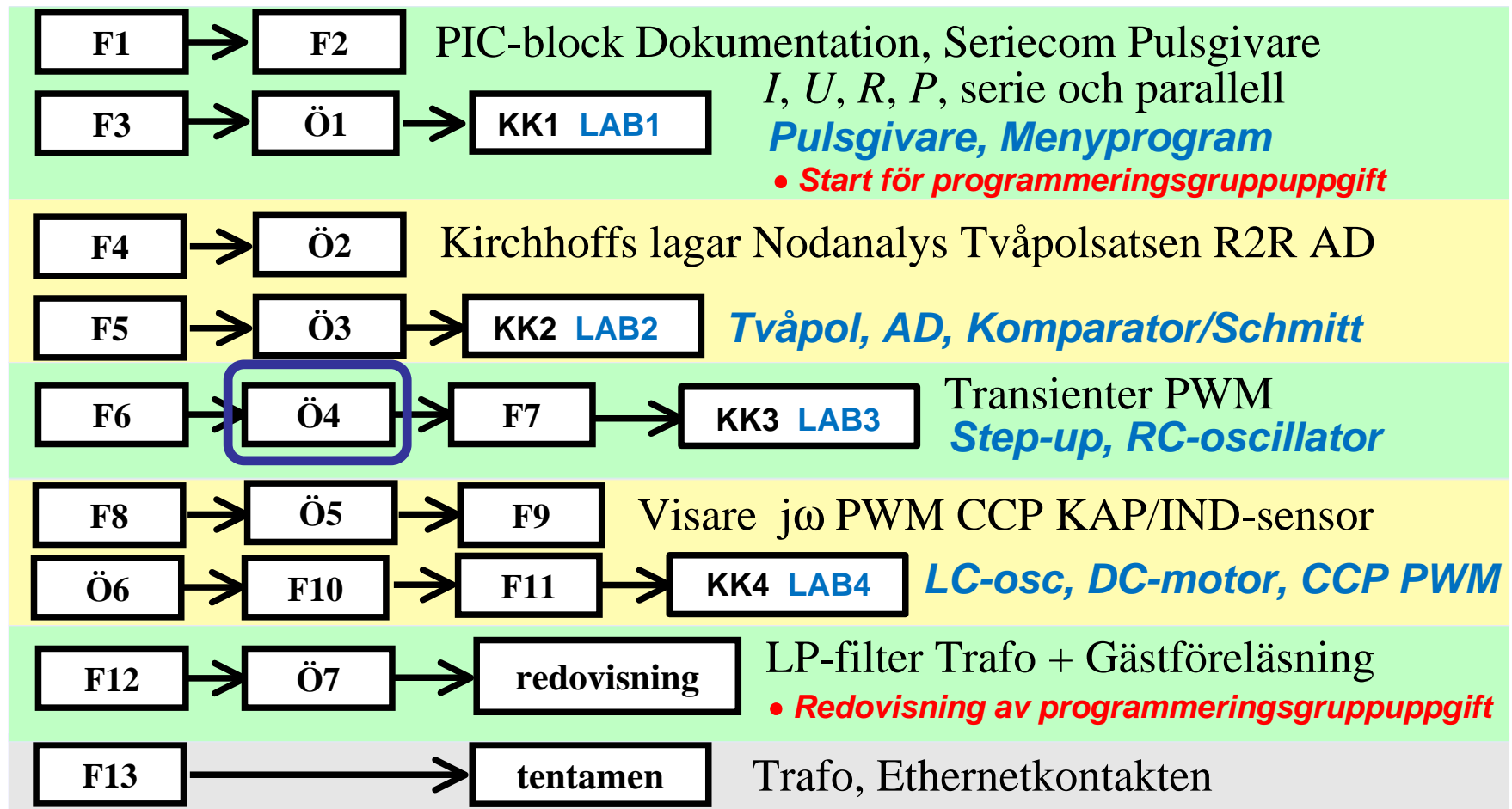


# IE1206 Inbyggd Elektronik



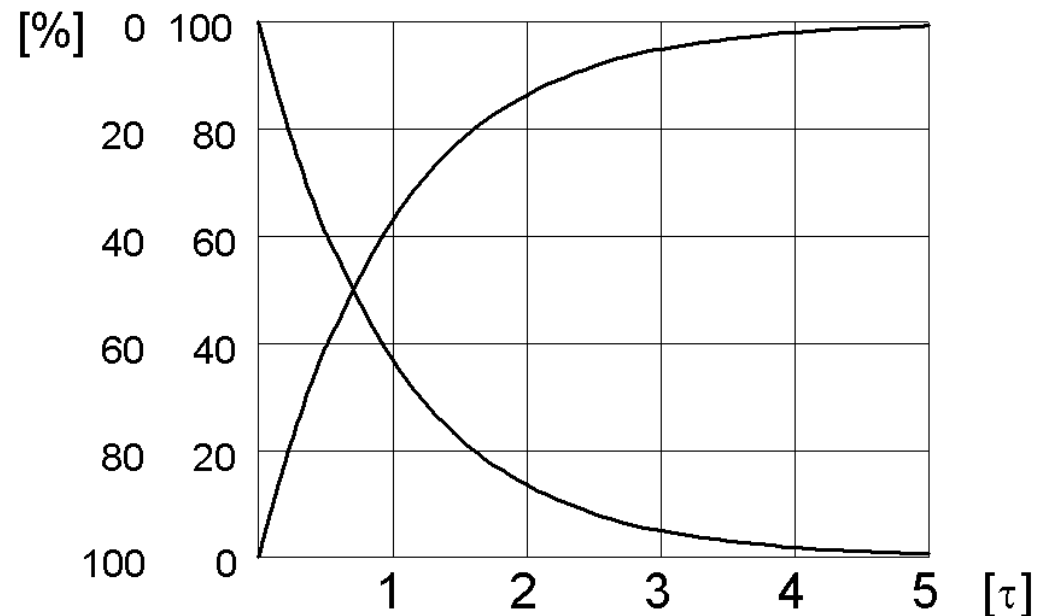
# ***Snabbformel för exponentialfunktioner***

Typ. Stigande kurva

$$x(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Typ. Fallande kurva

$$x(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$$



*Snabbformel (ger direkt funktionen för en stigande/fallande kurva):*

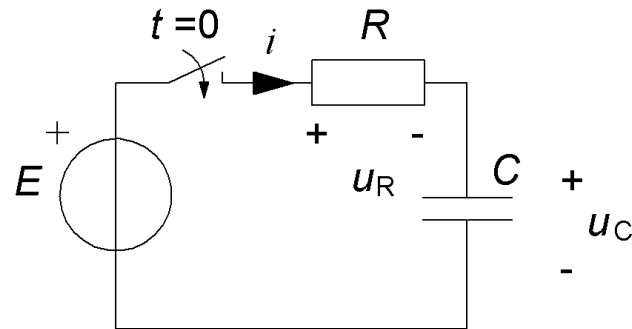
$x_0$  = storhetens startvärde

$x_\infty$  = storhetens slutvärde

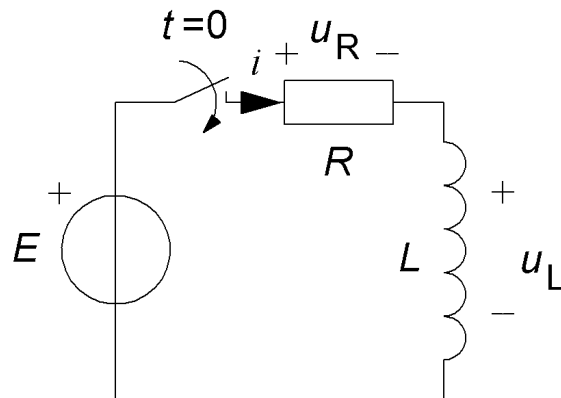
$\tau$  = förloppets tidkonstant

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

# Tidkonstanter



$$\tau = R \cdot C$$

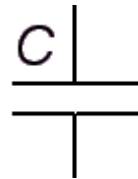


$$\tau = \frac{L}{R}$$

- Mer komplicerade kretsar förenklar man med tvåpolssatsen till dessa enkla former.

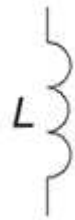
# Kontinuitetsvilkor

## Sammanfattning



*Kondensatorn är spänningströg*

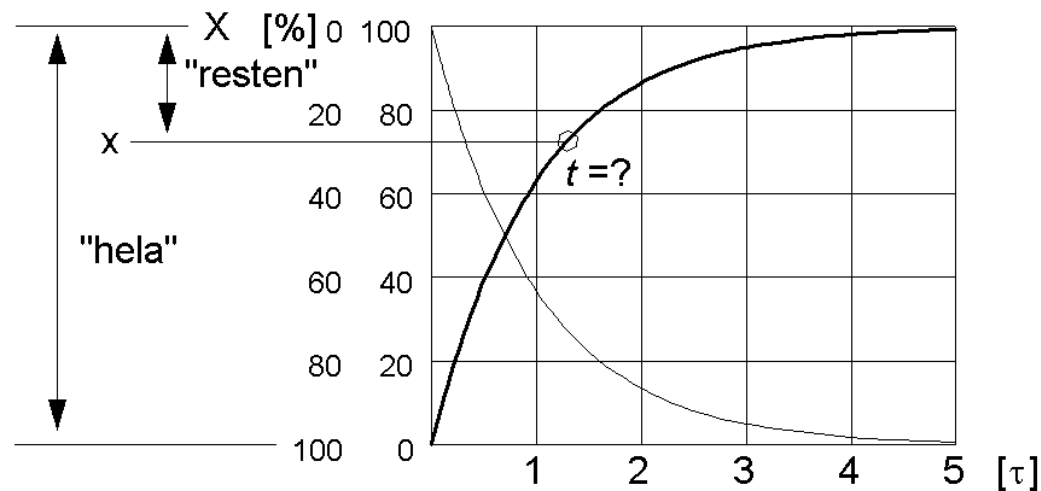
I en kondensator är laddningen alltid kontinuerlig  
I en kondensator är **spänningen** alltid **kontinuerlig**.



*Spolen är strömtrög*

I en spole är flödet alltid kontinuerligt  
I en spole är **strömmen** alltid **kontinuerlig**.

# "Hela swinget genom resten"



$$x = X(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \frac{x}{X} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln\left(1 - \frac{x}{X}\right) = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow t = -\tau \cdot \ln \frac{X - x}{X}$$

$$\boxed{t} = \tau \cdot \ln \frac{X}{X - x} = \boxed{\tau \cdot \ln \frac{\text{"hela"}}{\text{"resten"}}}$$

William Sandqvist [william@kth.se](mailto:william@kth.se)

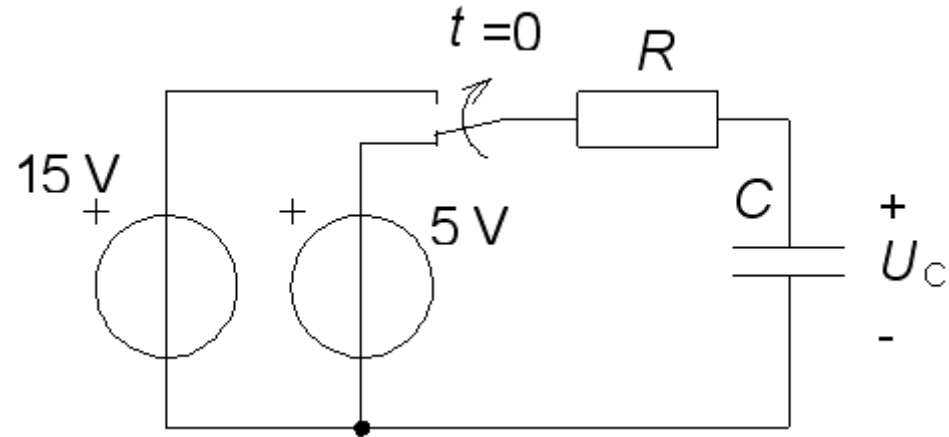
# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå  $+10\text{V}$ ?



# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

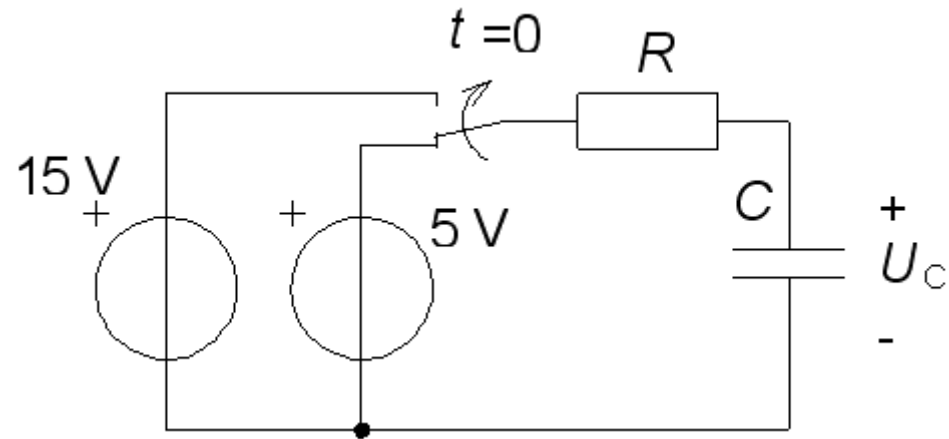
Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå +10V?

$$u_{C0} = 5 \, \text{V}$$

$$u_{C\infty} = 15 \, \text{V}$$

$$\tau = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2 \, \text{s}$$





# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

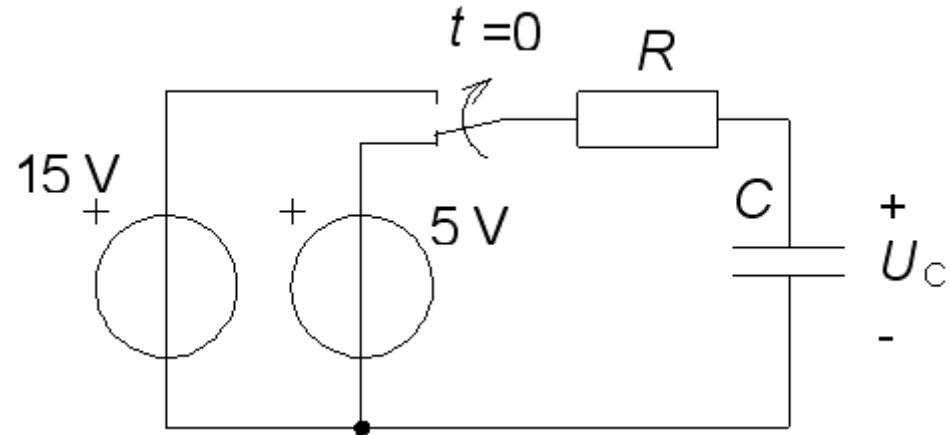
Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå +10V?

$$u_{C0} = 5 \, \text{V}$$

$$u_{C\infty} = 15 \, \text{V}$$

$$\tau = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2 \, \text{s}$$



$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(t) = 15 - (15 - 5) \cdot e^{-\frac{t}{2}} = 15 - 10 \cdot e^{-0,5 \cdot t}$$

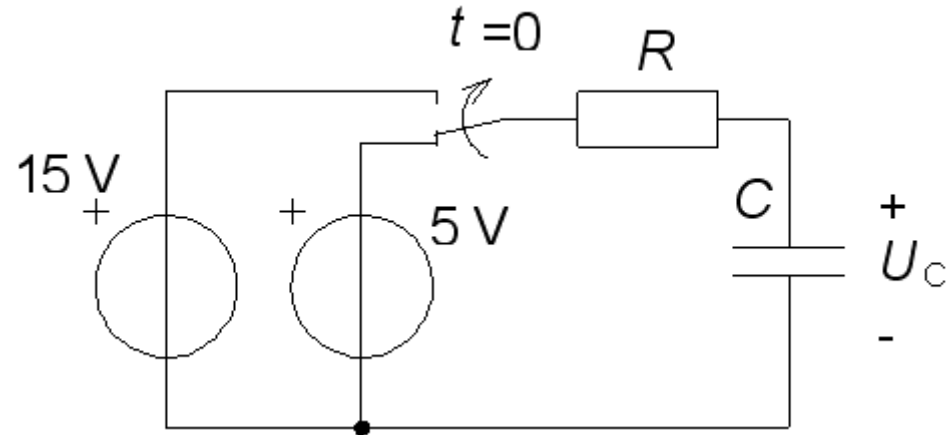
# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå +10V?



$$u_{C0} = 5 \, \text{V}$$

$$u_{C\infty} = 15 \, \text{V}$$

$$\tau = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2 \, \text{s}$$

$$x(t) = x_{\infty} - (x_{\infty} - x_0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(t) = 15 - (15 - 5) \cdot e^{-\frac{t}{2}} = 15 - 10 \cdot e^{-0,5 \cdot t}$$

**Tips:** Kondensatorn är ”spänningströg” – Läger man en spänning över en kondensator kan den inte laddas ögonblickligen (skulle kräva oändlig ström). Spänningen ändras *inte* momentant.

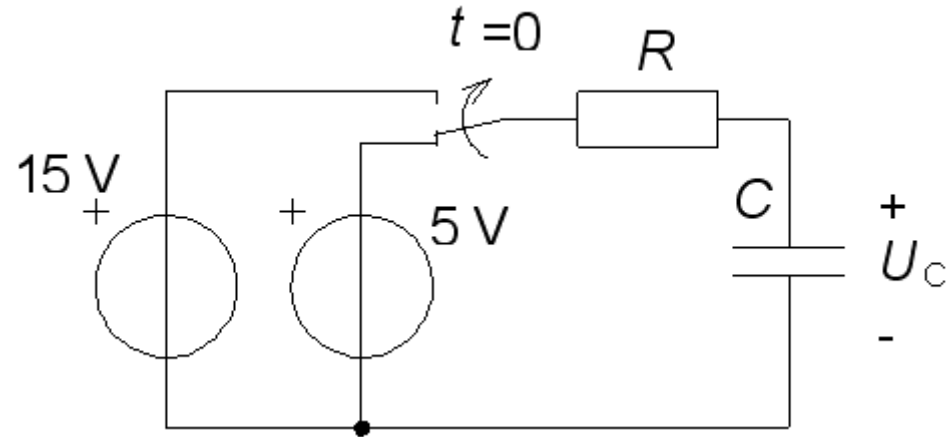
# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå  $+10\text{V}$ ?



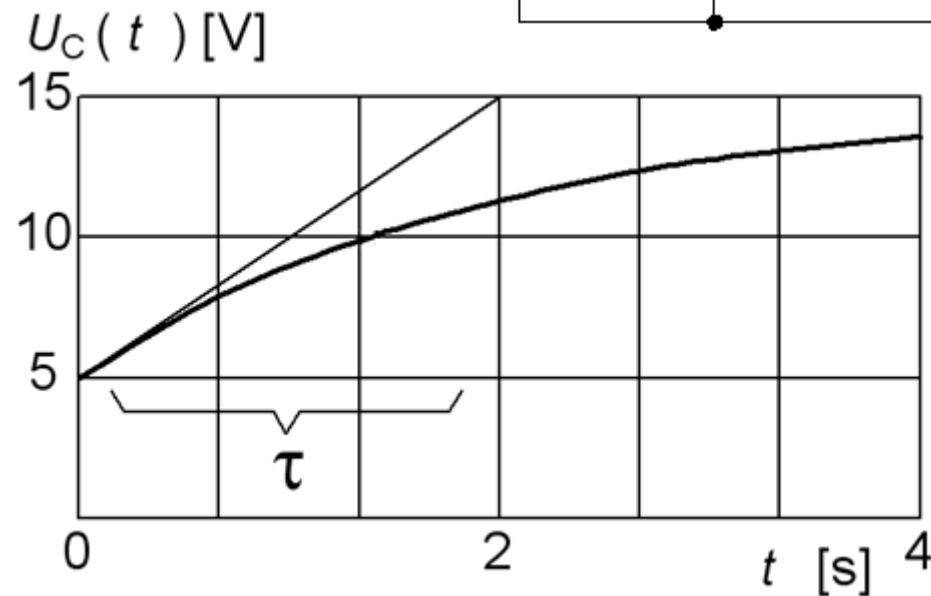
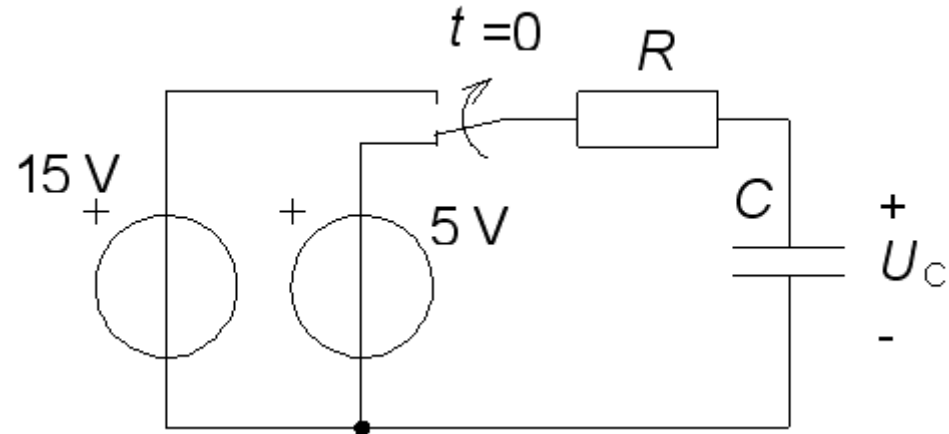
# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå +10V?



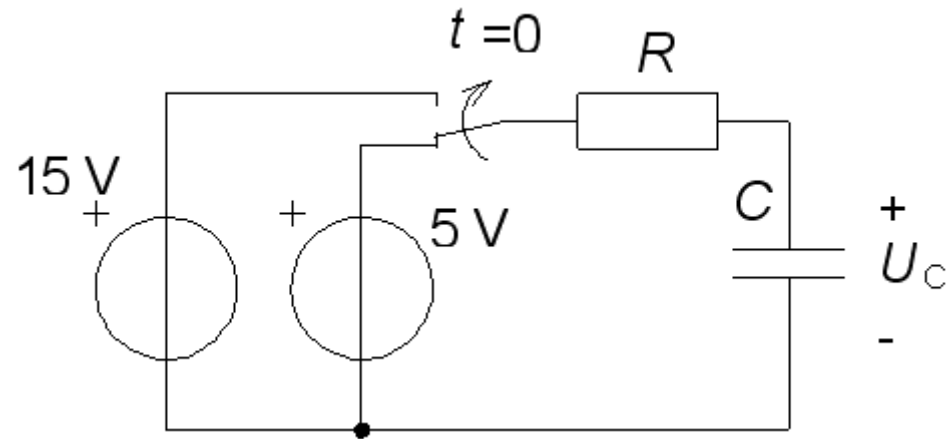
# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå +10V?



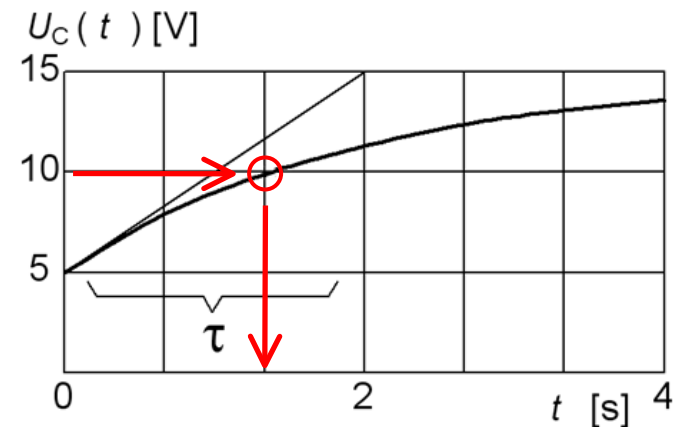
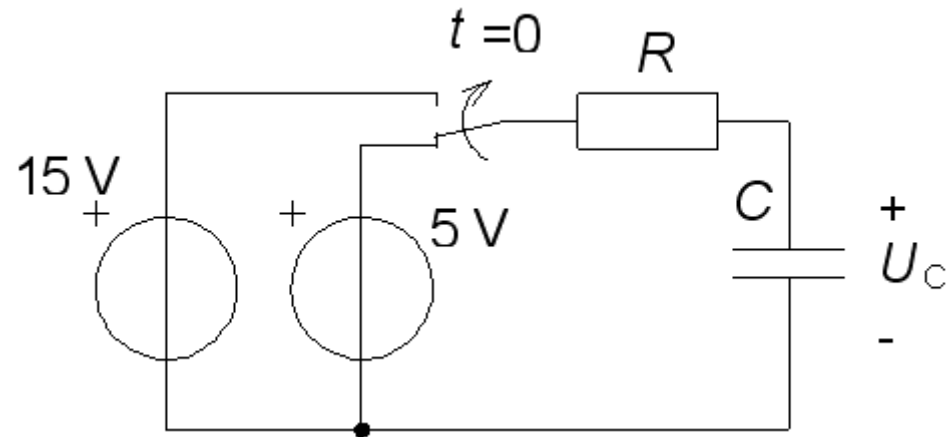
# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå +10V?



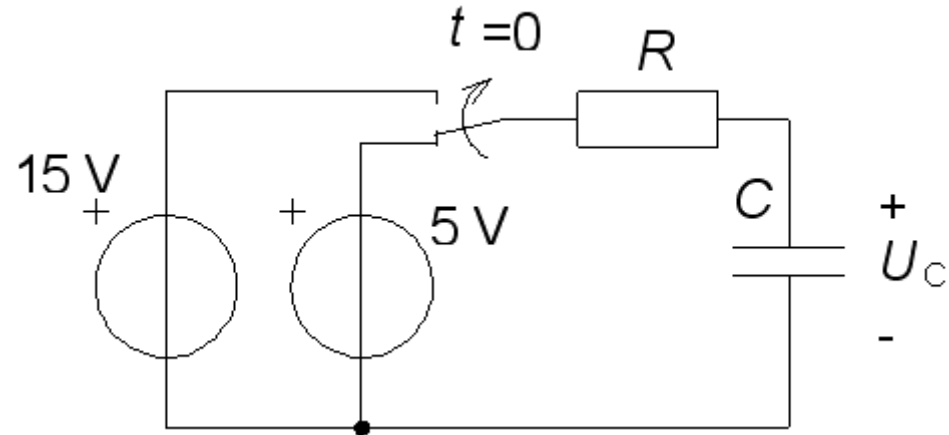
# Kondensatorns uppladdning (10.5)

$R = 2000 \, \Omega$  och  $C = 1000 \, \mu\text{F}$

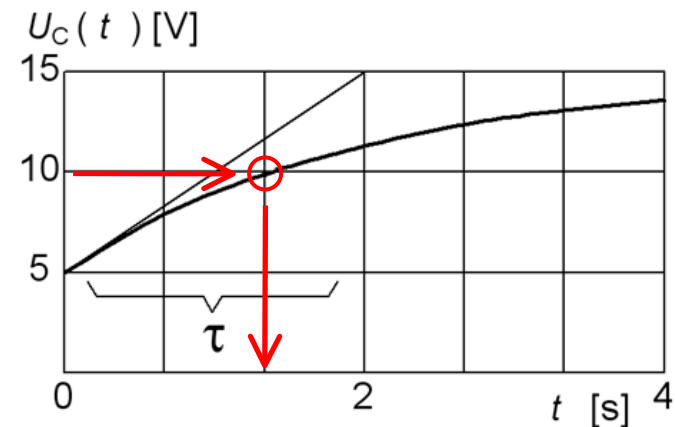
Tag fram ett uttryck för  $u_C(t)$

Rita funktionen  $u_C(t)$

Beräkna hur lång tid det tar för  $u_C$  att nå +10V?



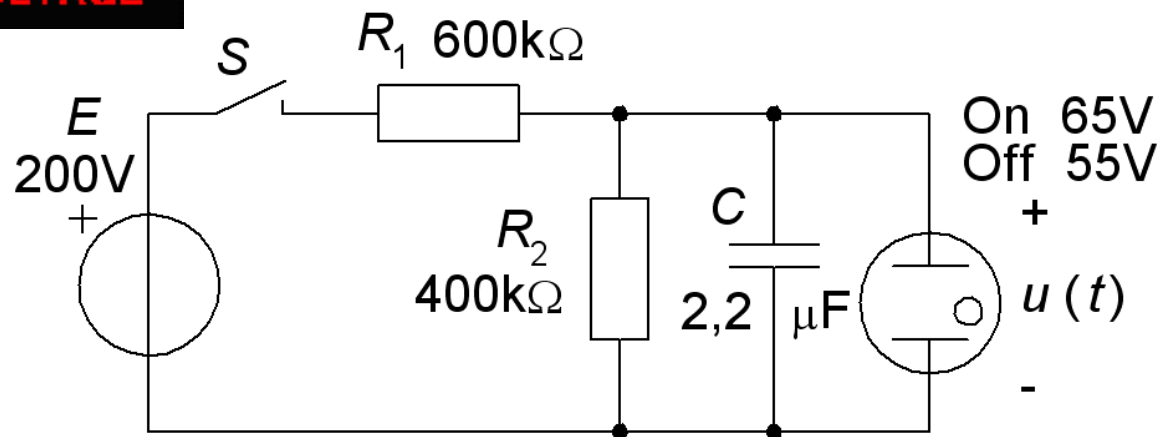
$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{"hela"}}{\text{"resten"}} = 2 \cdot \ln \frac{15-5}{15-10} = 2 \cdot 0,695 = 1,39 \, \text{s}$$



William Sandqvist [william@kth.se](mailto:william@kth.se)



# Glimlampan (10.9)

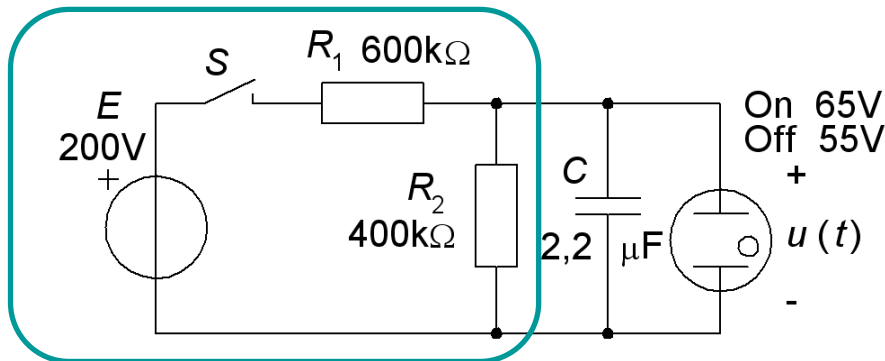


Blink-krets med glimlampan.

# Glimlampan (10.9)



a) *När kommer första blinket?*



Kretsens Thevenin-tvåpol:

$$R_I = 600 \parallel 400 = 240 \text{ k}\Omega$$

$$E_0 = 200 \cdot 400 / 1000 = 80 \text{ V}$$

Kondensatorn laddas från 0V upp mot 80V till 65V då glimlampan tänds (och laddar ur kondensatorn till 55V då den släcks).

$$\tau = R_I \cdot C = 240 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 0,528$$

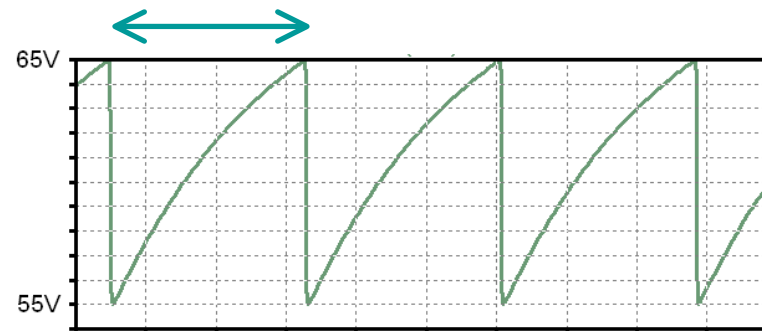
$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,528 \cdot \ln \frac{80 - 0}{80 - 65} = 0,88 \text{ s}$$

# Glimlampan (10.9)



b) *Hur lång tid tar det till nästa blink?*

Kondensatorn laddas nu *från* 55V upp *mot* 80V *till* 65V då glimlampan tänds (och laddar ur kondensatorn till 55V, då den släcks).



$$\tau = 0,528$$

$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,528 \cdot \ln \frac{80 - 55}{80 - 65} = 0,27 \text{ s}$$

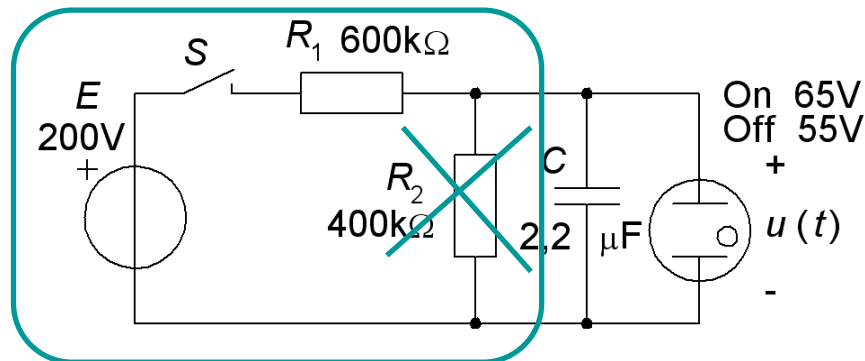
Blinkfrekvensen:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,27} = 3,7 \text{ Hz}$$

# Glimlampan (10.9)



c) Om  $R_2$  är borta, hur lång tid tar det då mellan blinkningarna?



Om  $R_2$  är borta  
spänningsdelas  $E$  inte.  
 $E = 200$ .  
Tidkonstanten förändras.

Kondensatorn laddas nu från 55V upp mot 200V till 65V då glimlampan tänds (och laddar ur kondensatorn till 55V då den släcks).

$$\tau = R_1 \cdot C = 600 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 1,32$$

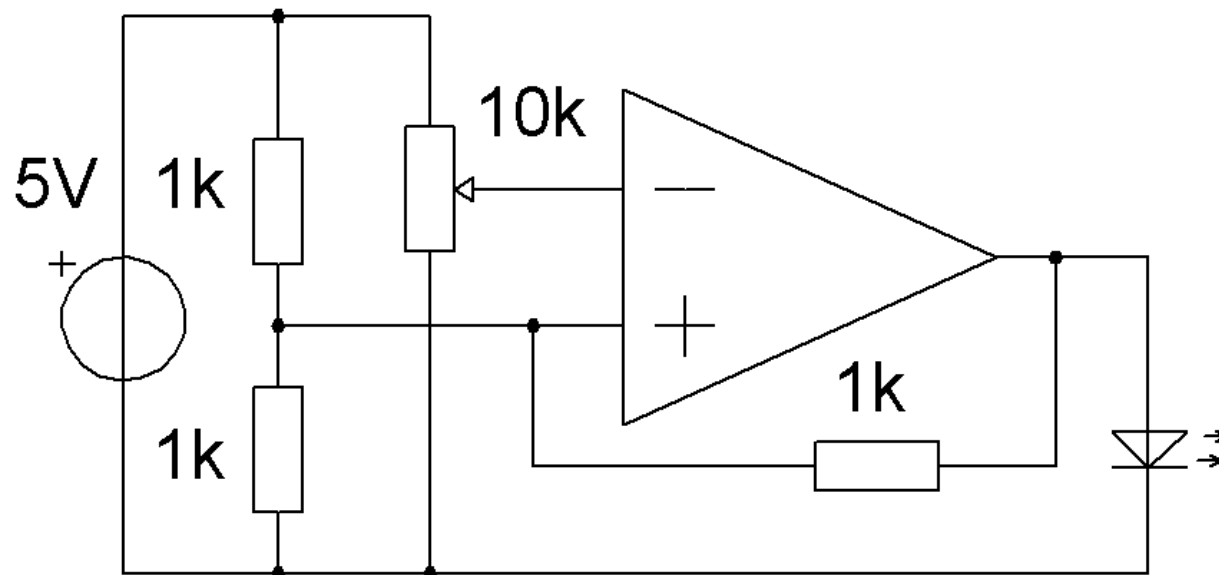
$$t = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 1,32 \cdot \ln \frac{200 - 55}{200 - 65} = 0,094 \text{ s}$$

Blinkfrekvensen:

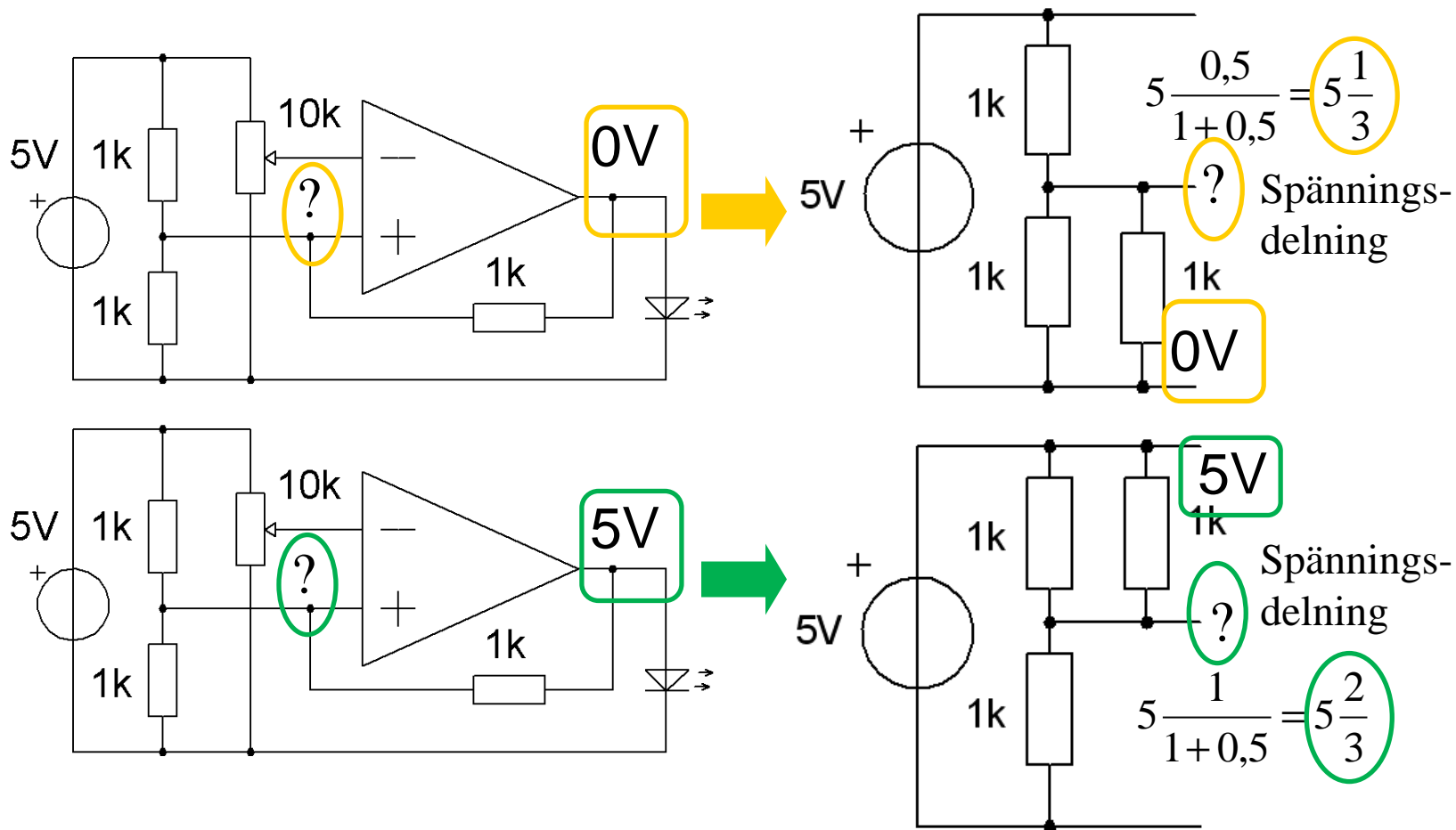
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,094} = 11 \text{ Hz}$$

William Sandqvist [william@kth.se](mailto:william@kth.se)

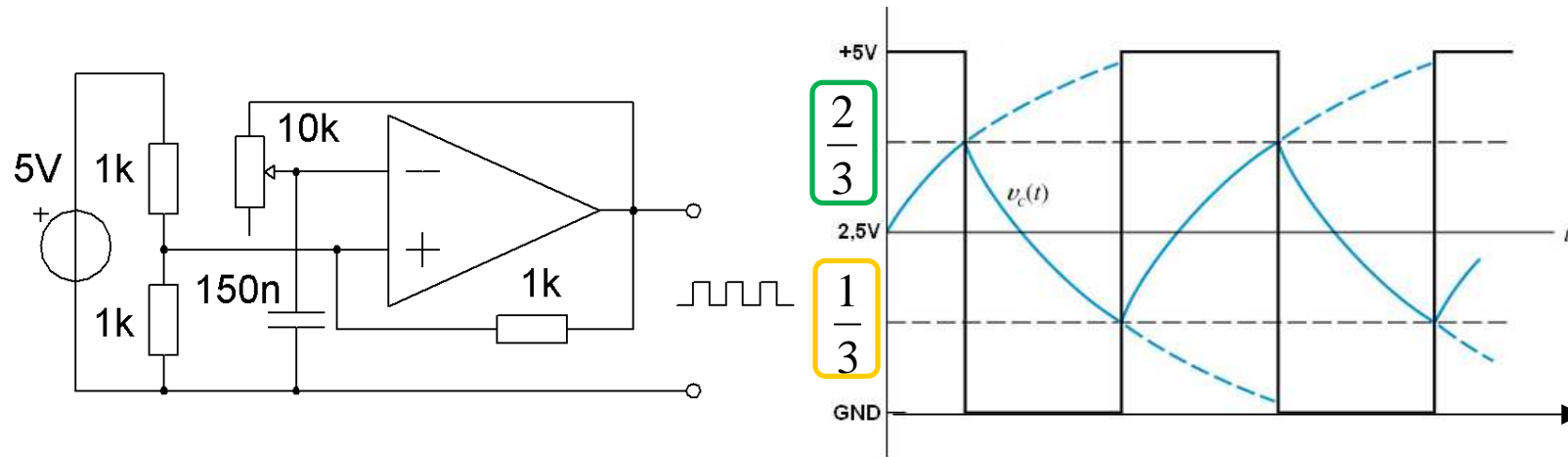
# Schmitt-trigger (10.10)



# Omslagsnivåerna? (10.10)



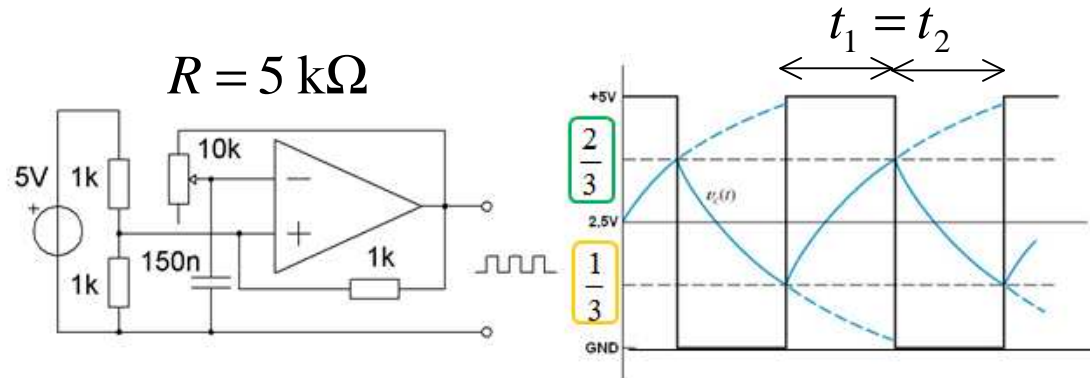
# RC-oscillator (10.10)



Komparatorn laddar upp kondensatorn till den övre omslags-spänningen, därefter slår utgången om och laddar ur kondensatorn till den nedre omslags-spänningen. Frekvensen på komparatorns utgång beror av produkten  $R \cdot C$ . Eftersom  $C$  är konstant så blir det  **$R$  som styr frekvensen.**



# RC-oscillatorns frekvens (10.10)



$$\tau = R \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 150 \cdot 10^{-9} = 0,75 \cdot 10^{-3}$$

$$t_1 = \tau \cdot \ln \frac{\text{hela}}{\text{resten}} = 0,75 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{5 - \frac{1}{3} \cdot 5}{\frac{1}{3} \cdot 5} = 0,75 \cdot 10^{-3} \cdot \ln 2 = 5,2 \text{ ms}$$

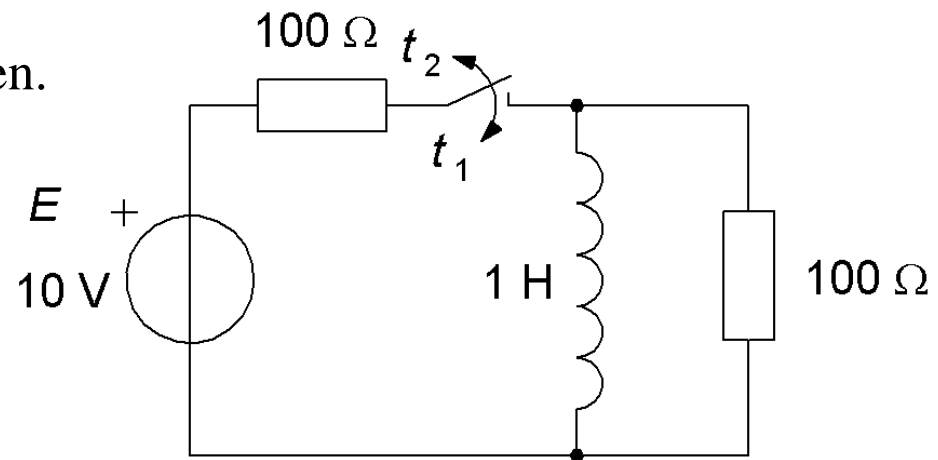
$$t_2 = t_1 \quad T = 2 \cdot t_1 = 2 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} = 10,4 \text{ ms} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10,4 \cdot 10^{-3}} = 962 \text{ Hz}$$

Matningsspänningen 5V gick att förkorta bort. Frekvensen blir således oberoende av matningsspänningen!

William Sandqvist [william@kth.se](mailto:william@kth.se)

# Spolens **inkoppling** och urkoppling (10.8)

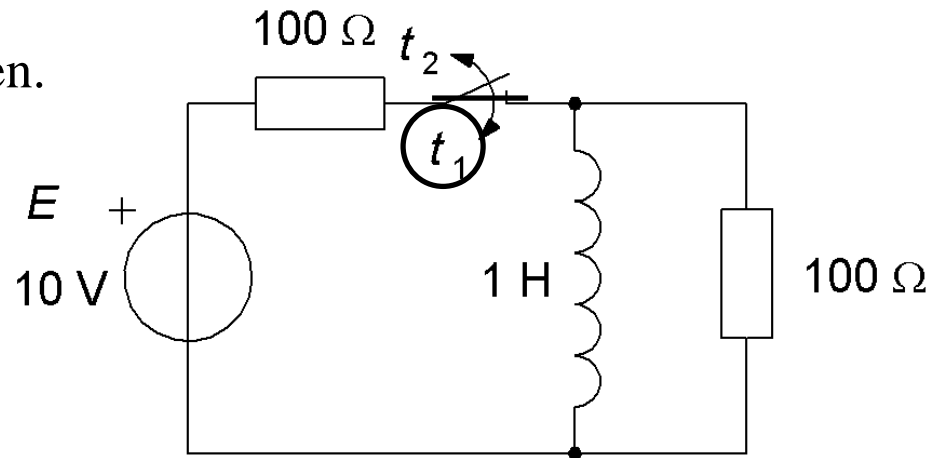
$E$  är en likspänningskälla. Vid tidpunkten  $t_1$  sluts strömställaren.



## Spolens **inkoppling** och urkoppling (10.8)

$E$  är en likspänningskälla. Vid tidpunkten  $t_1$  sluts strömställaren.

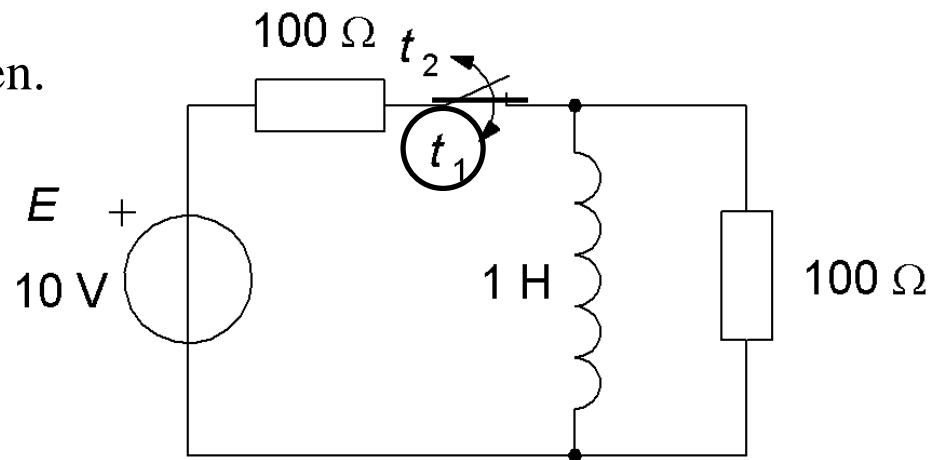
a) Hur stor blir strömmen genom spolen i första ögonblicket?



## Spolens **inkoppling** och urkoppling (10.8)

$E$  är en likspänningskälla. Vid tidpunkten  $t_1$  sluts strömställaren.

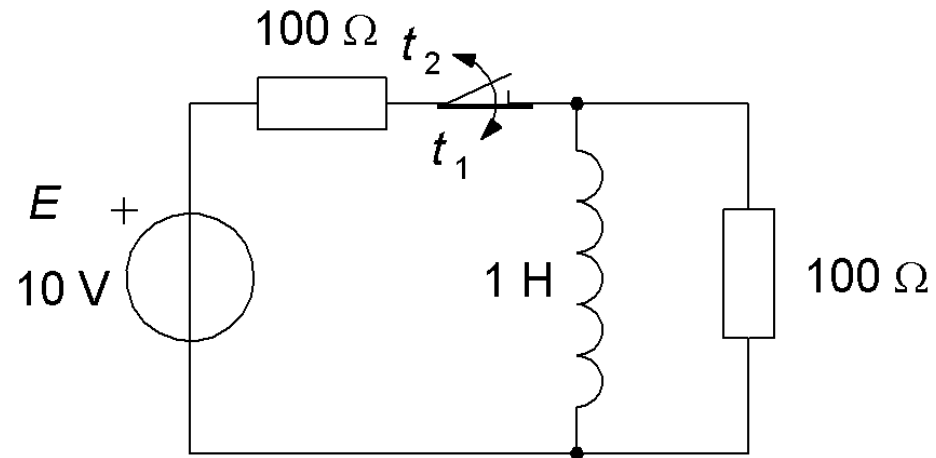
a) Hur stor blir strömmen genom spolen i första ögonblicket?



**Svar:** Spolen är ”strömtrög”. I första ögonblicket ( $t_1$ ) är strömmen ”samma”  $i = 0$ .

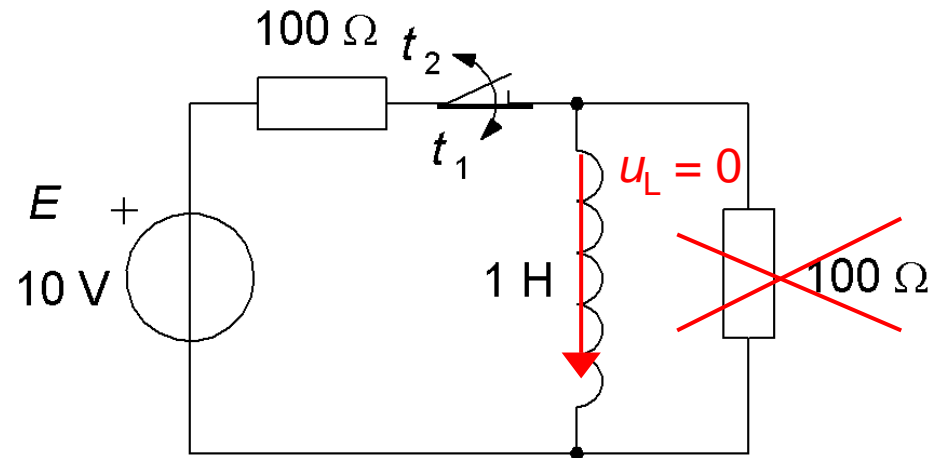
## Spolens **inkoppling** och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en *lång* tid förflutit?



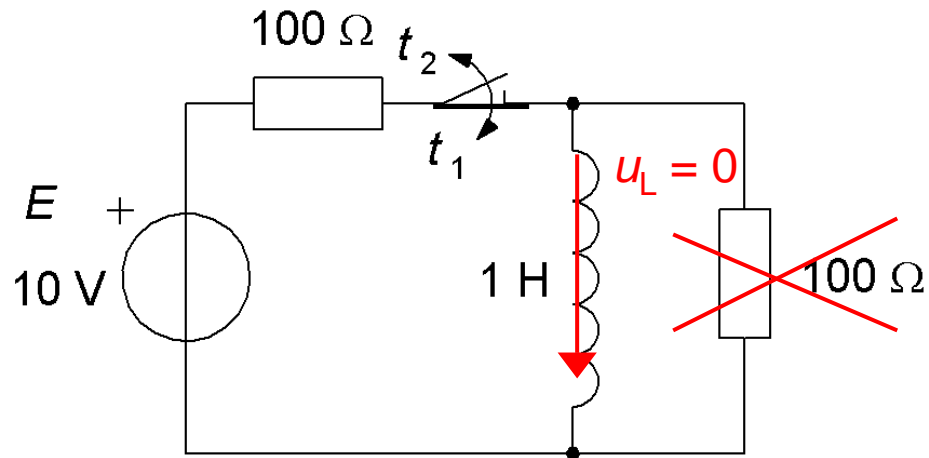
## Spolens **inkoppling** och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en *lång* tid förflutit?



## Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en lång tid förflutit?



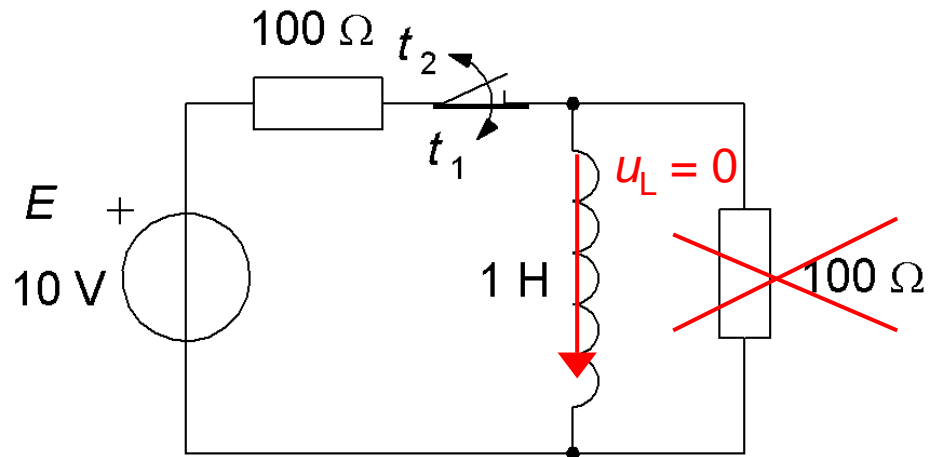
**Svar:** Efter en lång tid har förändringarna klingat ut. Spänningen över spolen (som beror på förändringar) är då 0, spolen ”kortsletter” den parallella  $100\ \Omega$  resistorn. Kvar blir  $100\ \Omega$  serie-resistorn.

$$i = 10\text{V}/100\Omega = 0,1\text{ A}.$$



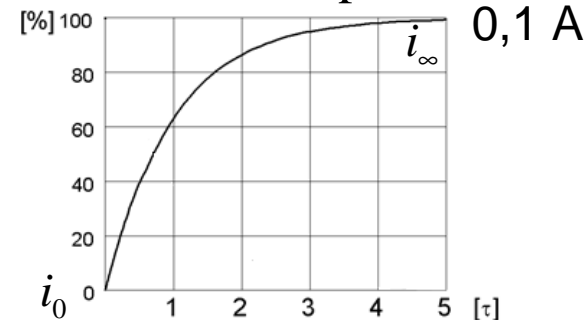
## Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en lång tid förflutit?



**Svar:** Efter en lång tid har förändringarna klingat ut. Spänningen över spolen (som beror på förändringar) är då 0, spolen ”kortsletter” den parallella  $100\ \Omega$  resistorn. Kvar blir  $100\ \Omega$  serie-resistorn.

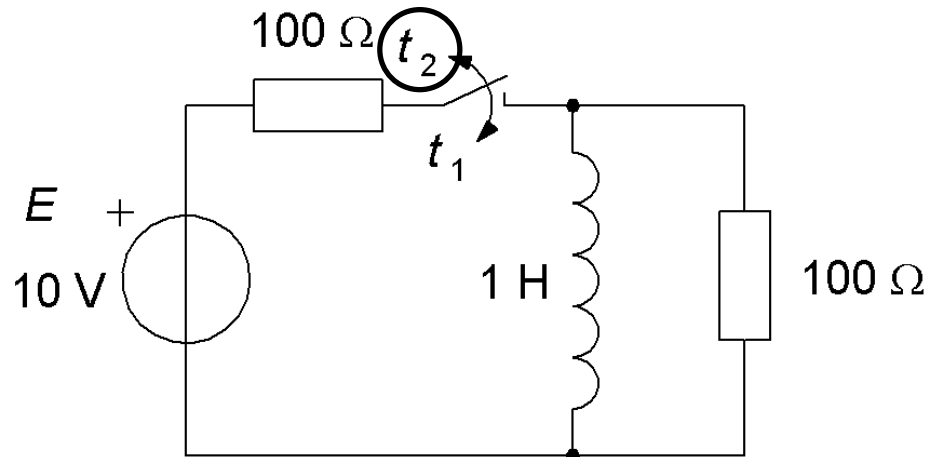
$$i = 10\text{V}/100\Omega = 0,1\text{ A}.$$



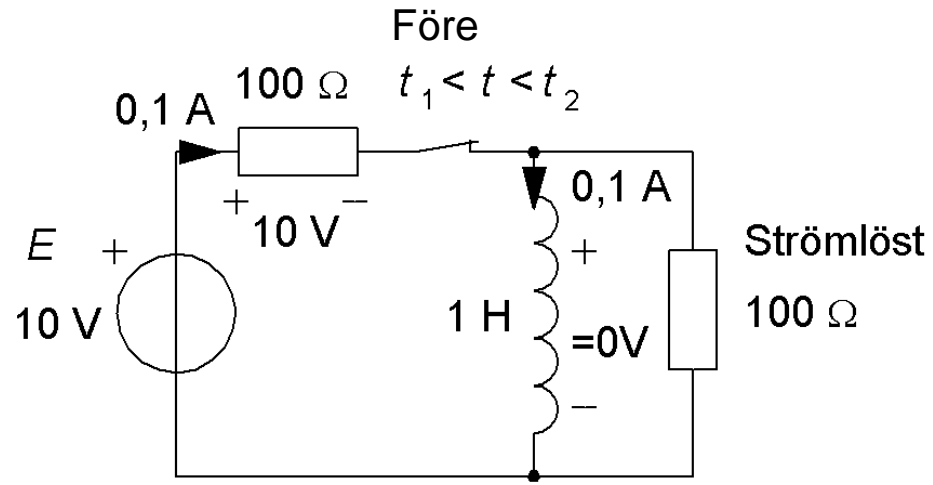
## Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

c) Senare, vid tidpunkten  $t_2$  **öppnas** strömställaren.

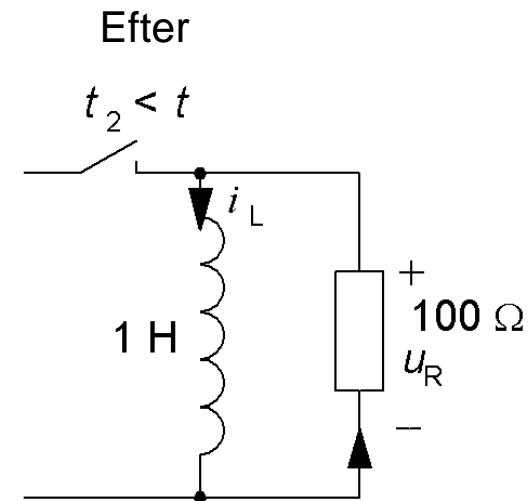
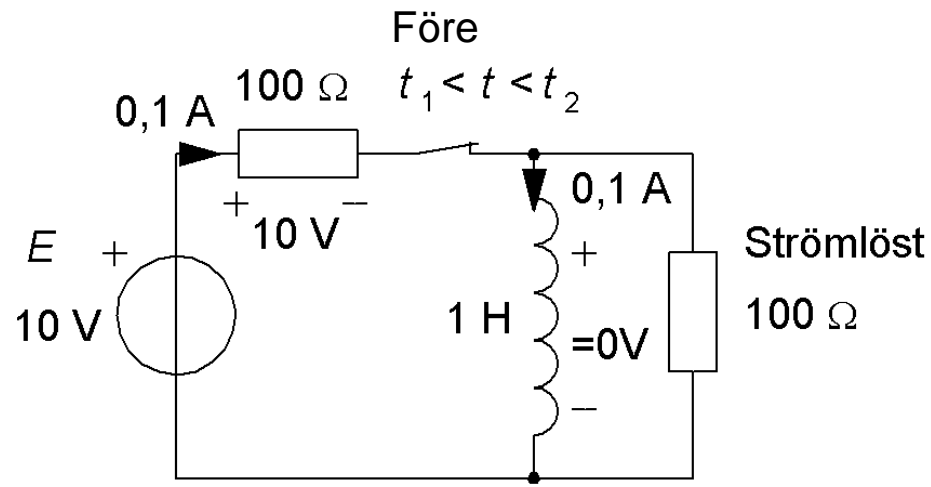
Ställ nu upp ett uttryck för strömmen genom spolen som funktion av tiden  $t$  för tiden efter  $t_2$ . Låt förloppet börja vid  $t = t_2 = 0$ .



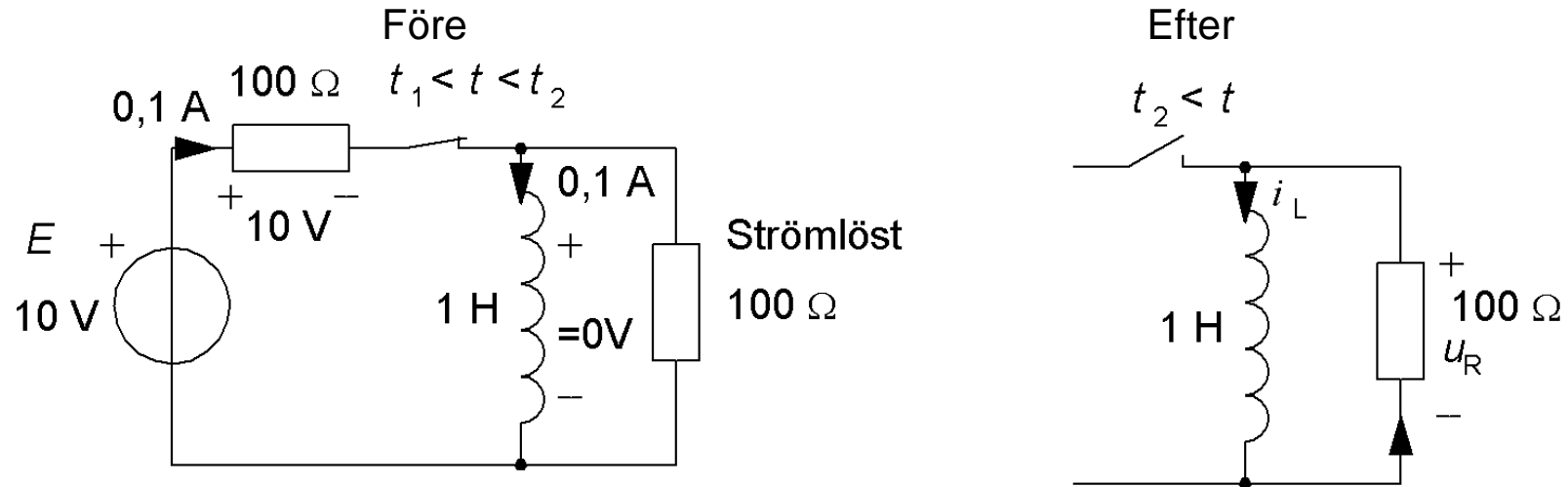
## Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)



# Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

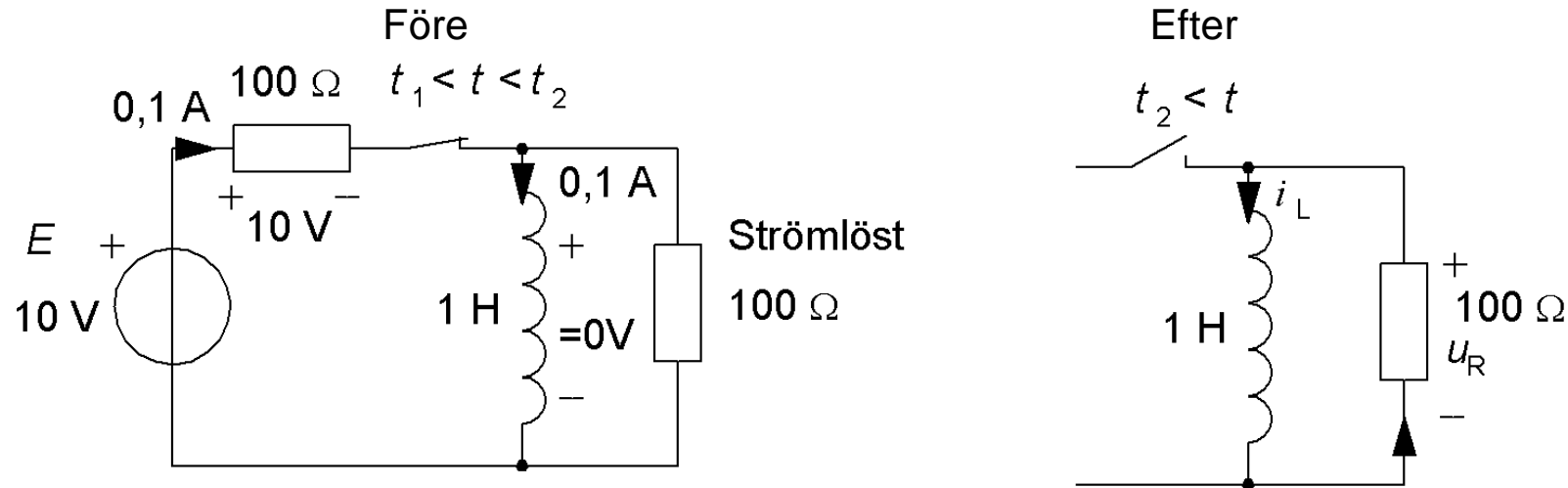


## Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)



Efter  $t_2$  börjar strömmen från "samma" värde 0,1 A ( $i_0$ ) som före och klingar därefter av till 0 ( $i_\infty$ ). Tidkonstanten  $\tau = L/R = 1/100 = 0,01$  s.

## Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

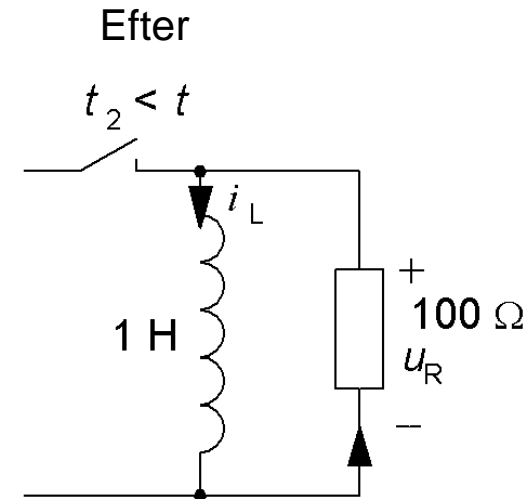
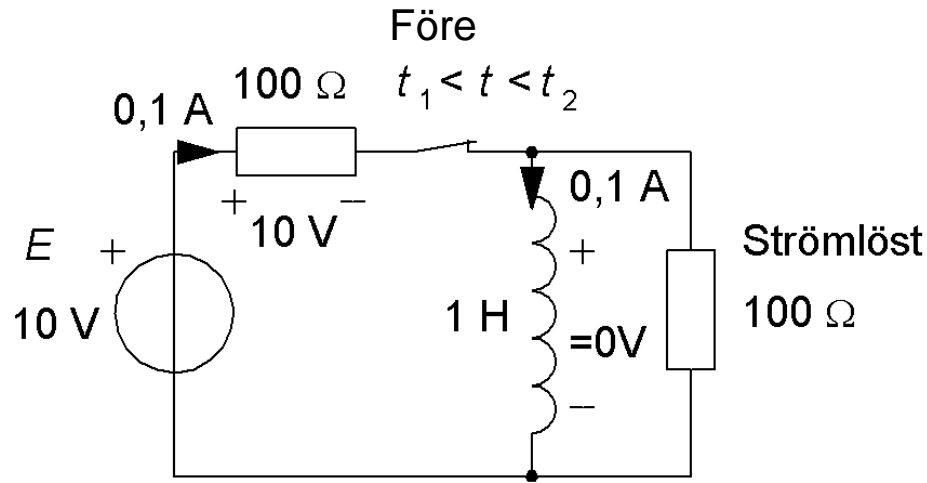


Efter  $t_2$  börjar strömmen från "samma" värde 0,1 A ( $i_0$ ) som före och klingar därefter av till 0 ( $i_\infty$ ). Tidkonstanten  $\tau = L/R = 1/100 = 0,01$  s.

**Snabbformeln:**  $x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i_L(t) = \overset{i_{L\infty} \downarrow}{0} - (\overset{i_{L\infty} \downarrow}{0} - \overset{i_{L0} \downarrow}{0,1}) \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} \Leftrightarrow i_L(t) = 0,1 \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} = 0,1 \cdot e^{-100 \cdot t}$$

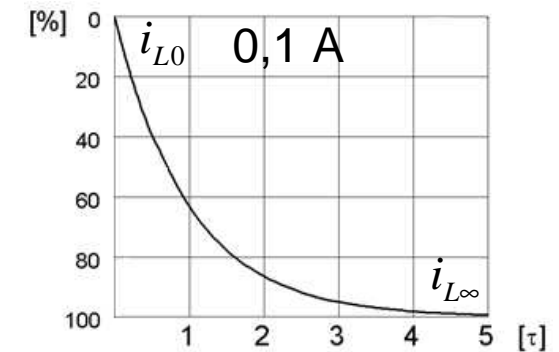
# Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)



Efter  $t_2$  börjar strömmen från "samma" värde 0,1 A ( $i_0$ ) som före och klingar därefter av till 0 ( $i_\infty$ ). Tidkonstanten  $\tau = L/R = 1/100 = 0,01$  s.

Snabbformeln:  $x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i_L(t) = 0 - (0 - 0,1) \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} \Leftrightarrow \boxed{i_L(t)} = 0,1 \cdot e^{-\frac{t}{0,01}} = \boxed{0,1 \cdot e^{-100 \cdot t}}$$

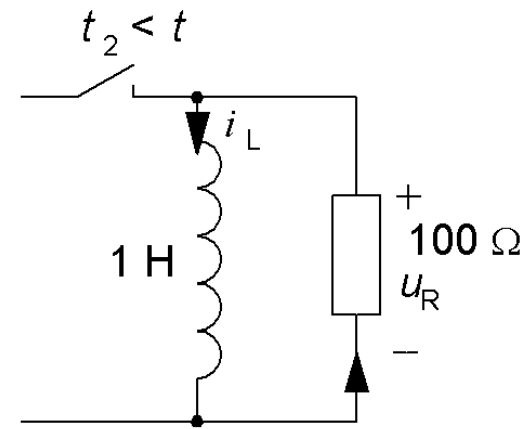


William Sandqvist [william@kth.se](mailto:william@kth.se)



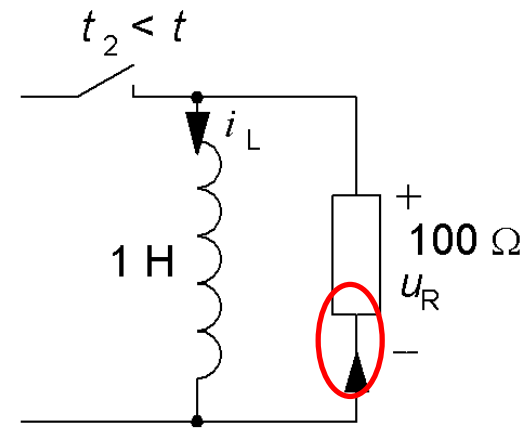
## Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad  
drivs strömmen *helt* av induktansen.  
Spänningen över 100  $\Omega$  resistorn  $U_R$  blir i  
första ögon-blicket  $-100 \cdot 0,1 = -10$  V.  
Minustecken för att strömmen går in i *nedre*  
*delen* av resistorn.



## Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad  
drivs strömmen *helt* av induktansen.  
Spänningen över 100  $\Omega$  resistorn  $U_R$  blir i  
första ögonblicket  $-100 \cdot 0,1 = -10$  V.  
Minustecken för att strömmen går in i *nedre*  
*delen* av resistorn.



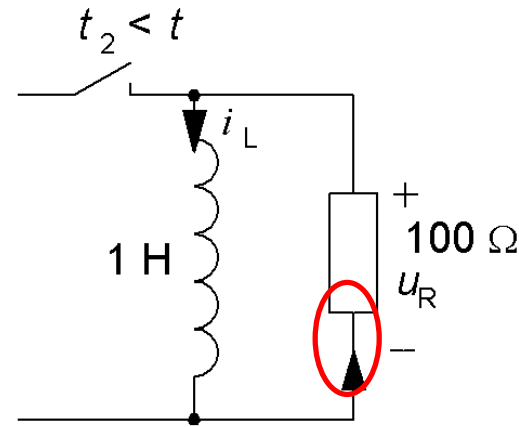
## Spolens inkoppling och **urkoppling** (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad  
drivs strömmen *helt* av induktansen.

Spänningen över 100  $\Omega$  resistorn  $U_R$  blir i  
första ögonblicket  $-100 \cdot 0,1 = -10$  V.

Minustecken för att strömmen går in i *nedre*  
*delen* av resistorn.

- Antag att resistorn i stället hade varit 1000  $\Omega$ .  
Då hade  $u_R$  i första ögonblicket blivit -100 V !



## Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

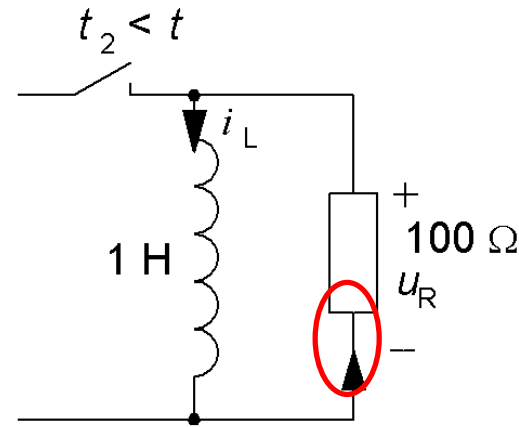
När spänningskällan 10 V är bortkopplad  
drivs strömmen *helt* av induktansen.

Spänningen över 100  $\Omega$  resistorn  $U_R$  blir i  
första ögonblicket  $-100 \cdot 0,1 = -10$  V.

Minustecken för att strömmen går in i *nedre*  
*delen* av resistorn.

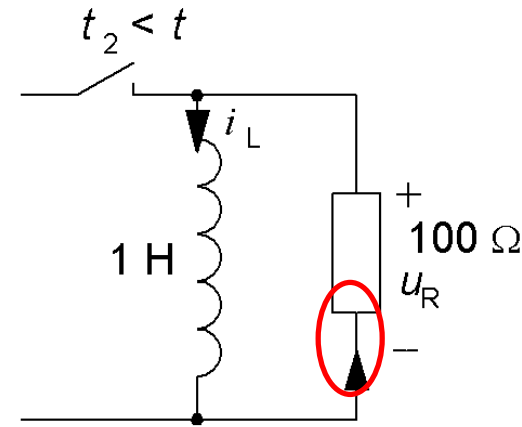
- Antag att resistorn i stället hade varit 1000  $\Omega$ .  
Då hade  $u_R$  i första ögonblicket blivit -100 V !

- Antag att resistorn varit 10000  $\Omega$  då hade  
spänningen blivit -1000V !



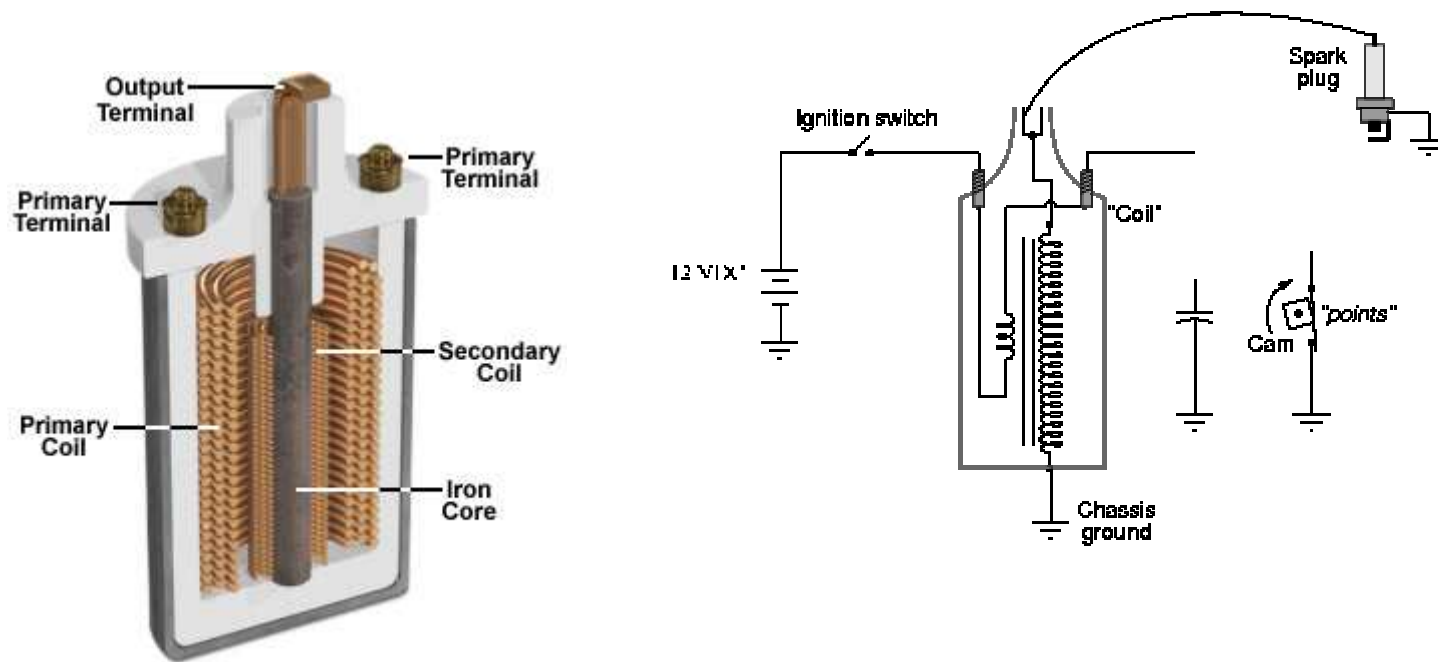
## Spolens inkoppling och urkoppling (10.8)

När spänningskällan 10 V är bortkopplad drivs strömmen *helt* av induktansen. Spänningen över 100  $\Omega$  resistorn  $U_R$  blir i första ögonblicket  $-100 \cdot 0,1 = -10$  V. Minustecken för att strömmen går in i *nedre delen* av resistorn.



- Antag att resistorn i stället hade varit 1000  $\Omega$ . Då hade  $u_R$  i första ögonblicket blivit -100 V !
- Antag att resistorn varit 10000  $\Omega$  då hade spänningen blivit -1000V !
- När strömkretsen bryts försöker spolen *fortsätta strömmen*, tills all magnetisk energi har förbrukats. Om man utelämnar resistorn ur kretsen, dvs.  $R = \infty$  blir spänningen kortvarigt *mycket hög*.

# Ex. Att bryta strömmen till en spole ger en hög spänning



William Sandqvist [william@kth.se](mailto:william@kth.se)