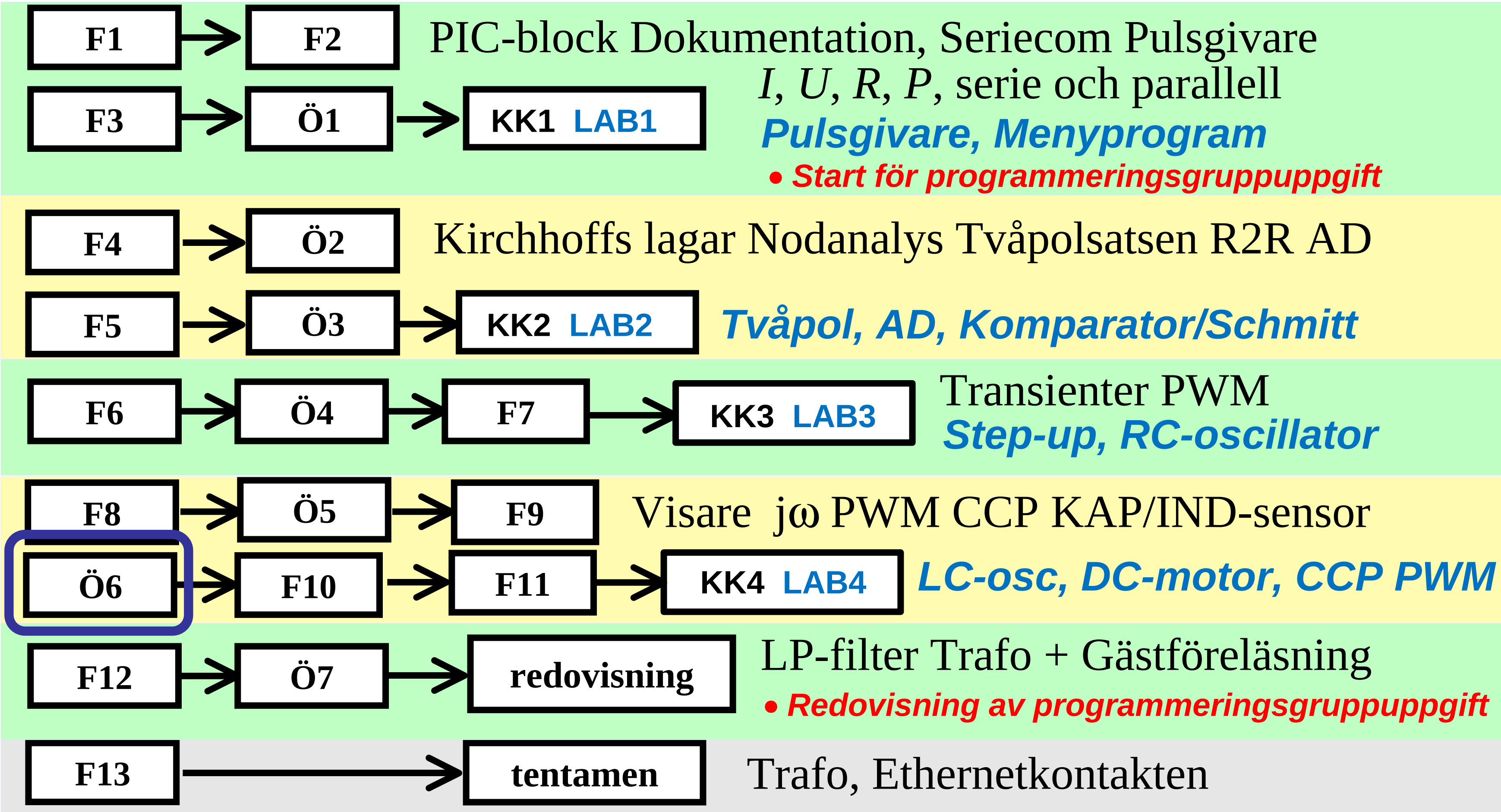
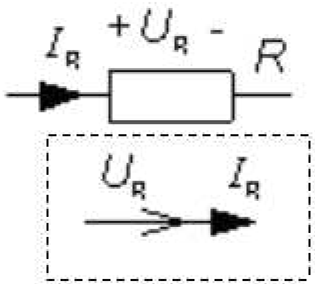
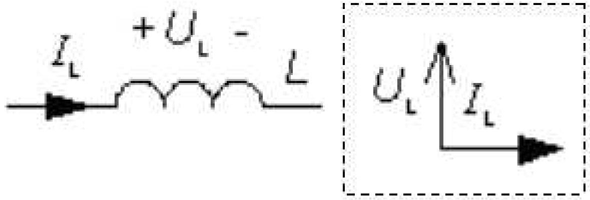
IE1206 Inbyggd Elektronik

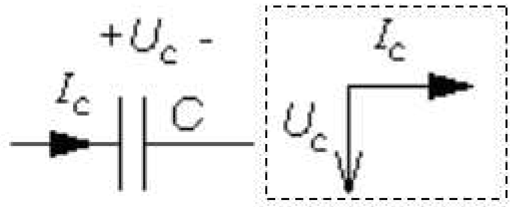


William Sandqvist william@kth.se

Phasor - vektor







$$\omega = 2\pi f$$

$$|X_L| = \omega \cdot L$$

$$|X_C| = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\boxed{Z = \frac{U}{I}}$$

William Sandqvist william@kth.se

Komplexa visare, jω-metoden

- Komplexa visare. OHM's lag för R L och C.

$$\underline{U}_{\mathrm{R}} = \underline{I}_{\mathrm{R}} \cdot R$$

$$\underline{U}_{\mathrm{L}} = \underline{I}_{\mathrm{L}} \cdot \mathrm{j} X_{\mathrm{L}} = \underline{I}_{\mathrm{L}} \cdot \mathrm{j}\omega L \qquad \omega = 2\pi \cdot f$$

$$\underline{U}_{\mathrm{C}} = \underline{I}_{\mathrm{C}} \cdot \mathrm{j} X_{\mathrm{C}} = \underline{I}_{\mathrm{C}} \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}$$

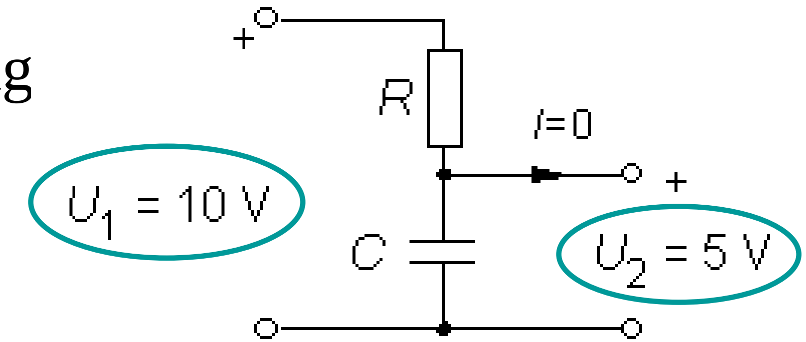
- Komplexa visare. OHM's lag för Z.

$$\boxed{\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}} \qquad Z = \frac{U}{I} \qquad \varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}[\underline{Z}]}{\mathrm{Re}[\underline{Z}]}\right)$$

William Sandqvist william@kth.se

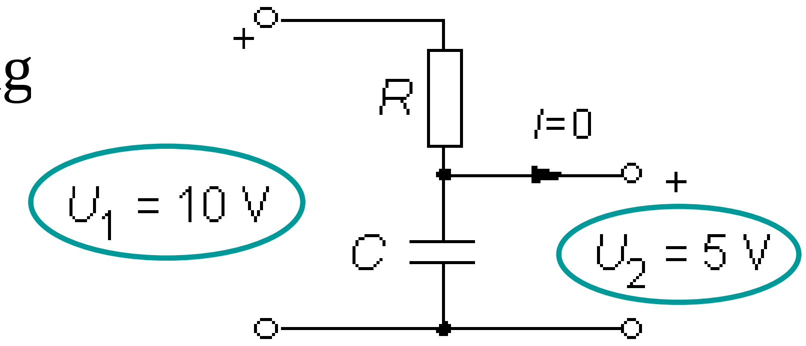
ω för halva spänningen (12.3)

U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



ω för halva spänningen (12.3)

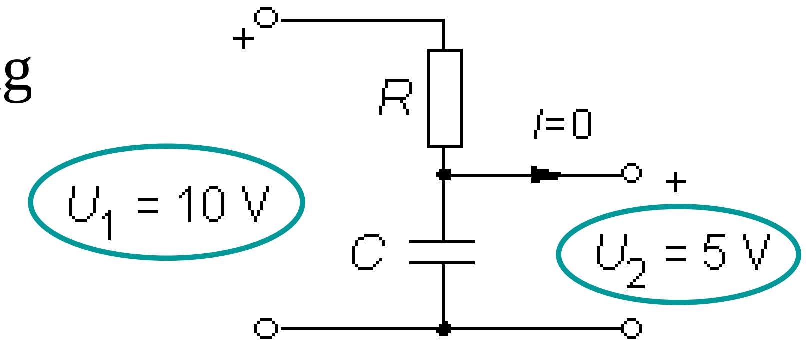
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}$$

ω för halva spänningen (12.3)

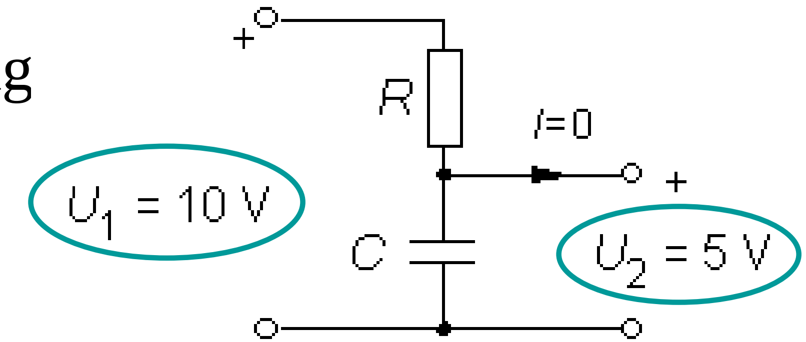
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R{\cdot}C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{(\mathrm{j}\omega C)}{(\mathrm{j}\omega C)} =$$

ω för halva spänningen (12.3)

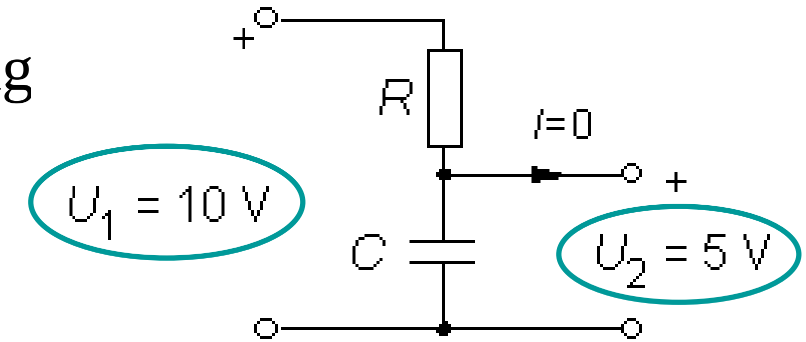
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{(\mathrm{j}\omega C)}{(\mathrm{j}\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + \mathrm{j}\omega RC}$$

ω för halva spänningen (12.3)

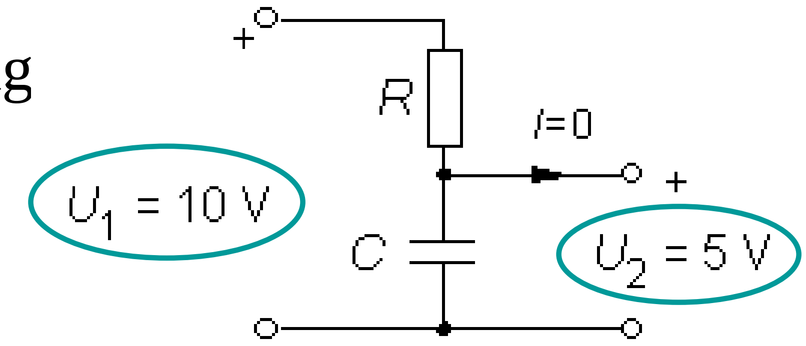
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R \cdot C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{(\mathrm{j}\omega C)}{(\mathrm{j}\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + \mathrm{j}\omega RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{1 + R^2\omega^2C^2} = \frac{10}{5} = 2$$

ω för halva spänningen (12.3)

U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω. Bestäm produkten $R{\cdot}C$. (Ingen ström tas ut vid U_2).

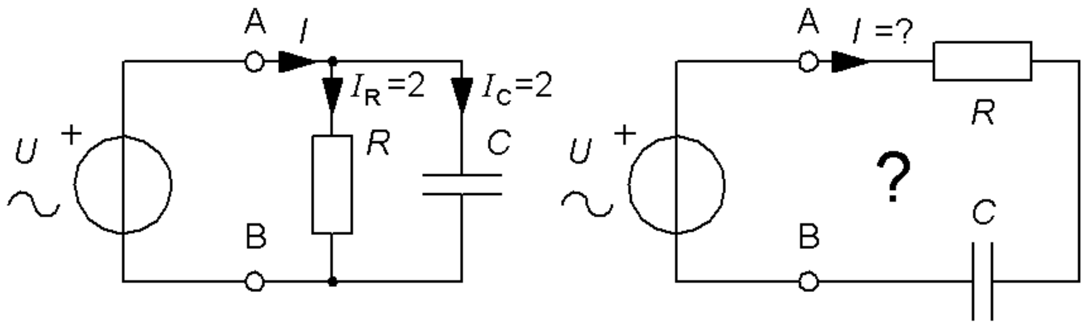


$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{(\mathrm{j}\omega C)}{(\mathrm{j}\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + \mathrm{j}\omega RC} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{1 + R^2\omega^2C^2} = \frac{10}{5} = 2$$

$$1 + R^2\omega^2C^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad R\omega C = \sqrt{3} \quad \Leftrightarrow \quad RC = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$$

William Sandqvist william@kth.se

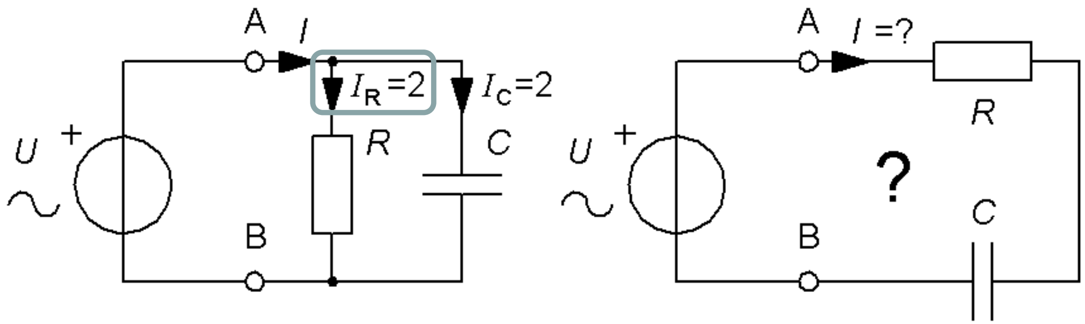
Jämför serie eller parallell (12.5)



När en resistor *R* och en kondensator *C* ansluts i parallell till en spänningskälla *U* får var och en av dem strömmen **2A**.

Hur stor skulle strömmen i resistorn bli om de båda seriekopplades till spänningskällan?

Jämför serie eller parallell (12.5)



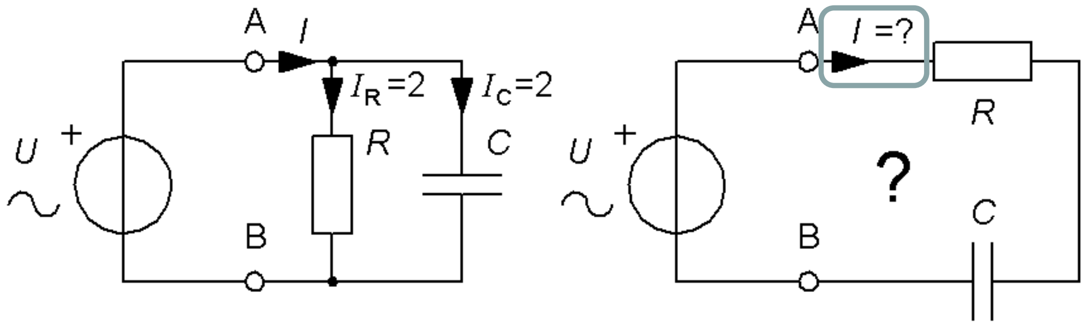
Parallellkoppling:

$$\underline{I} = \underline{I}_{\mathrm{R}} + \underline{I}_{\mathrm{C}} = \frac{U}{R} + \mathrm{j}U\omega C \quad \underline{I} = 2 + 2\mathrm{j}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = 2 \quad I_C = U\omega C = 2 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{2}$$

William Sandqvist william@kth.se

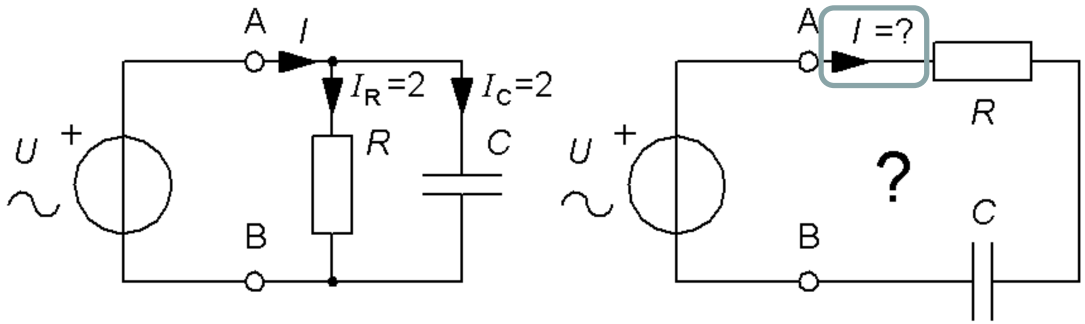
Jämför serie eller parallell (12.5)



Seriekoppling:

$$\underline{I} = \frac{U}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Jämför serie eller parallell (12.5)



Seriekoppling:

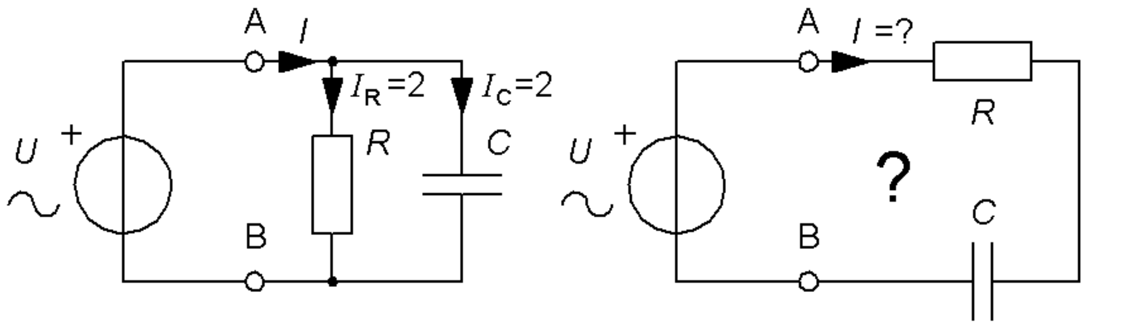
Enligt tidigare …

$$\underline{I} = \frac{U}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad R = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{2}$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{U^2}{2^2} + \left(\dfrac{U}{2}\right)^2}} = \frac{U}{U \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}} = \sqrt{2} \approx 1{,}414\ \mathrm{A}$$

William Sandqvist william@kth.se

Jämför serie eller parallell (12.5)



Seriekoppling:

Enligt tidigare …

$$\underline{I} = \frac{U}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad R = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{2}$$

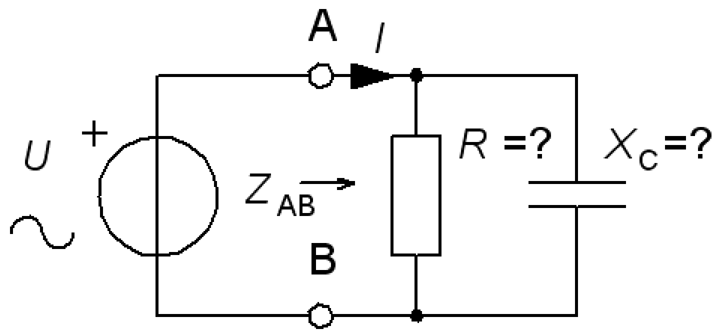
$$\Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{\frac{U^2}{2^2} + \left(\frac{U}{2}\right)^2}} = \frac{U}{U \cdot \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}} = \sqrt{2}\ \mathrm{A}$$

Parallell 2A
Serie 1,4A

William Sandqvist william@kth.se

Räkna själv ... (12.1)

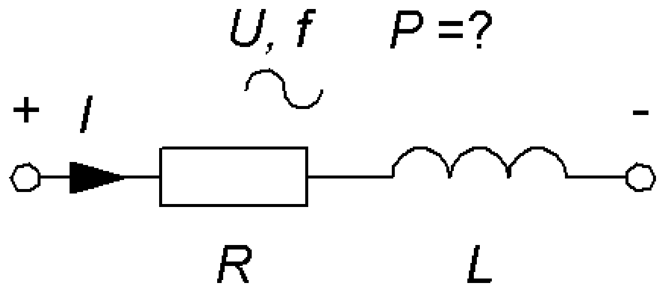
Ställ upp det komplexa uttrycket för strömmen *I* uttryckt i *U R C* ω. Låt *U* vara riktfas, dvs. reell. Svara med ett uttryck på formen *a*+j*b*.



$$\underline{I} = \underline{I}_{\mathrm{R}} + \underline{I}_{\mathrm{C}} = \frac{U}{R} + \frac{U}{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{U}{R} + \mathrm{j}\omega C \cdot U$$

Aktiv effekt i impedans

Ställ upp ett utryck för den aktiva effekten *P* för denna impedans.

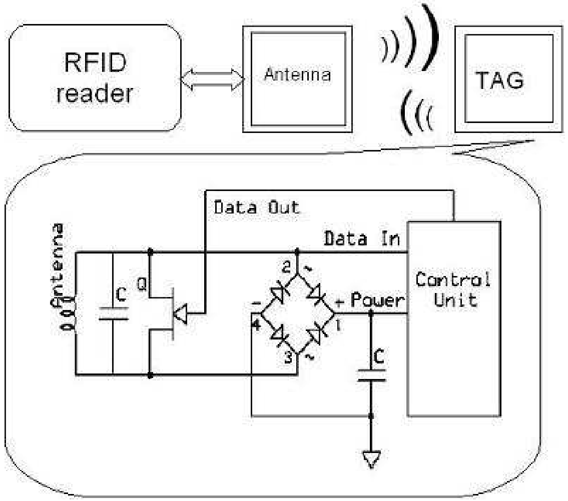


Antag *U* riktfas, reell.

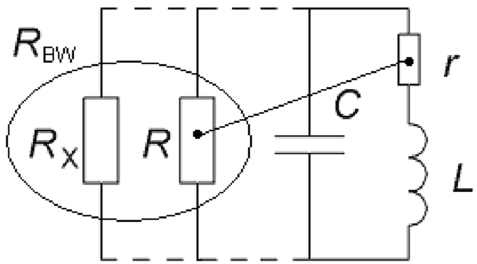
$$P = I^2 \cdot R \qquad \underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{U}{R + \mathrm{j}\omega L} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$P = R \cdot \frac{U^2}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{RU^2}{R^2 + (\omega L)^2}$$

SL:s acesskort (13.7)



$$R_X = ?$$



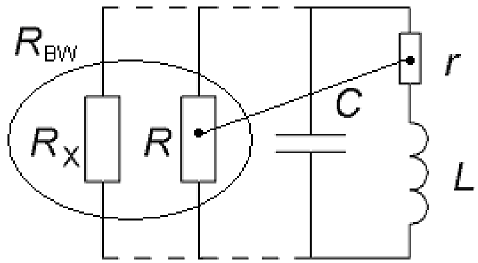
SL:s access-kort innehåller en RFID-tag som kommunicerar med spärrläsaren på frekvensen 13,56 MHz och med datahastigheten 70 KHz.

För att kunna ”läsa” datasignalen i den hastigheten ska de resonanskretsar som ingår i kort och spärrläsare ha en bandbredd som är åtminstone dubbelt så stor som datahastig-heten: dvs. 2·70 = **140 kHz**.

SL:s acesskort

RFID-tagen/kortet består av parallellresonanskretsen $C||L||R||R_X$. Processorn i kortet förbrukar ström från resonans-kretsen. Detta symboliseras av resistorn R_X.

$R_X = ?$



f_0 = 13,56 MHz
BW = 140 kHz
L = 2,5 µH
r = 1,5 Ω
C = 55 pF

a) Beräkna det värde på R_X som ger kortet den önskade bandbredden BW.

b) Hur stor ström vid spänningen 3V kan processorn (R_X) då ta från resonanskretsen?

William Sandqvist william@kth.se

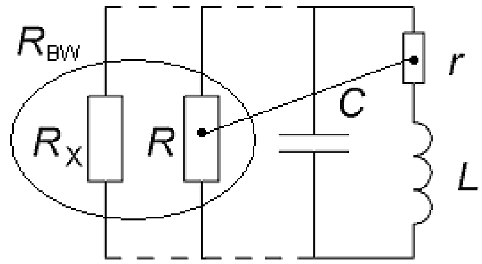
SL:s acesskort

- Spolen Q-värde:

$$Q = \frac{\omega L}{r} = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{r} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 13{,}56 \cdot 10^6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6}}{1{,}5} = 142$$

$$R_X = ?$$



- Överräkning av *r*

$$R = Q^2 \cdot r = 142^2 \cdot 1{,}5 = 30{,}25 \text{ k}\Omega$$

- Parallellresistans för bandbredden 140 kHz

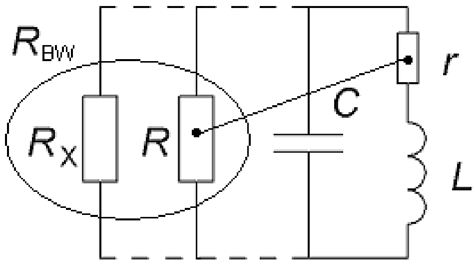
$$Q_{BW} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{13{,}56 \cdot 10^6}{140 \cdot 10^3} = 96{,}86 \quad Q_{BW} = \frac{R_{BW}}{2\pi \cdot f_0 \cdot L} \quad \Rightarrow$$

$$R_{BW} = Q_{BW} \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot L = 96{,}86 \cdot 2\pi \cdot 13{,}56 \cdot 10^6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} = 20{,}63 \text{ k}\Omega$$

SL:s acesskort

Parallellresistans för bandbredden 140 kHz

$$R_X = ?$$



$$R_{\text{BW}} = 20{,}63\ \text{k}\Omega$$

a) $$R_{\text{BW}} = R_X \parallel R \quad \Rightarrow \quad R_X = \frac{R \cdot R_{BW}}{R - R_{BW}}$$

$$R_X = \frac{30{,}25 \cdot 20{,}63}{30{,}25 - 20{,}63} \cdot 10^3 = \boxed{64\ \text{k}\Omega}$$

b) $$U = I \cdot R_X \quad U = 3 \quad I = \frac{U}{R_X} = \frac{3}{64 \cdot 10^3} = \boxed{47\ \mu\text{A}}$$

William Sandqvist william@kth.se

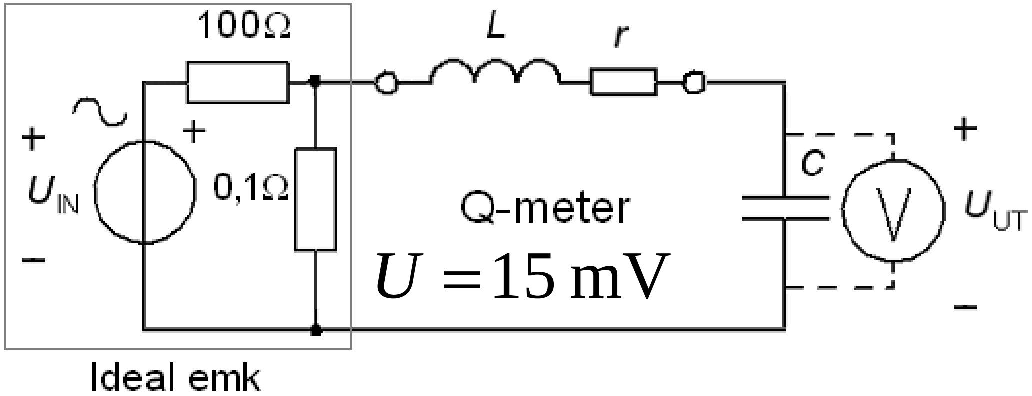
Mäta Q-värde

Radiokontrollerade klockor styrs av en tidssignal från en sändare i Tyskland, på långvåg 77,5 kHz. Tidssignalen består av pulser som kodats digitalt. Signalstyrkan är svag så därför behöver en sådan mottagare en avstämd resonanskrets med L och C. Spolen har en ferritkärna, och denna används också som antenn. Man behöver mäta Q-värdet för denna resonanskrets.

L = 1,5 mH
C = 2,8 nF

Mäta Q-värde

$U_{IN} = 15\ \mathrm{V}$



$U_{UT} = 1{,}73\ \mathrm{V}$

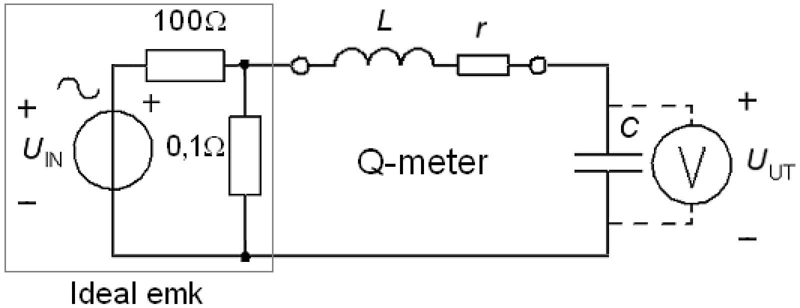
Så här mäter man spolens Q-värde.

U_{IN} = 15V är en sinusspänning med frekvensen 77,5 kHz (resonansfrekvensen) som spänningsdelas ned till 15 mV. Över kondensatorn mäter man då spänningen U_{UT} = 1,73 V.

a) Hur stort är spolens *Q*-värde?

b) Vilket värde har spolens inre resistans *r* (även förluster)?

Mäta Q-värde



$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}8\cdot 10^{-9}}} = 77{,}5\cdot 10^{3}$$

Kontroll av resonansfrekvens 77,5 KHz

Spänningsdelaren: $U_r = 15\dfrac{0{,}1}{100} = 0{,}015 \text{ V}$

a) $$Q = \frac{2\pi f\cdot L}{r}\cdot\frac{I}{I} = \frac{U_L}{U_r} = \{U_L = U_C = U_{UT}\} = \frac{U_{UT}}{U_r} = \frac{1{,}73}{0{,}015} = \boxed{115}$$

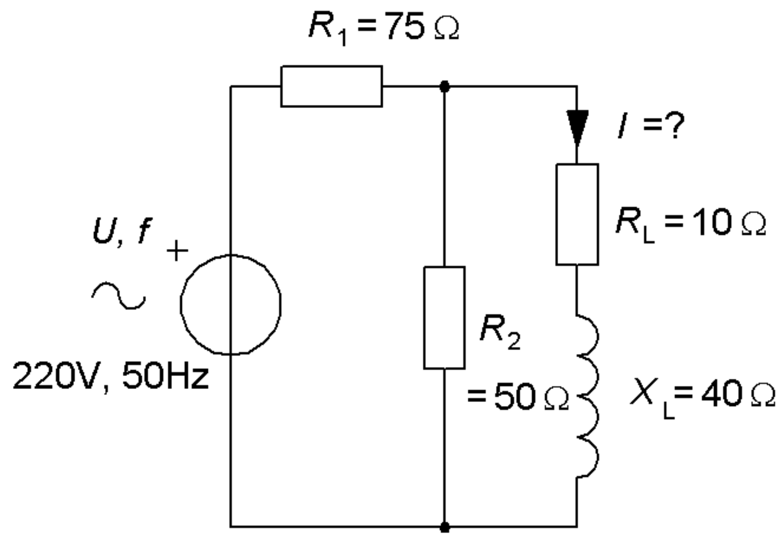
b) $$r = \frac{2\pi f\cdot L}{Q} = \frac{2\pi\cdot 77{,}5\cdot 10^{3}\cdot 1{,}5\cdot 10^{-3}}{115} = \boxed{6{,}33\ \Omega}$$

Stort jämfört med 0,1Ω från spänningsdelaren.

Spole med tvåpolsatsen (12.4)

Bestäm effektivvärdet på strömmen *I*.

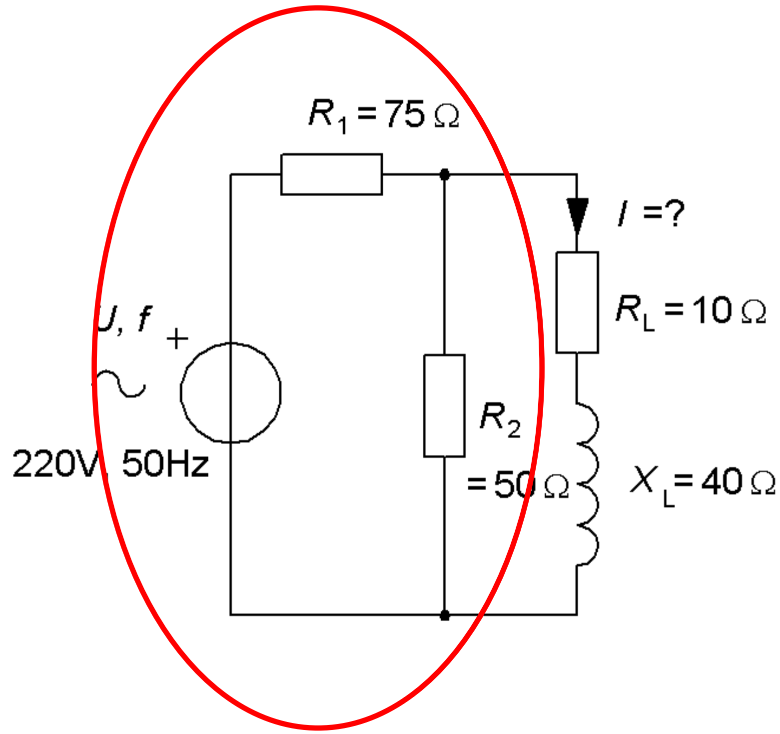
Använd tvåpolsatsen.



Spole med tvåpolsatsen (12.4)

Bestäm effektivvärdet på strömmen *I*.

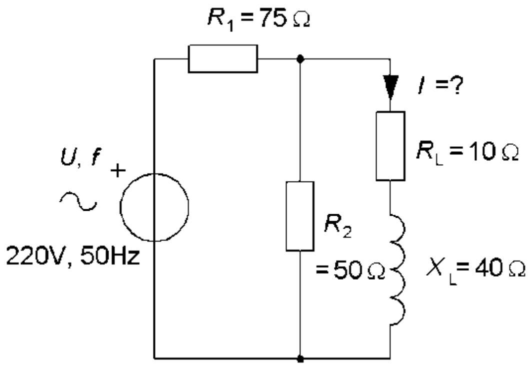
Använd tvåpolsatsen.



William Sandqvist william@kth.se

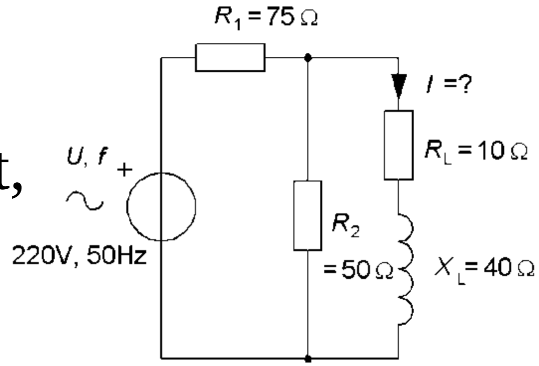
Spole med tvåpolsatsen (12.4)

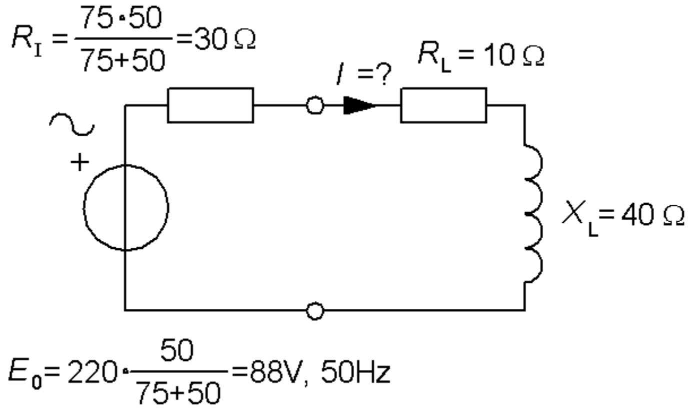
Beräkna kretsens tvåpolsekvivalent, E_0 och R_I.



Spole med tvåpolsatsen (12.4)

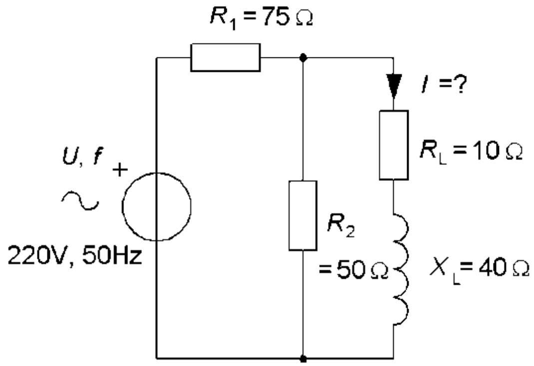
Beräkna kretsens tvåpolsekvivalent, E_0 och R_I.

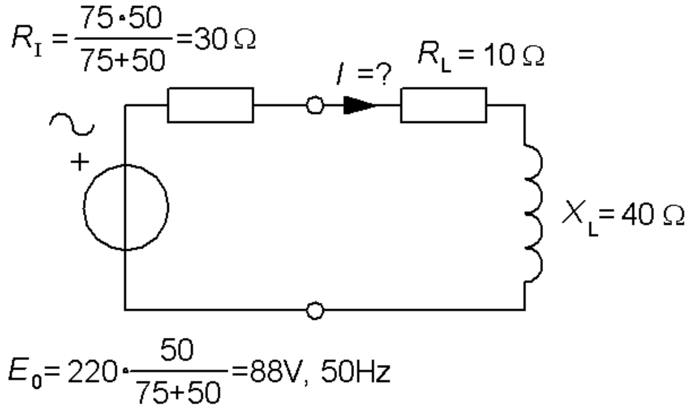




Spole med tvåpolsatsen (12.4)

Beräkna kretsens tvåpolsekvivalent E_0 och R_I.





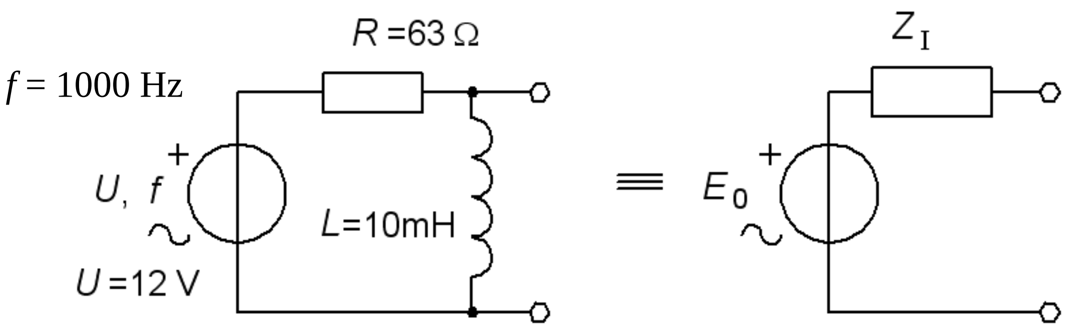
Bara emk och resistanser – denna gång som i likspänningsläran …

$$R_I = \frac{75 \cdot 50}{75+50} = 30\,\Omega \quad E_0 = 220\frac{50}{75+50} = 88\,\text{V}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{88}{\left|(30+10)+\text{j}40\right|} = \frac{88}{\sqrt{(30+10)^2+40^2}} = 1{,}56\,\text{A}$$

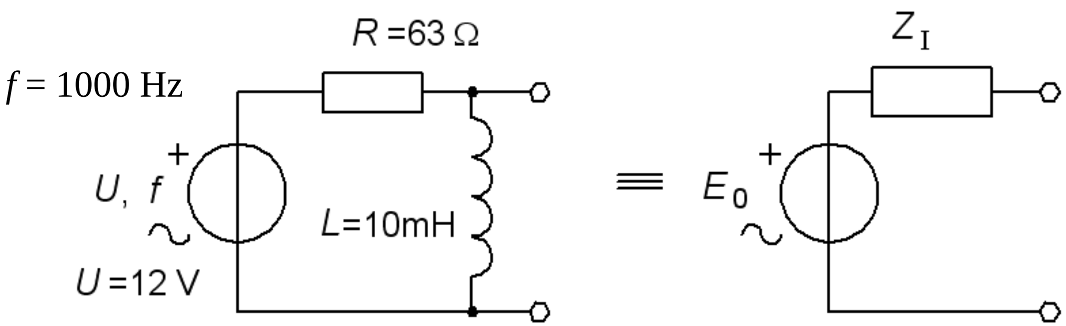
William Sandqvist william@kth.se

Exempel. Komplex tvåpol E_0



Beräkna kretsens ekvivalenta tvåpol E_0+Z_I. Antag att man kan belasta tvåpolen med en ”valfri” impedans – hur ska den väljas om man önskar att den effekt tvåpolen levererar till lasten ska vara maximal? (Detta kallas för effektanpassning).

Exempel. Komplex tvåpol E_0

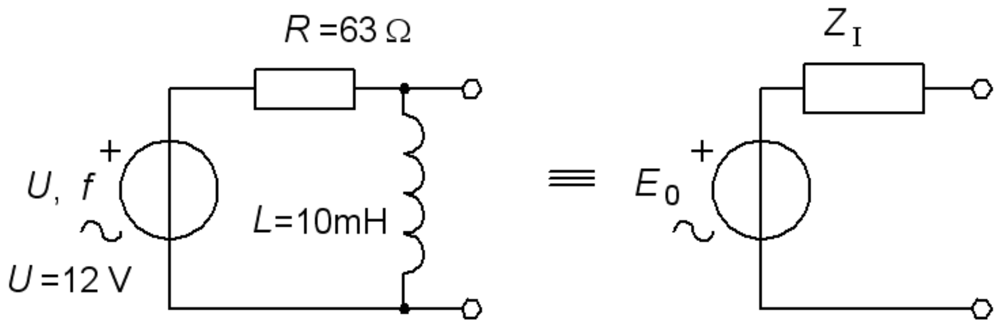


E_0 beräknas som tvåpolens tomgångsspänning. Om U är riktfas blir E_0 8,47 V och får fasvinkeln 45° i förhållande till U.

Om det *inte* finns några andra spänningskällor eller ström-källor i nätet behöver vi *inte* hålla reda på fasvinkeln, utan E_0 kan lika gärna få bli nätets *nya* riktfas!

$$\underline{E}_0 = U\frac{\mathrm{j}\omega L}{R+\mathrm{j}\omega L} = 12\frac{\mathrm{j}2\pi 1000\cdot 0,01}{63+\mathrm{j}2\pi 1000\cdot 0,01} = 6+6\mathrm{j} \quad E_0 = \sqrt{6^2+6^2} = 8,48\ \mathrm{V}$$

Exempel. Komplex tvåpol Z_I

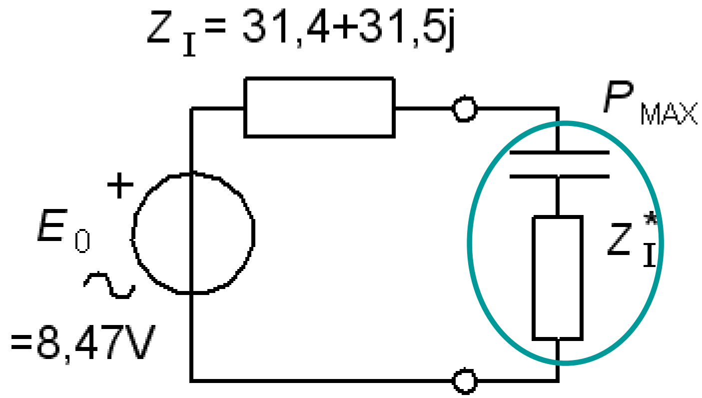


Z_I är den impedans vi ser om vi vrider ner *U*.

$$\underline{Z}_I = \frac{R \cdot \mathrm{j}\omega L}{R + \mathrm{j}\omega L} = \frac{63 \cdot \mathrm{j}2\pi 1000 \cdot 0{,}01}{63 + \mathrm{j}2\pi 1000 \cdot 0{,}01} = 31{,}4 + 31{,}5\mathrm{j}$$

Effektanpassning

Den ekvivalenta tvåpolen blir en 8,57 V emk med inre impedansen Z_I = 31,4+31,5j.



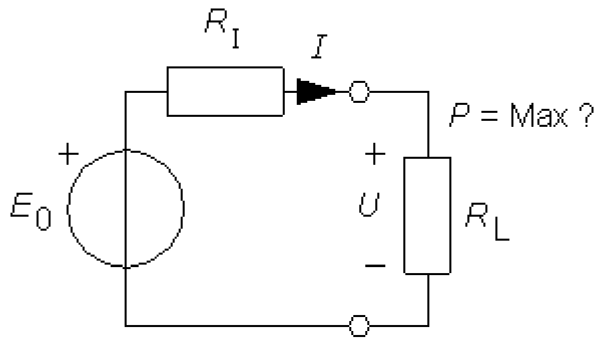
- **Effektanpassning**.

Vid resonans tar induktans och kapacitans ut varandra. Då blir den levererade effekten som störst. Därför bör lasten denna gång vara kapacitiv (-31,5j).

När de två reaktanserna ”tar ut” varandra blir kretsen helt resistiv. Vilken belastningsesistans ger maximal effekt?

Effektanpassning

$$P = R_L \cdot I^2 \quad I = \frac{E_0}{R_I + R_L} \quad \Rightarrow \quad P = E_0^2 \cdot \frac{R_L}{(R_I + R_L)^2}$$



När har $P(R_L)$ maximum? (Enklare beräkningar får man om man vänder på frågan till ”när har $1/P$ minimum”).

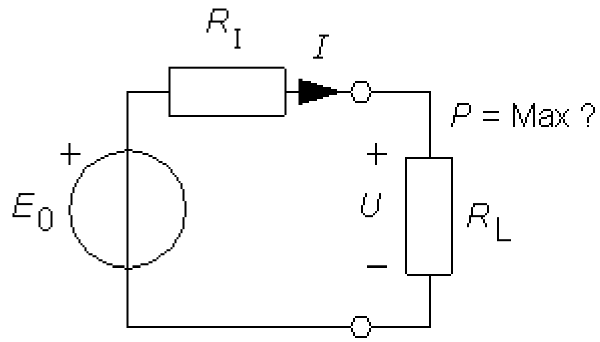
$$\frac{1}{P} = \frac{1}{E_0^2} \cdot \left(\frac{R_L^2}{R_L} + \frac{R_I^2}{R_L} + 2 \cdot \frac{R_I \cdot R_L}{R_L}\right) = \frac{1}{E_0^2} \cdot \left(R_L + 2 \cdot R_I + \frac{R_I^2}{R_L}\right)$$

$$\frac{d}{dR_L}\left(\frac{1}{P}\right) = \frac{d}{dR_L}\left(\frac{1}{E_0^2} \cdot \left(R_L + 2 \cdot R_I + \frac{R_I^2}{R_L}\right)\right) = 1 - \frac{R_I^2}{R_L^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_L = R_I$$

Maximal effekt får man om man väljer $R_L = R_I$. ($R_L = 31{,}4\ \Omega$).

Effektanpassning

Hur stor blir den maximala effekten för
$R_\mathrm{L} = R_\mathrm{I}$?



$$P = E_0^2 \cdot \frac{R_\mathrm{L}}{(R_\mathrm{I} + R_\mathrm{L})^2} \quad R_\mathrm{I} = R_\mathrm{L} \quad \Rightarrow \quad P_{MAX} = \frac{E_0^2}{4 \cdot R_\mathrm{I}}$$

Hur stora blir förlusterna inuti tvåpolen?

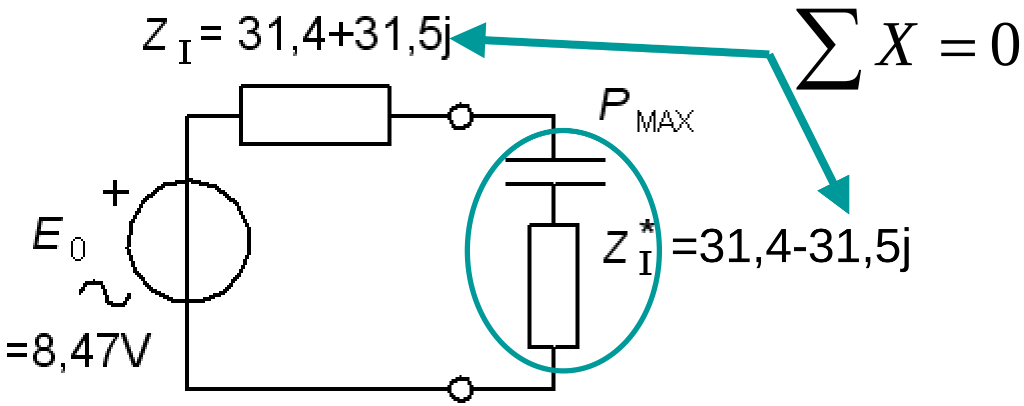
Om $R_\mathrm{L} = R_\mathrm{I}$ delas effekten lika mellan inre resistansen och lasten. Verkningsgraden blir 50% (= dålig).

Effektanpassning används därför bara när det är nödvändigt, tex för radiosändare.

Effektanpassning

$$P_{\max} \Rightarrow$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{\mathrm{I}}^{*}$$



Vid effektanpassning med en last som är lika med den inre impedansens komplexkonjugat blir effekten:

$$\boxed{P_{\max} = \frac{\left|\underline{E}_0\right|^2}{4 \cdot \mathrm{Re}[\underline{Z}_{\mathrm{I}}]}}$$

William Sandqvist william@kth.se