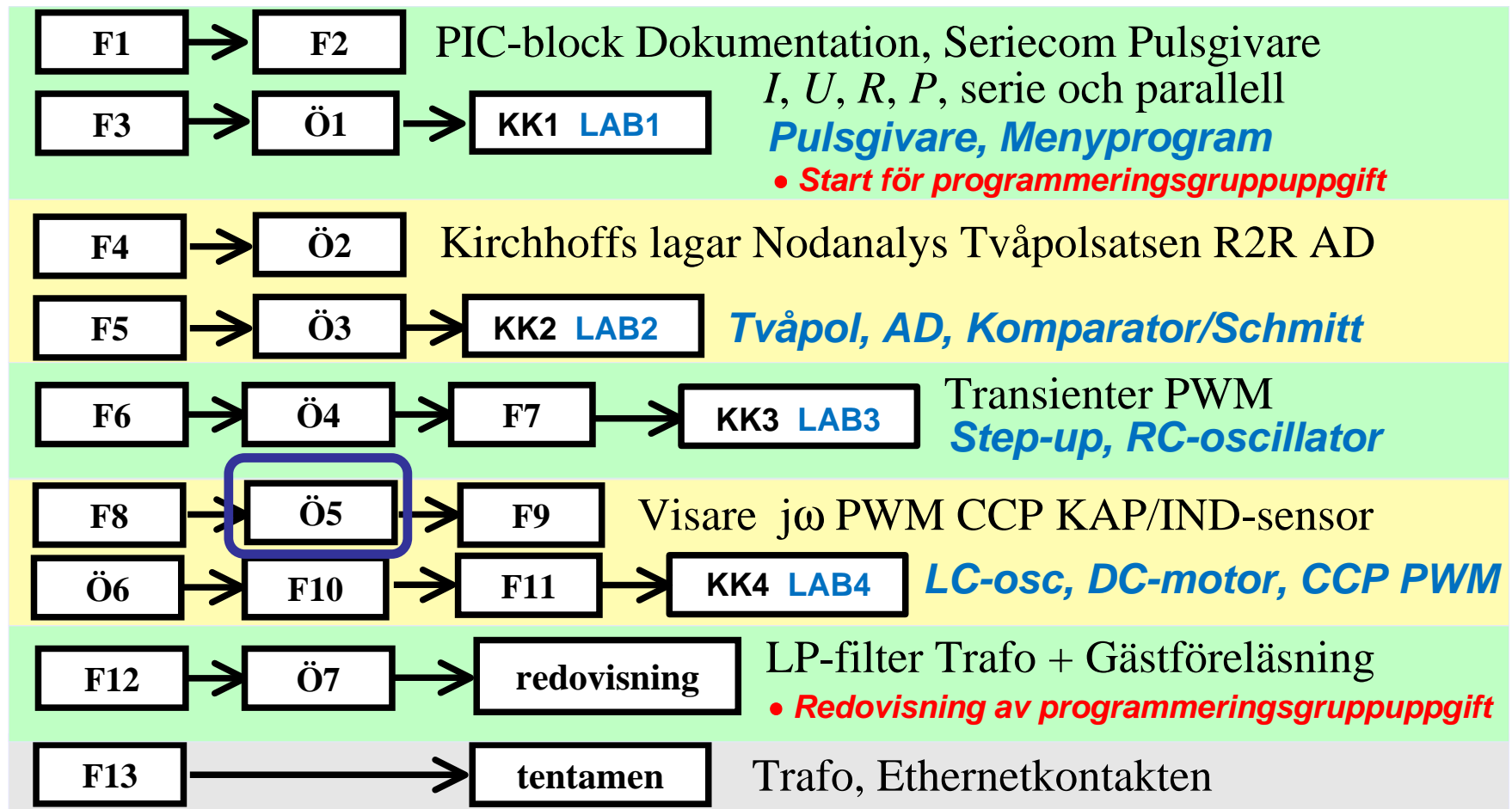
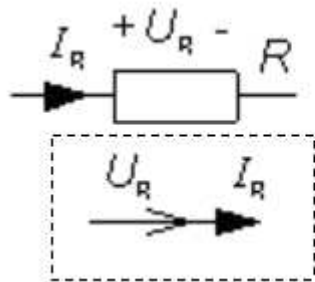


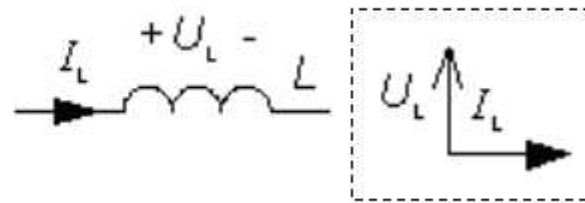
IE1206 Inbyggd Elektronik



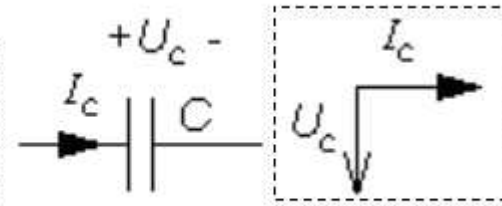
Phasor - vektor



$$\omega = 2\pi f$$



$$|X_L| = \omega \cdot L$$

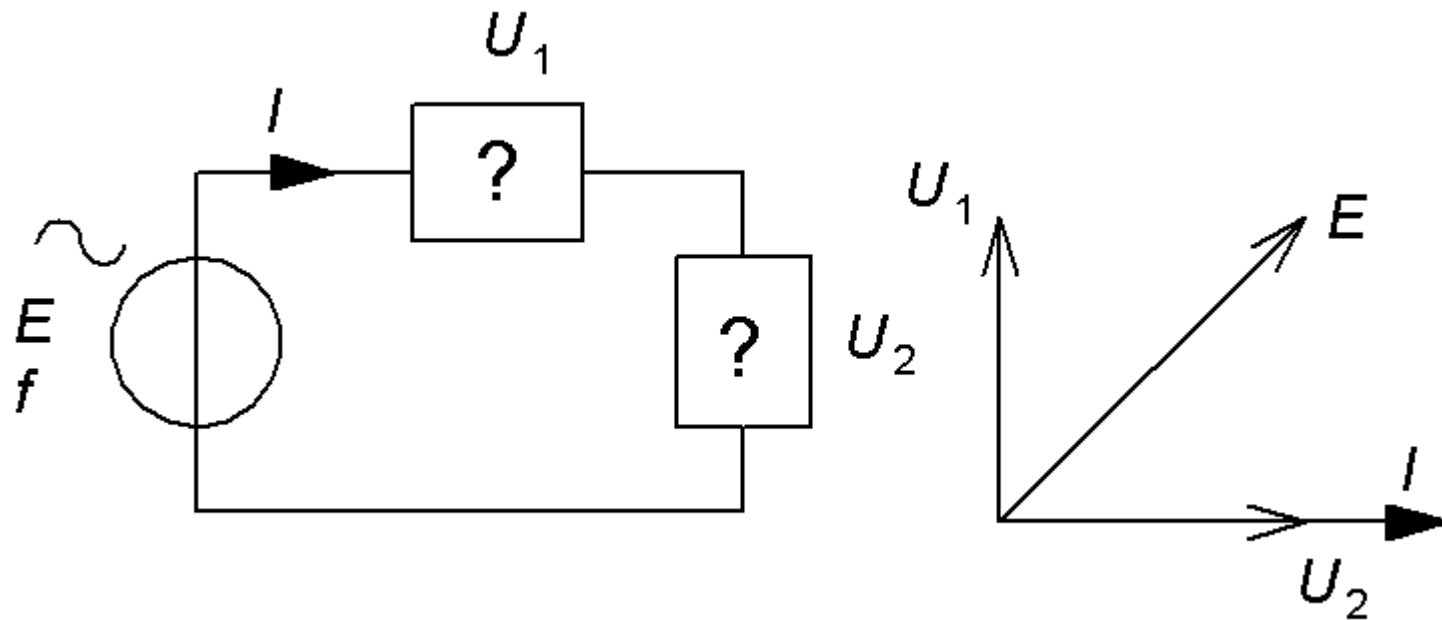


$$|X_C| = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

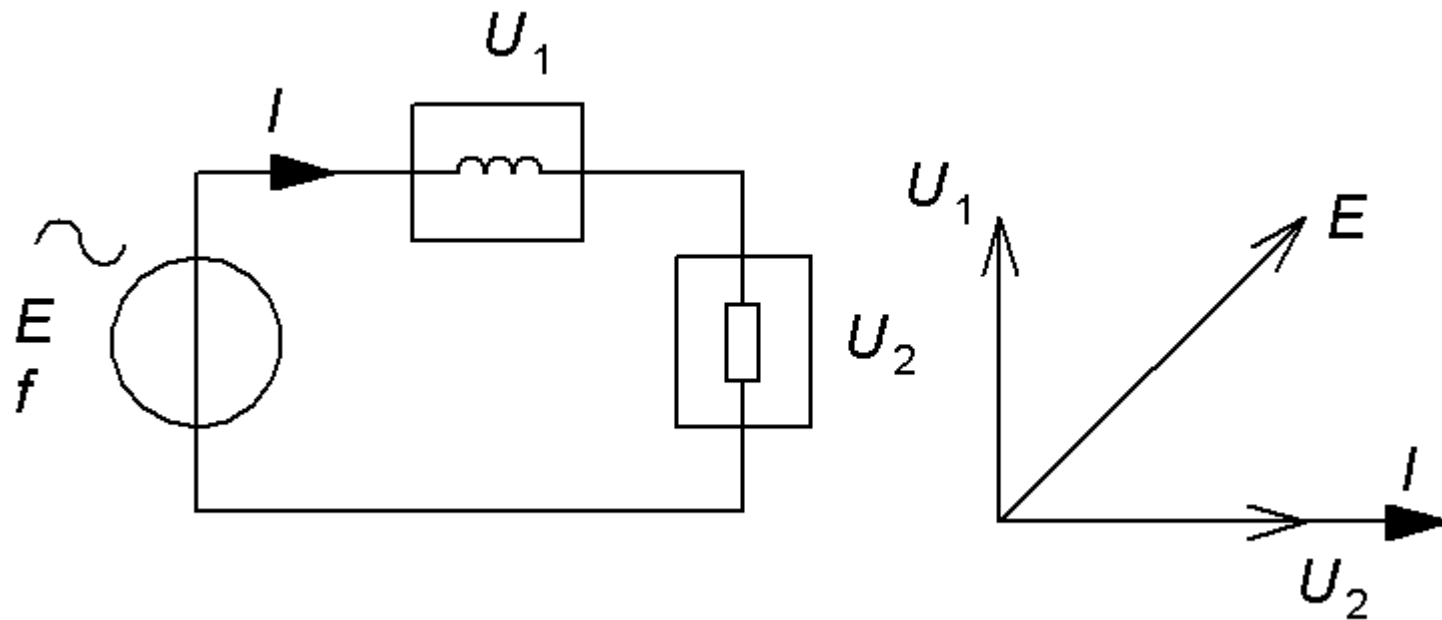
$$Z = \frac{U}{I}$$

William Sandqvist william@kth.se

Vad innehåller kretsen ? (11.4)

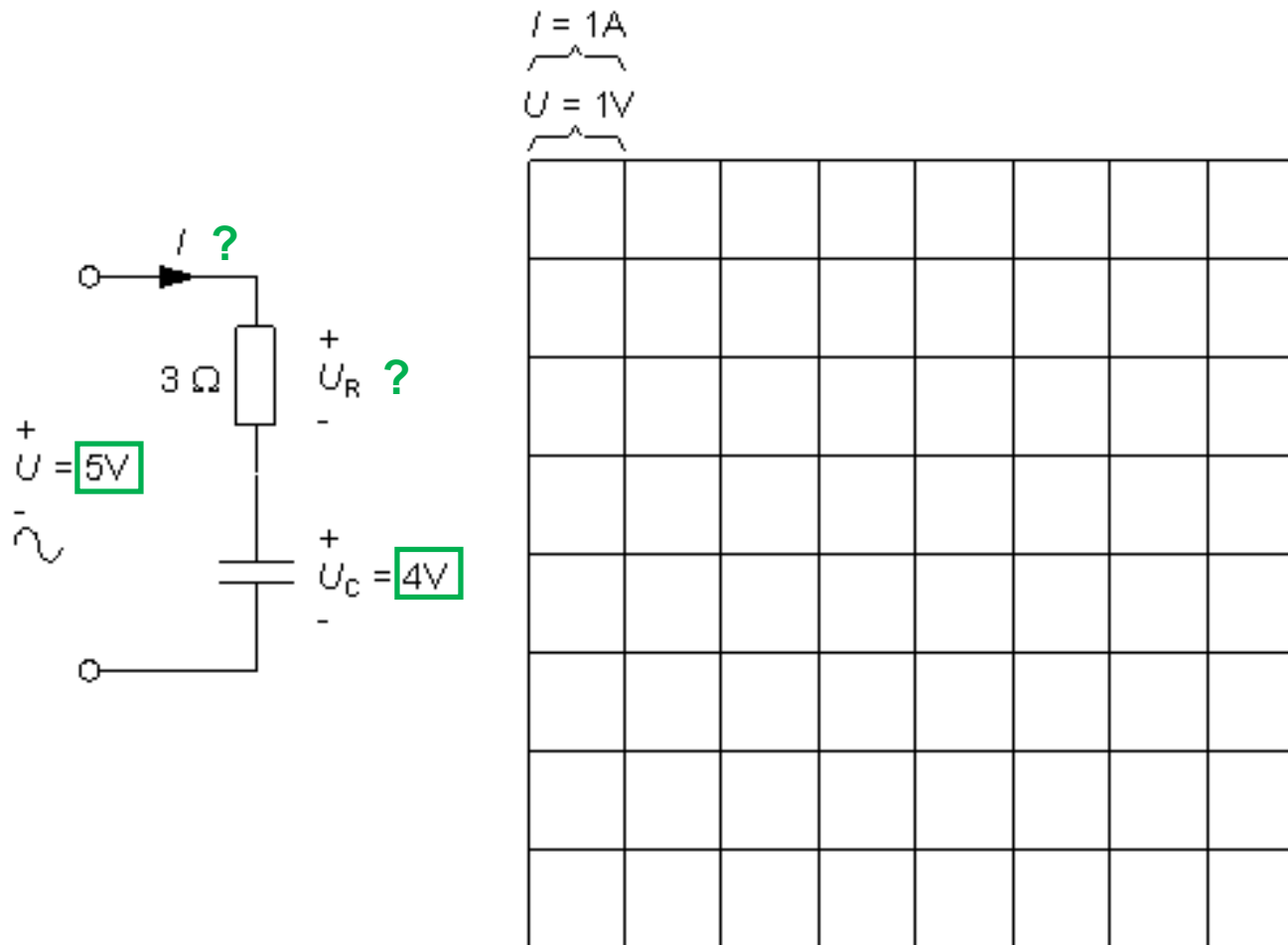


Vad innehåller kretsen ? (11.4)

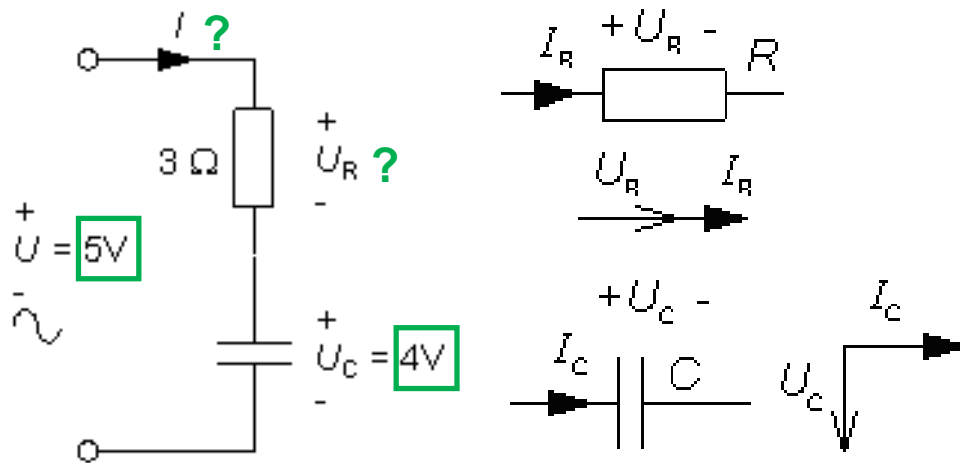


William Sandqvist william@kth.se

Visardiagram



Visardiagram



$$\underline{I}_R = \underline{I}_C = \underline{I}$$

$$\underline{U}_R \perp \underline{U}_C$$

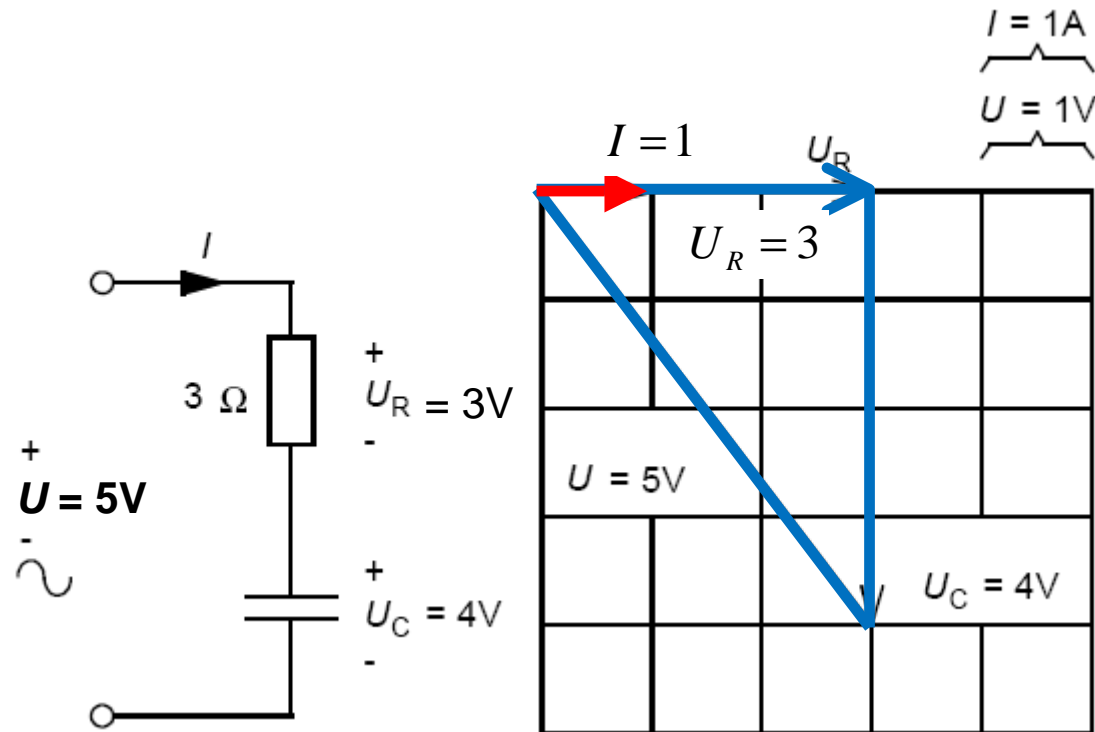
$$U^2 = U_R^2 + U_C^2$$

De två spänningarna är vinkelräta. Pythagoras sats gäller!

$$U_R = \sqrt{U^2 - U_C^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \boxed{3} \quad I = \frac{U_R}{R} = \frac{3}{3} = \boxed{1}$$

Nu är alla värden kända!

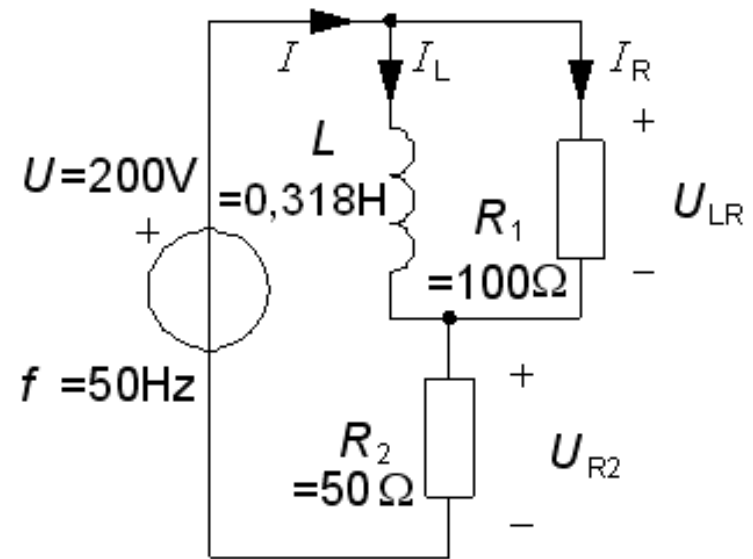
Visardiagram



William Sandqvist william@kth.se

Visardiagram (11.6)

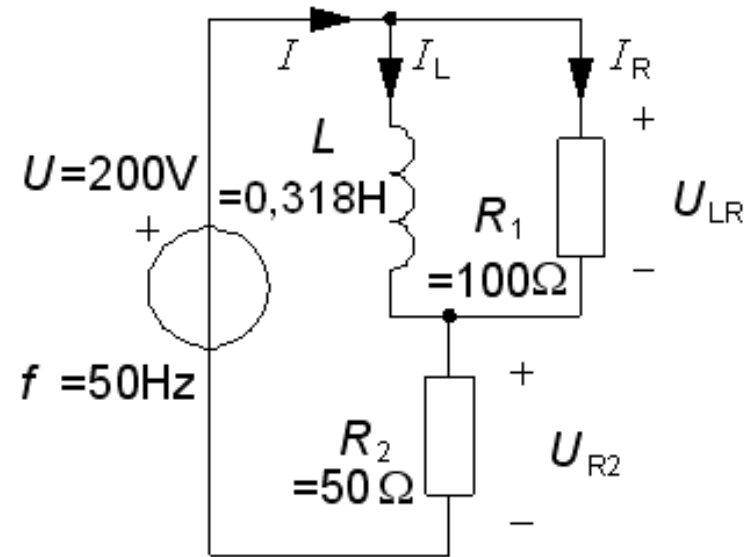
$U = 200 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$,
 $L = 0,318 \text{ H}$, $R_1 = 100 \Omega$,
 $R_2 = 50 \Omega$.



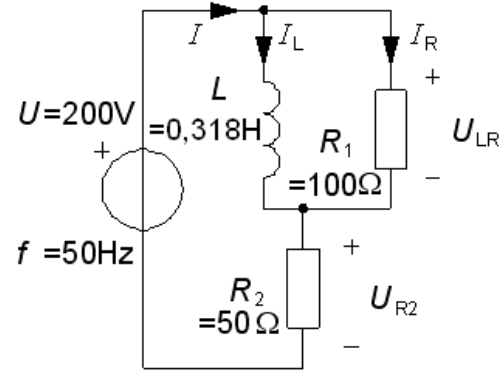
Visardiagram (11.6)

$$U = 200 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz},$$
$$L = 0,318 \text{ H}, R_1 = 100 \Omega,$$
$$R_2 = 50 \Omega.$$

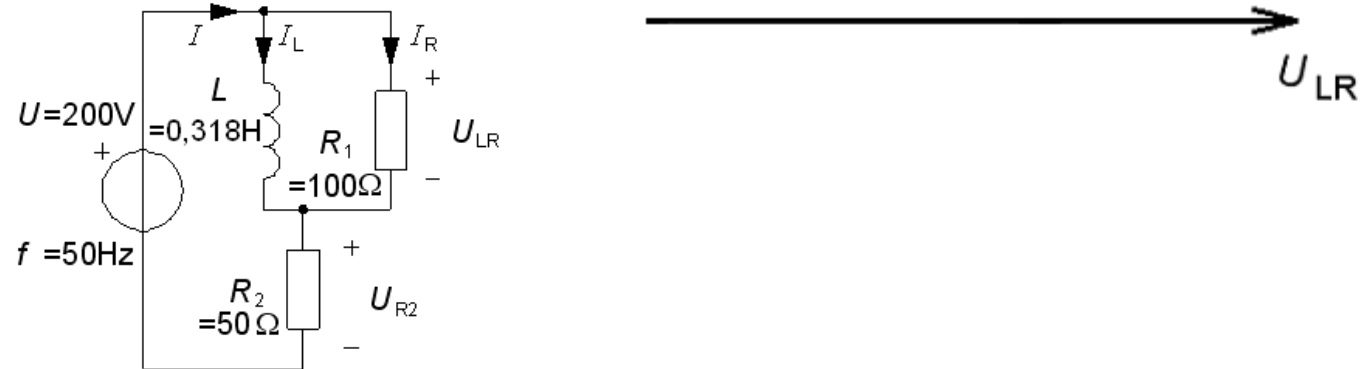
$$|X_L| = \omega \cdot L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,318$$
$$= 100 \Omega$$



Visardiagram (11.6)



Visardiagram (11.6)



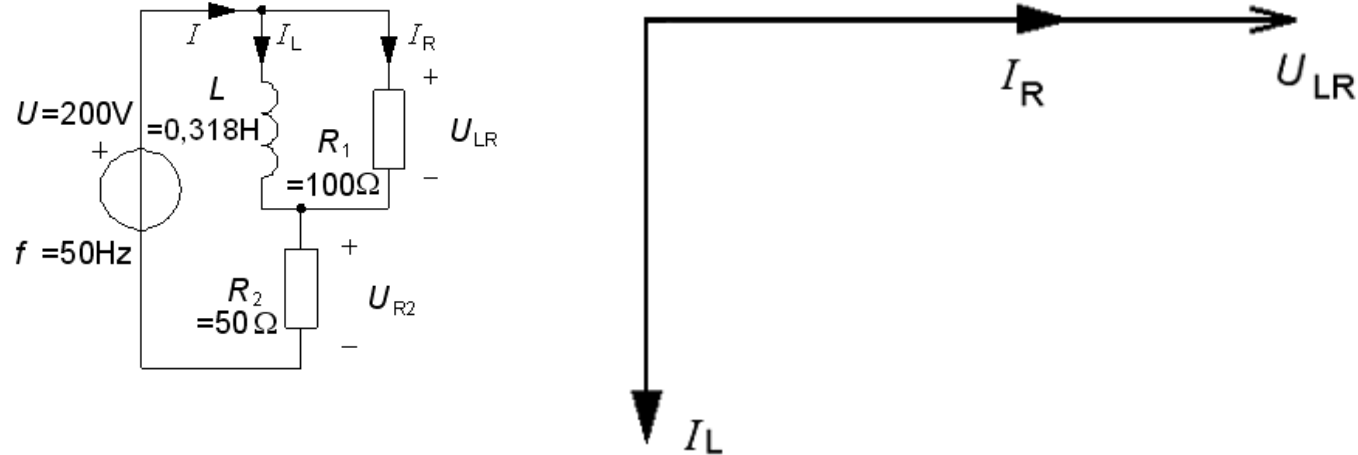
Välj U_{LR} som riktfas (= horisontell).

Visardiagram (11.6)



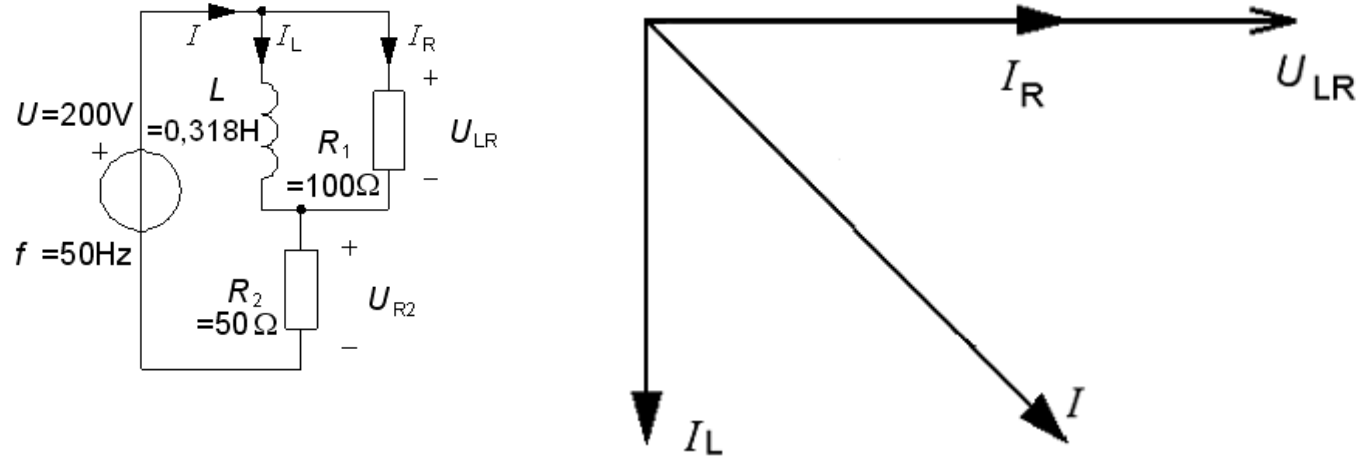
Strömmen I_R har samma riktning som U_{LR} .

Visardiagram (11.6)



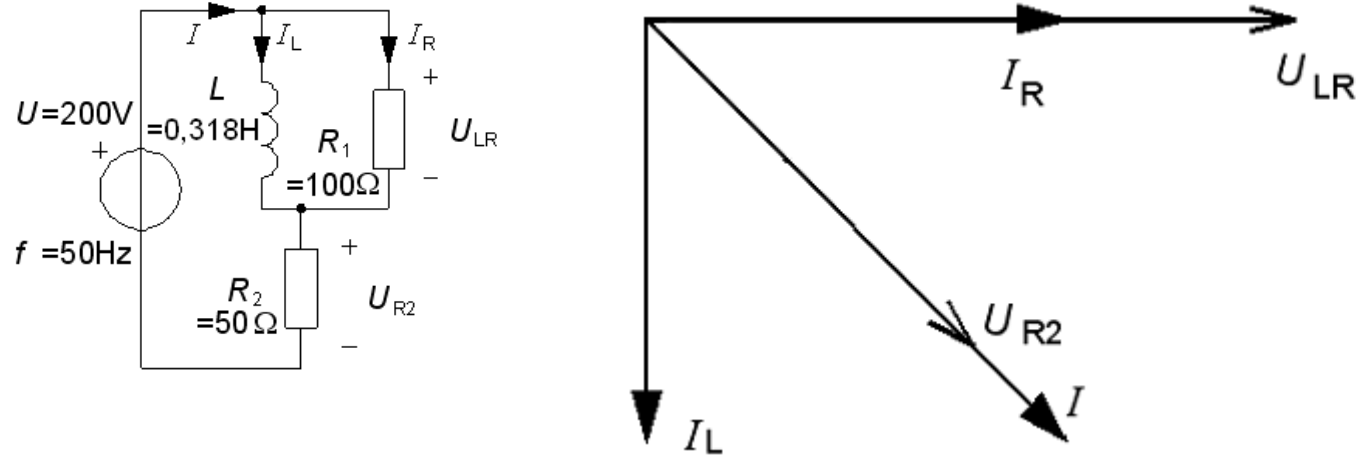
Strömmen I_L ligger 90° efter U_{LR} och har lika lång visare som I_R eftersom R_1 och L har samma växelströmsmotstånd.
($|X_L| = 100 \Omega$, $R_1 = 100 \Omega$)

Visardiagram (11.6)



De två strömmarna I_R och I_L kan adderas vektoriellt till strömmen I . I blir $\sqrt{2}$ ggr. längre än I_R eller I_L (enligt pythagoras sats).

Visardiagram (11.6)



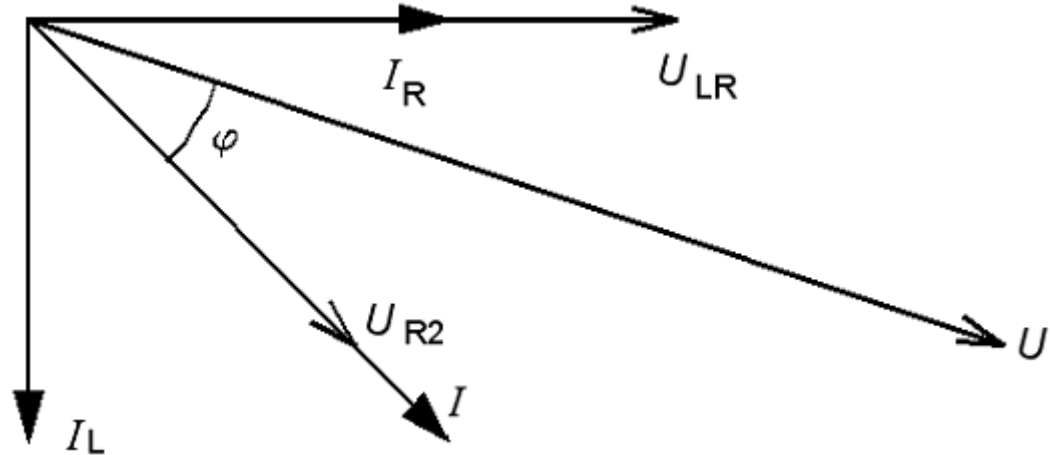
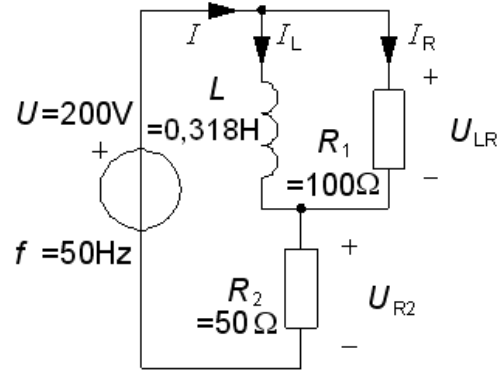
Strömmen I passerar genom den nedre resistorn R_2 .

Spänningsfallet U_{R2} får samma riktning som I .

U_{LR} har längden $I_R \cdot 100$, U_{R2} har längden $I \cdot 50$.

Eftersom $I = I_R \cdot \sqrt{2}$ blir $U_{R2} = U_{LR} / \sqrt{2}$.

Visardiagram (11.6)



Spänningen U kan slutligen fastställas som vektorsumman av U_{LR} och U_{R2} .

- Fasvinkeln φ är vinkeln mellan U och I .
- Z är kvoten mellan längderna på U och I .

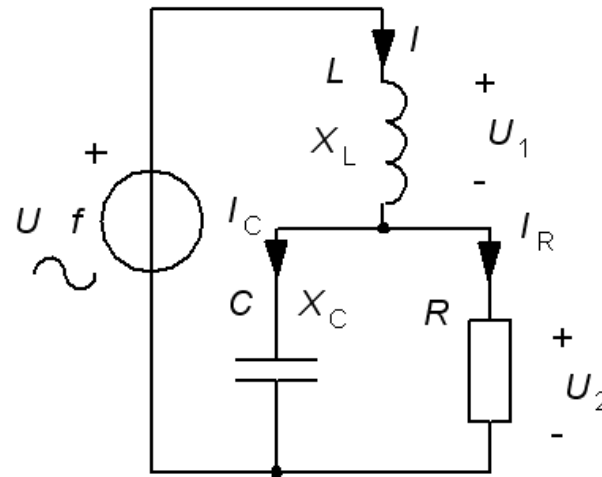
*Strömmen efter
spänningen –
induktiv karaktär*

William Sandqvist william@kth.se

Visardiagram (11.7)

Rita visardiagram för kretsen i figuren. Vid frekvensen f gäller att $|X_C| = R$ och $|X_L| = R/2$.

U_2 är lämplig riktfas.



Visardiagram (11.7)



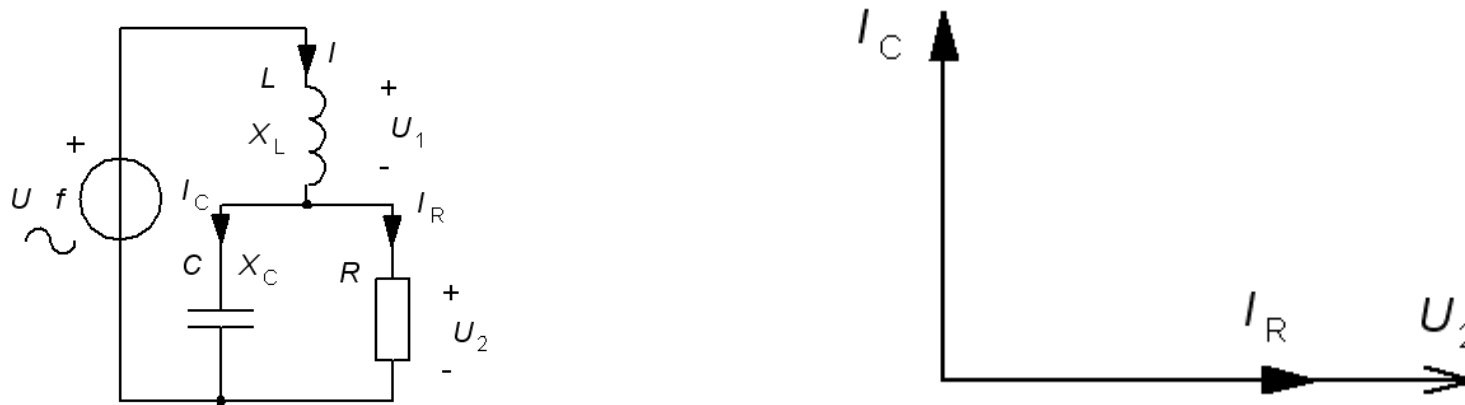
Börja med U_2 som riktfas (= horisontel).

Visardiagram (11.7)



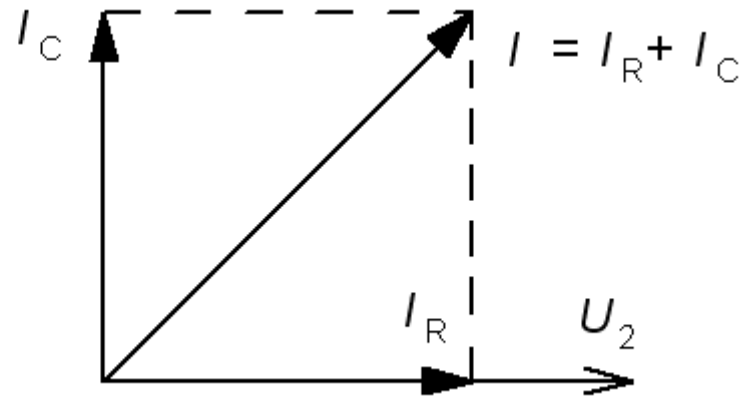
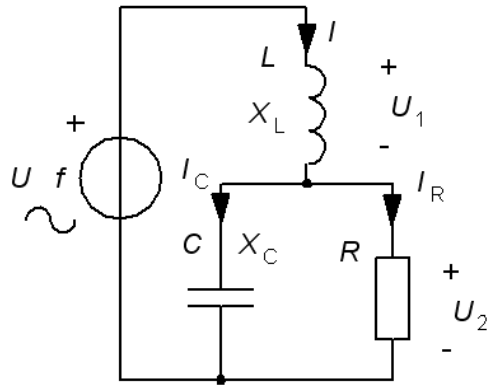
Strömmen I_R har samma riktning som U_2 .

Visardiagram (11.7)



Strömmen I_C ligger 90° före U_2 och är lika stor som I_R eftersom $X_C = R$.

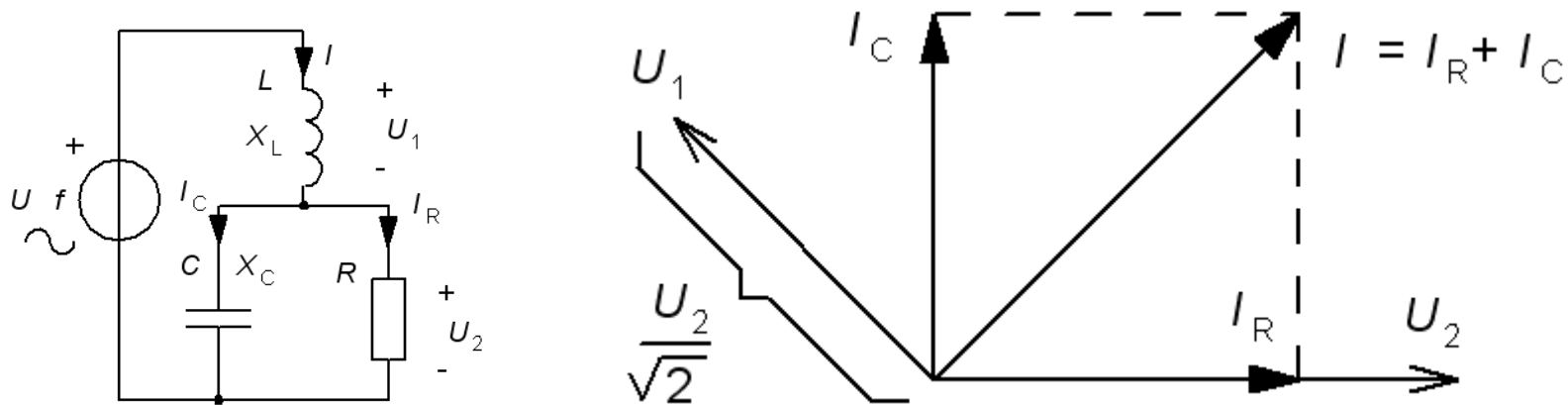
Visardiagram (11.7)



Strömmarna I_C och I_R summeras ihop till I .

I är $\sqrt{2}$ ggr. längre än I_C eller I_R (enligt pythagoras sats).

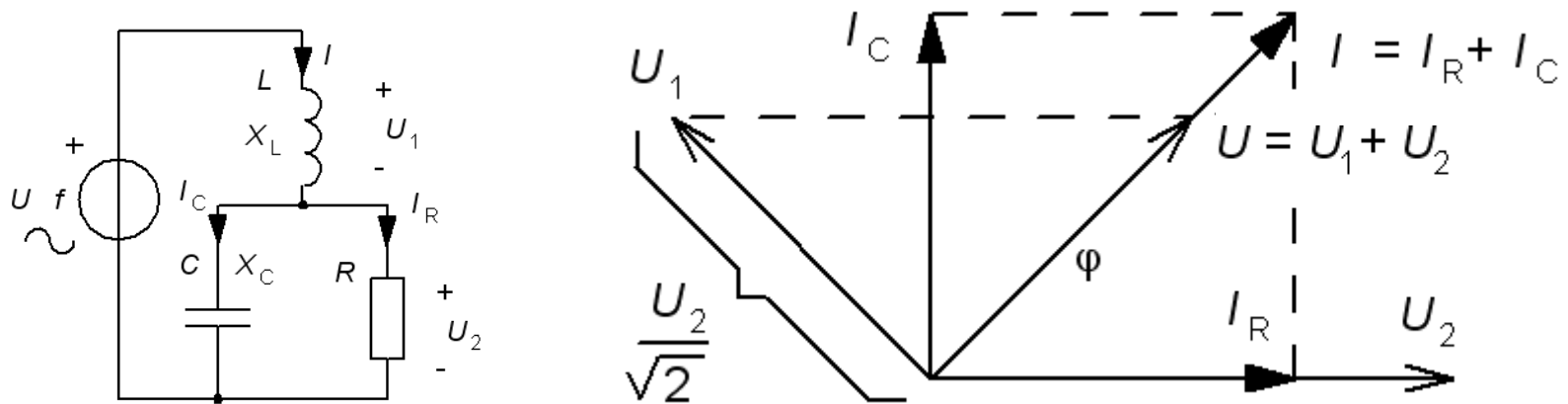
Visardiagram (11.7)



U_1 ligger 90° före I .

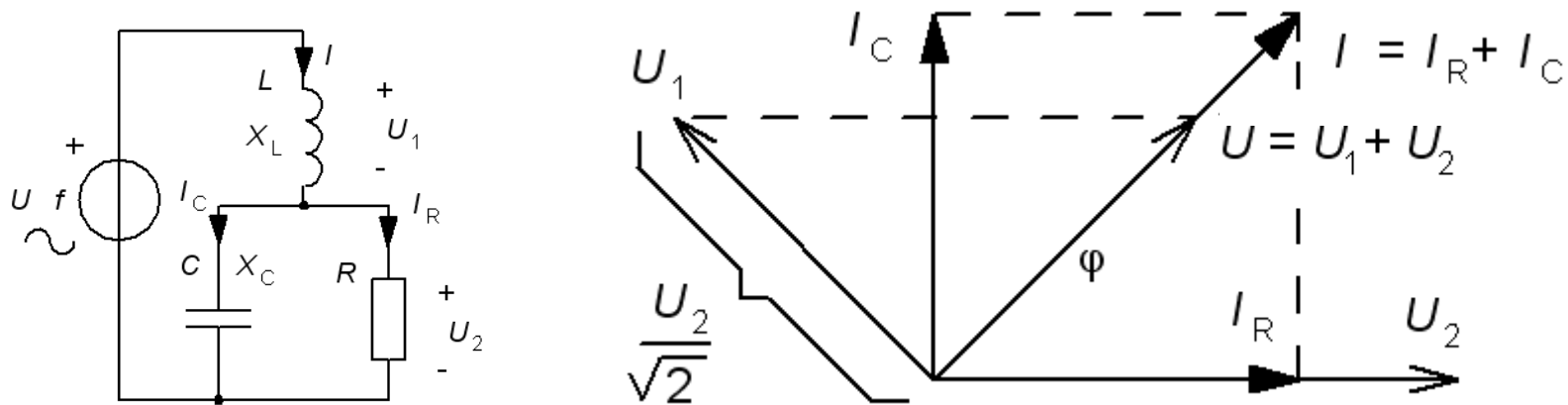
Längden är $U_1 = I \cdot X_L = \sqrt{2} \cdot I_R \cdot R / 2 = I_R \cdot R / \sqrt{2}$

Visardiagram (11.7)



Spänningarna U_1 och U_2 summeras ihop till spänningen U .

Visardiagram (11.7)



Man kan se i diagrammet att U blir lika stor som U_1 .
Vinkeln $\varphi = 0$ och därför är U och I i fas.

Induktiv eller kapacitiv karaktär?

William Sandqvist william@kth.se

Komplexa visare, $j\omega$ -metoden

Komplexa visare. OHM's lag för R L och C .

$$\underline{U}_R = \underline{I}_R \cdot R$$

$$\underline{U}_L = \underline{I}_L \cdot jX_L = \underline{I}_L \cdot j\omega L \quad X_L = \omega L$$

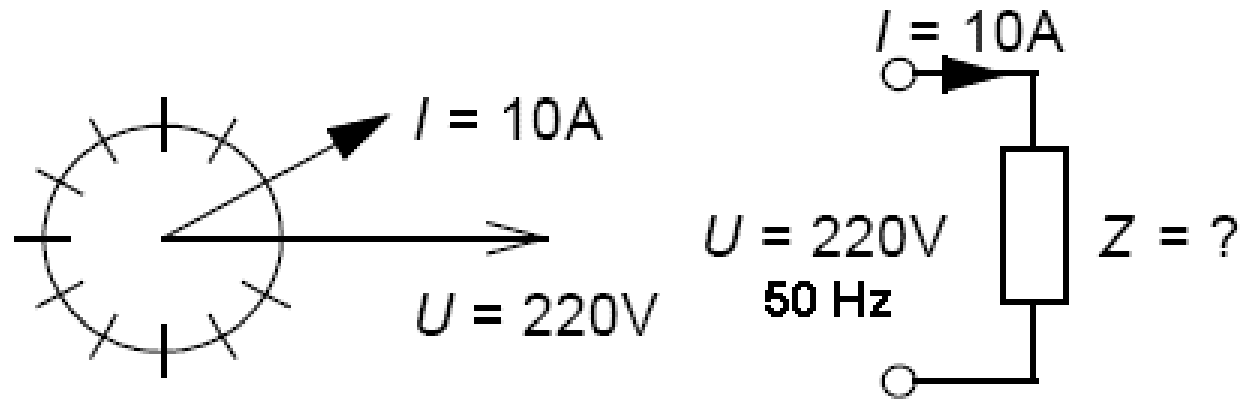
$$\underline{U}_C = \underline{I}_C \cdot jX_C = \underline{I}_C \cdot \frac{1}{j\omega C} \quad X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

Komplexa visare. OHM's lag för Z .

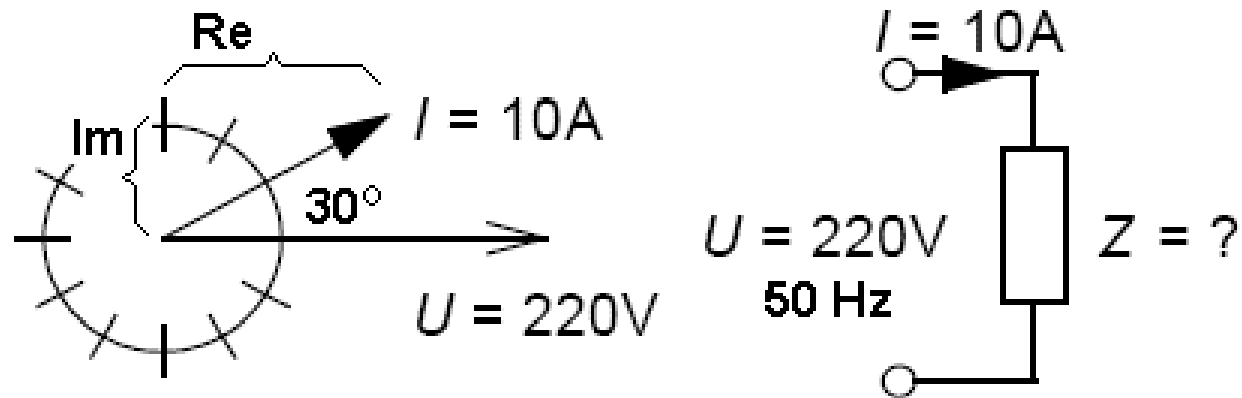
$$\boxed{\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}} \quad \underline{Z} = \frac{U}{I} \quad \varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{\text{Im}[\underline{Z}]}{\text{Re}[\underline{Z}]}\right)$$

William Sandqvist william@kth.se

$j\omega$ Impedans (12.2)

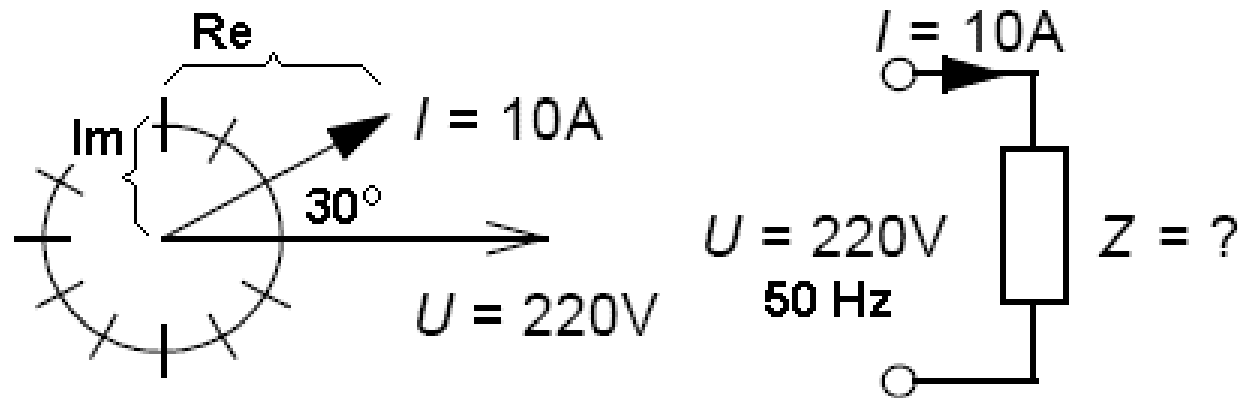


$j\omega$ Impedans (12.2)



Man kan tänka sig visardiagrammet i **komplexa talplanet**, man delar upp I i realdel och imaginärdel:

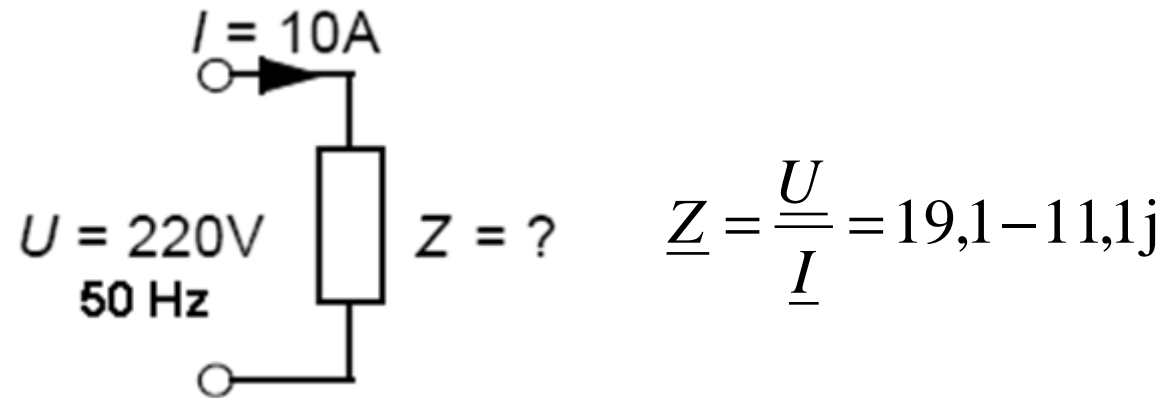
$j\omega$ Impedans (12.2)



$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{220}{10 \cdot (\cos(30^\circ) + j \cdot \sin(30^\circ))} =$$

$$= \frac{220}{8,6 + 5j} \cdot \frac{(8,6 - 5j)}{(8,6 - 5j)} = \frac{1892 - 1100j}{99} = 19,1 - 11,1j$$

$j\omega$ Impedans (12.2)

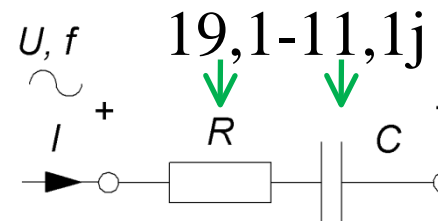


- En tänkbar lösning är då en seriekrets med R och C

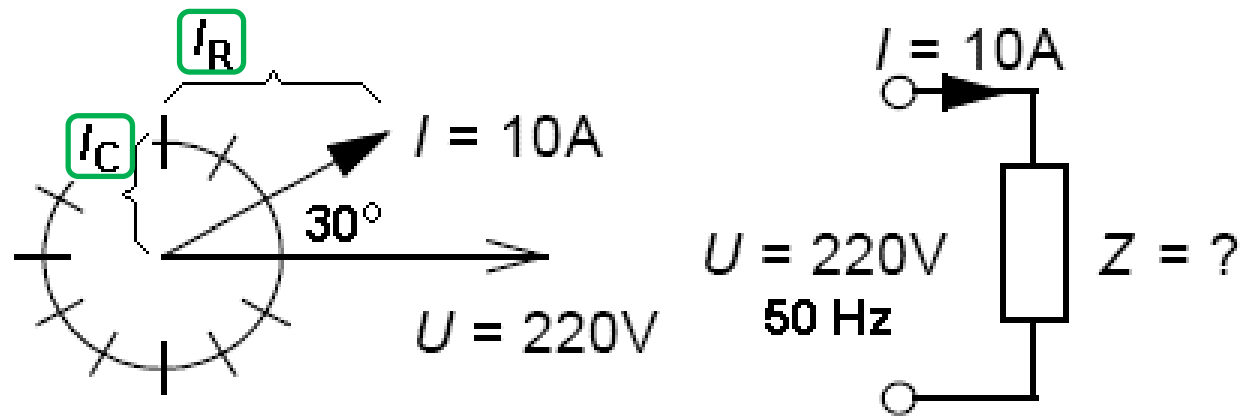
$$R = 19,1\ \Omega \quad X_C = -\frac{1}{\omega C} = -11,1$$

$$C = -\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot (-11,1)} = 287\ \mu\text{F}$$

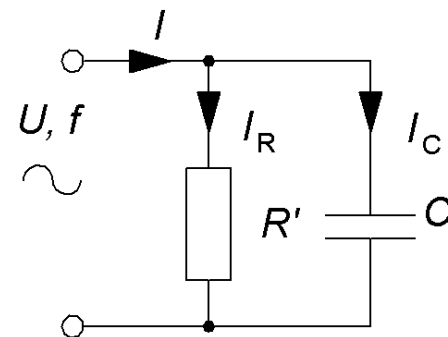
Kondensatorn har negativ reaktans.



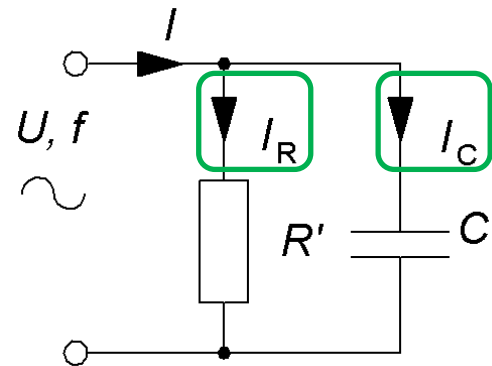
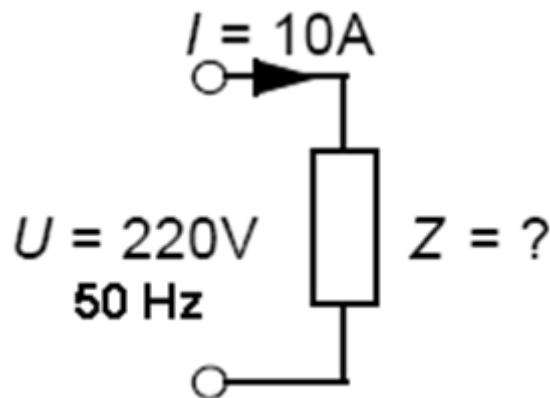
$j\omega$ Impedans (12.2)



- En *annan* tänkbar lösning är en parallellkrets med R' och C' man tänker då I uppdelad i två **strömkomponenter** I_R och I_C som är vinkelräta mot varandra.



$j\omega$ Impedans (12.2)

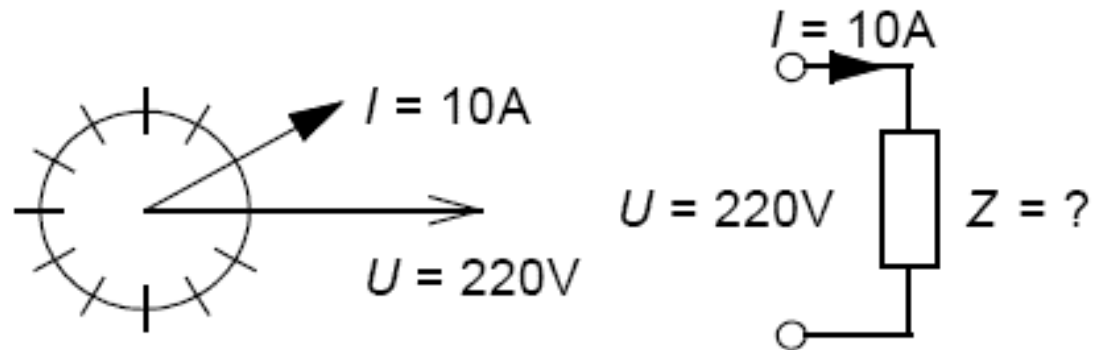


$$R' = \frac{U}{I_R} = \frac{U}{I \cos 30^\circ} = \frac{220}{10 \cdot 0,87} = 25,3 \Omega$$

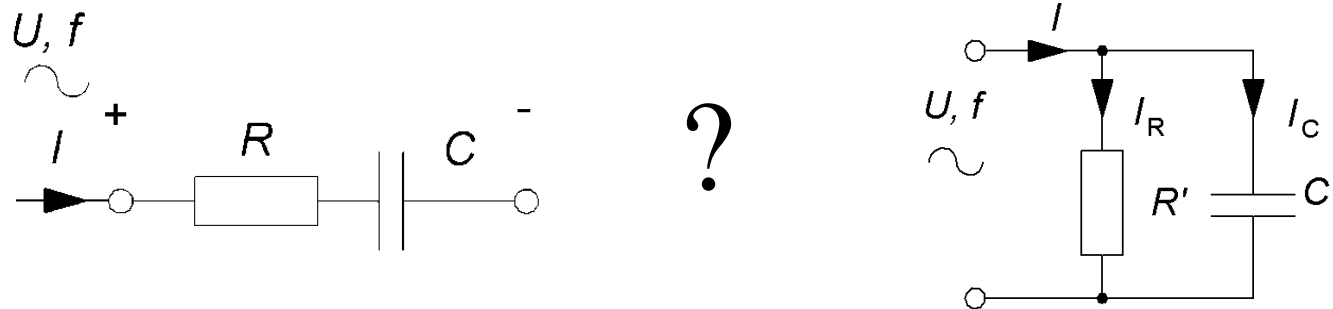
$$|X'_c| = \frac{U}{I_C} = \frac{U}{I \sin 30^\circ} = \frac{220}{10 \cdot 0,5} = 44 \Omega$$

$$|X'_c| = \frac{1}{\omega C'} \Rightarrow C' = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 44} = 72,6 \mu\text{F}$$

$j\omega$ Impedans (12.2)



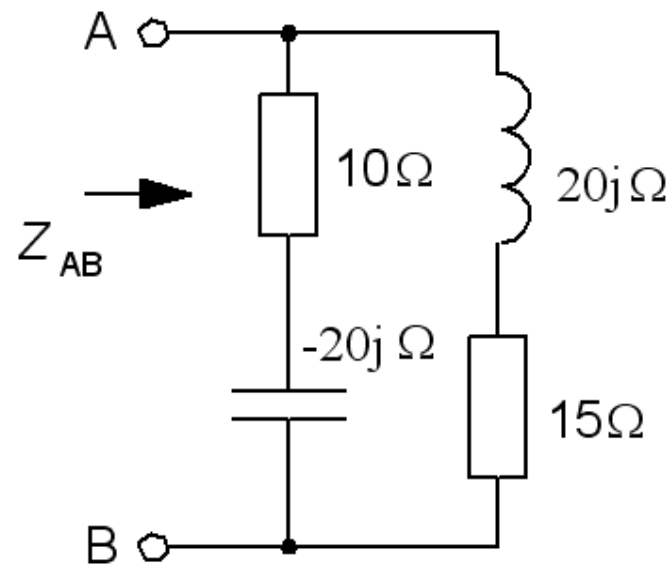
Finns det något sätt att ta reda på vilken av de två föreslagna kretsarna som Z egentligen innehåller?



William Sandqvist william@kth.se

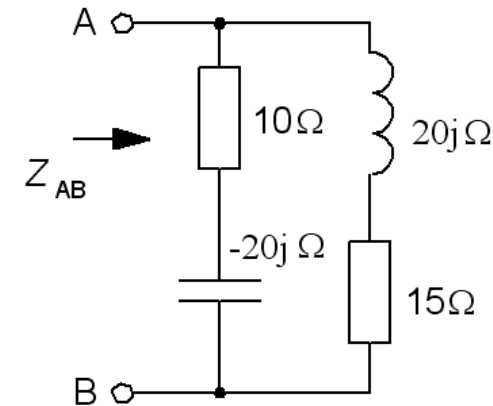
Komplex impedans (12.6)

Bestäm den komplexa impedansen Z_{AB} för nätet.



Komplex sifterräkning ...

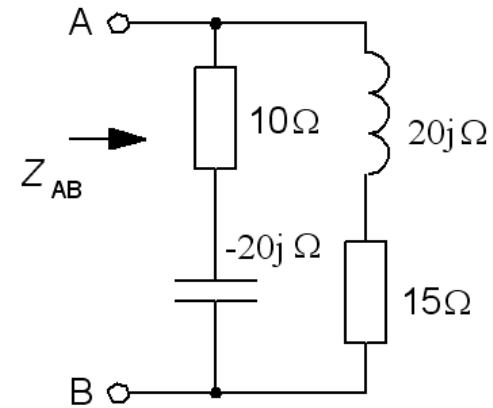
$$\begin{aligned} \underline{Z}_{AB} &= \frac{(15 + j20) \cdot (10 - j20)}{15 + j20 + 10 - j20} = \\ &= \frac{550 - j100}{25} = \\ &= 22 - j4 \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$



Här slapp vi förlänga med nämnarens komplexkonjugat, det brukar annars göra beräkningarna jobbiga ...

Komplex sifterräkning ...

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{(15 + j20) \cdot (10 - j20)}{15 + j20 + 10 - j20} =$$



Calculator

`(15+20i)*(10-20i)/((15+10)+(20-20)i) =(22-4i)`

= (22 - 4i)

`(15+20i)*(10-20i)/((15+10)+(20-20)i)`

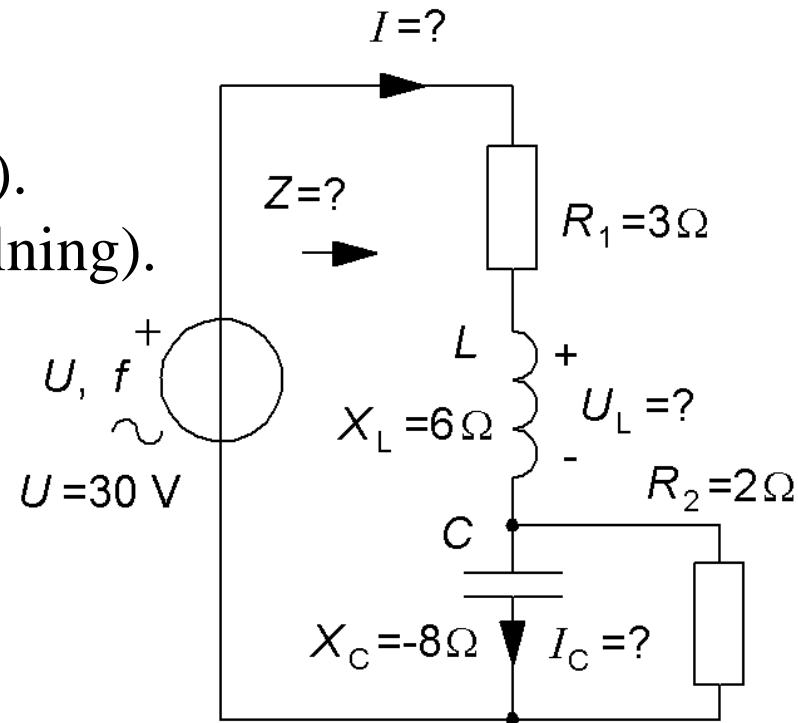
reset	pi	rand	,	()	^	C	AC	/
prefs	e	ln	ans	abs	sqrt	7	8	9	X
round	int	log	cos	sin	tan	4	5	6	-
i	gcd	perm	acos	asin	atan	1	2	3	+
cis	lcm	comb	!	sinh	cosh	0	.	=	

Online Scientific
Calculator – länk från
kurswebben.

William Sandqvist william@kth.se

Med "jobbiga" beräkningar! (12.9)

- Beräkna impedansen Z .
- Beräkna strömmen I .
- Beräkna I_C (strömgrening).
- Beräkna U_L (spänningsdelning).

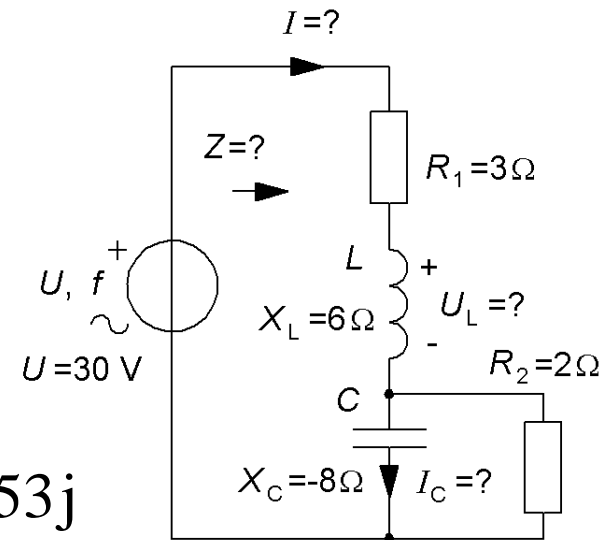


Beräkna impedansen Z

$$\underline{Z}_{R\parallel C} = \frac{2 \cdot (-8j)}{2 - 8j} \cdot \frac{(2 + 8j)}{2 + 8j} =$$
$$= 1,88 - 0,47j$$

$$\underline{Z} = R_1 + jX_L + \underline{Z}_{R\parallel C} =$$
$$= 3 + 6j + (1,88 - 0,47j) = 4,88 + 5,53j$$

$$Z = \sqrt{4,88^2 + 5,53^2} = 7,38 \Omega$$

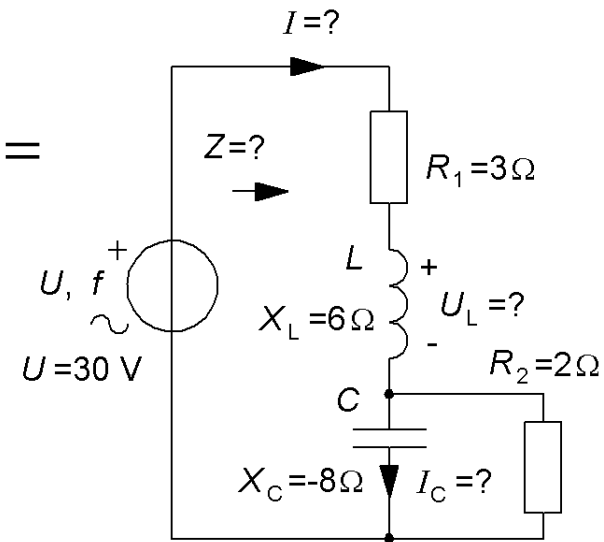


Beräkna strömmen I

Vi låter U vara riktfas, reell

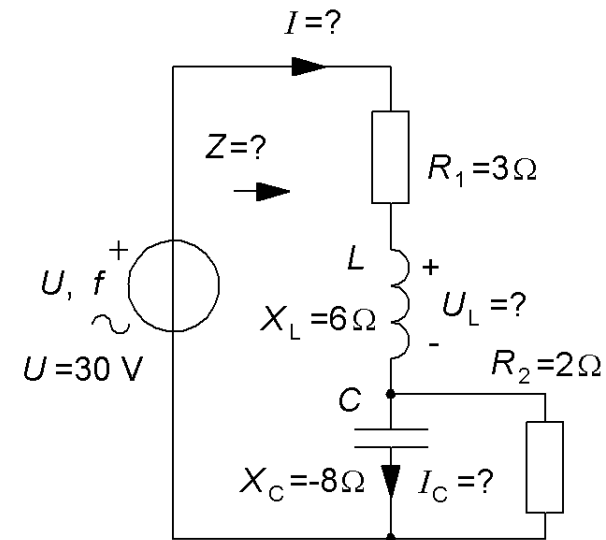
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{30}{4,88 + 5,53j} \cdot \frac{(4,88 - 5,53j)}{(4,88 - 5,53j)} =$$
$$= \frac{146,5 - 165,9j}{4,88^2 + 5,53^2} = 2,7 - 3j$$

$$I = \sqrt{2,7^2 + 3^2} = 4 \text{ A}$$



Beräkna strömmen I_C

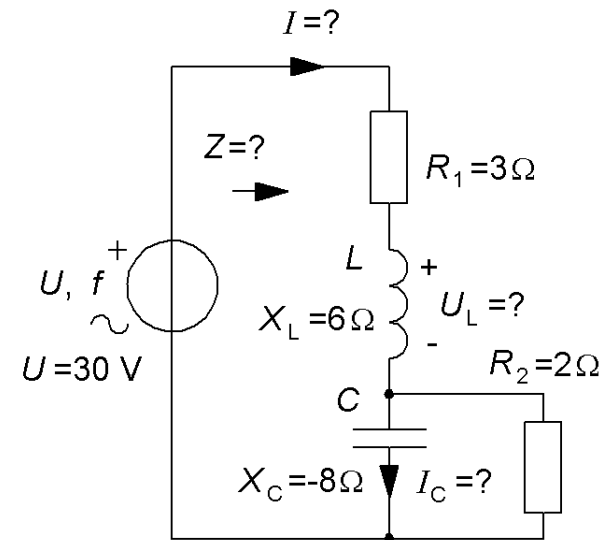
$$\underline{I}_C = \underline{I} \frac{R_2}{R_2 + jX_C} = (2,7 - 3j) \cdot \frac{2}{2 - 8j} =$$
$$= \frac{(2,7 - 3j) \cdot 2 \cdot (2 + 8j)}{2 - 8j} \cdot \frac{(2 + 8j)}{(2 + 8j)} = 0,86 + 0,46j$$
$$I_C = \sqrt{0,86^2 + 0,46^2} = 0,98 \text{ A}$$



U_L komplexkonjugat metoden?

$$\begin{aligned}\underline{U}_L &= U \frac{jX_L}{jX_L + \underline{Z}_{R||C} + R_1} = \\ &= 30 \frac{6j}{6j + (1,88 - 0,47j) + 3} = \\ &= 30 \frac{6j}{4,88 + 5,53j} \cdot \frac{(4,88 - 5,53j)}{(4,88 - 5,53j)} = 18,3 + 16,2j\end{aligned}$$

$$U_L = \sqrt{18,3^2 + 16,2^2} = 24,4 \text{ V}$$



Belopp och fasvinkel

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \quad |\underline{Z}| = |\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2| = |\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_2|$$
$$\arg(\underline{Z}) = \arg(\underline{Z}_1) + \arg(\underline{Z}_2)$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \quad |\underline{Z}| = \frac{|\underline{Z}_1|}{|\underline{Z}_2|}$$
$$\arg(\underline{Z}) = \arg(\underline{Z}_1) - \arg(\underline{Z}_2)$$

U_L belopp \angle fasvinkel metoden?

Belopp \angle fasvinkel metoden ger ofta enklare räkningar, men numera klarar de flesta matematikprogram komplexa tal direkt ...

$$\begin{aligned} \underline{U}_L &= U \frac{jX_L}{jX_L + \underline{Z}_{R||C} + R_1} = 30 \frac{6j}{6j + (1,88 - 0,47j) + 3} = \\ &= 30 \frac{6j}{4,88 + 5,53j} = 30 \frac{6}{\sqrt{4,88^2 + 5,53^2}} \angle \frac{90^\circ}{\arctan\left(\frac{5,53}{4,88}\right)} = \\ &= 30 \frac{6}{7,38} \angle (90^\circ - 48,6^\circ) = 24,4 \angle 41,4^\circ \end{aligned}$$

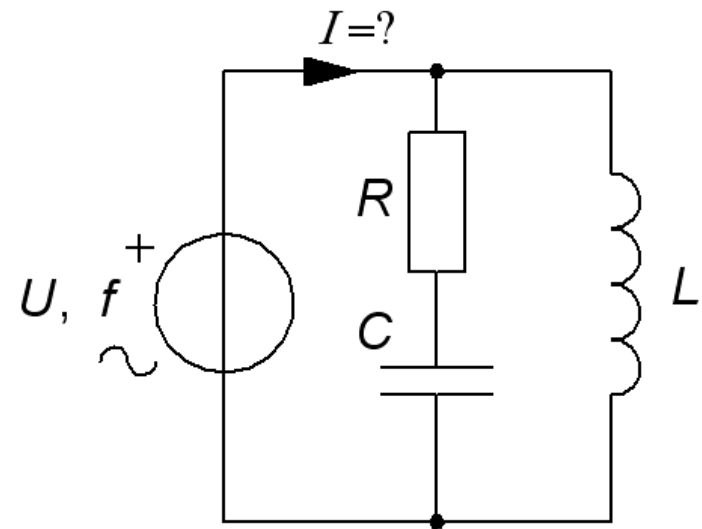
$$U_L = 24,4 \text{ V}$$

William Sandqvist william@kth.se

Ställ upp komplexa strömmen I . (12.7)

Ställ upp komplexa strömmen I (med U som riktfas).

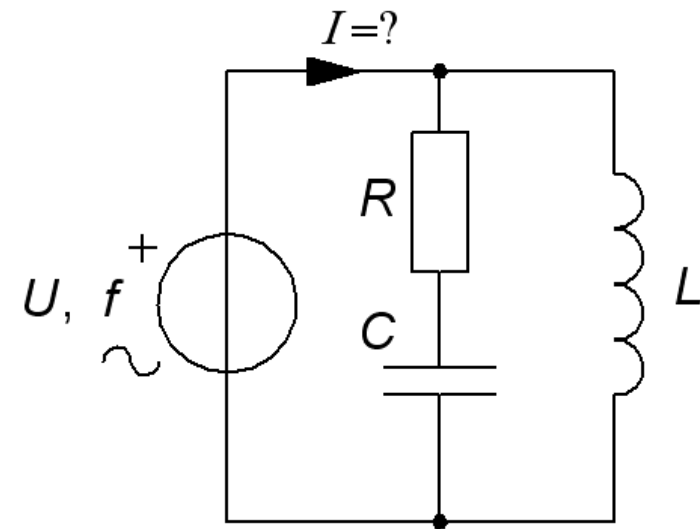
Observera! Man behöver inte alltid ange svaret på formen $a+jb$. Samma information, men med mindre möda, finns om svaret uttryckes som en kvot av komplexa tal. Belopp och argument kan vid behov tas från nämnare och täljare direkt.



Ställ upp komplexa strömmen I . (12.7)

Ställ upp komplexa strömmen I (med U som riktfas).

Observera! Man behöver inte alltid ange svaret på formen $a+jb$. Samma information, men med mindre möda, finns om svaret uttryckes som en kvot av komplexa tal. Belopp och argument kan vid behov tas från nämnare och täljare direkt.



$$\underline{I} = \frac{a + jb}{c + jd} \quad I = \frac{|a + jb|}{|c + jd|} \quad \arg(\underline{I}) = \arg(a + jb) - \arg(c + jd)$$

OBSERVERA!

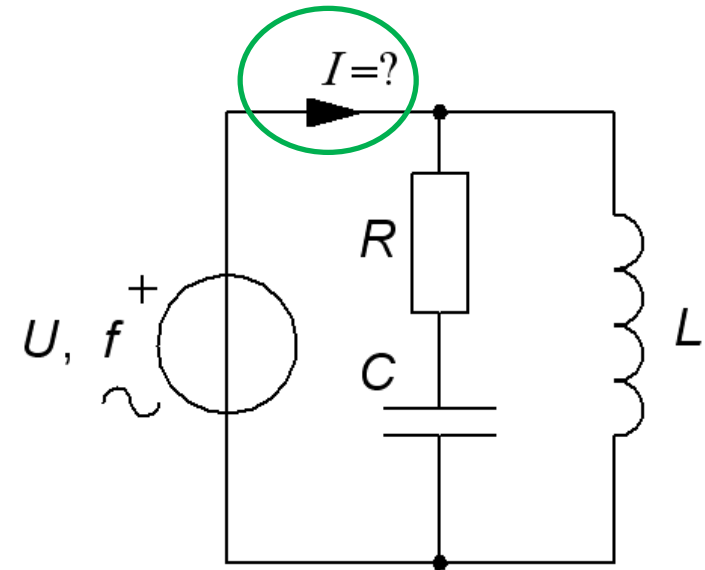
Ställ upp komplexa strömmen I . (12.7)

Ställ upp komplexa strömmen I
(med U som riktfas).

$$\underline{Z} = \frac{(R + \frac{1}{j\omega C}) \cdot j\omega L}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{L}{C} + j\omega LR}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = U \frac{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{\frac{L}{C} + j\omega LR}$$

Tillräckligt förenklat!



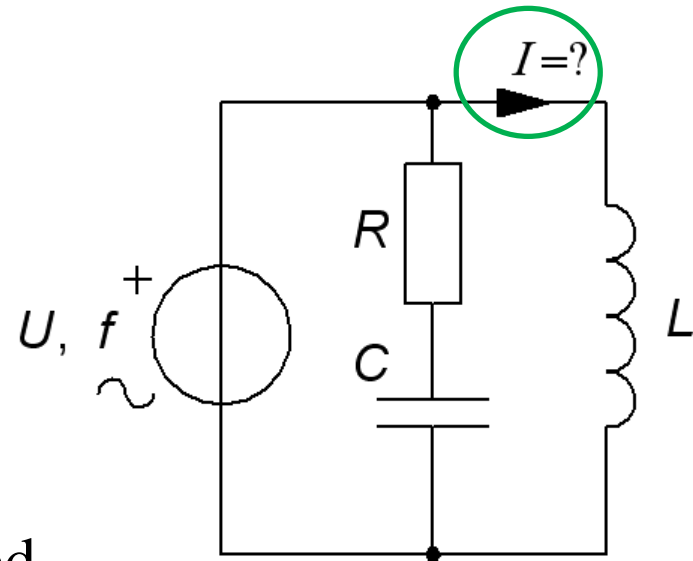
Att det är U som är riktfas syns av att vi låter spänningen vara ett reellt tal!

William Sandqvist william@kth.se

Ställ upp komplexa strömmen I . (12.8)

Ställ upp komplexa strömmen I till spolen (med U som riktfas).

Nu blir det enklare! Spänningen U ligger direkt över parallellgrenen med induktansen L . (Vi behöver inte bry oss om R och C)



$$\underline{I} = \frac{U}{j\omega L} = -j \frac{U}{\omega L}$$

William Sandqvist william@kth.se