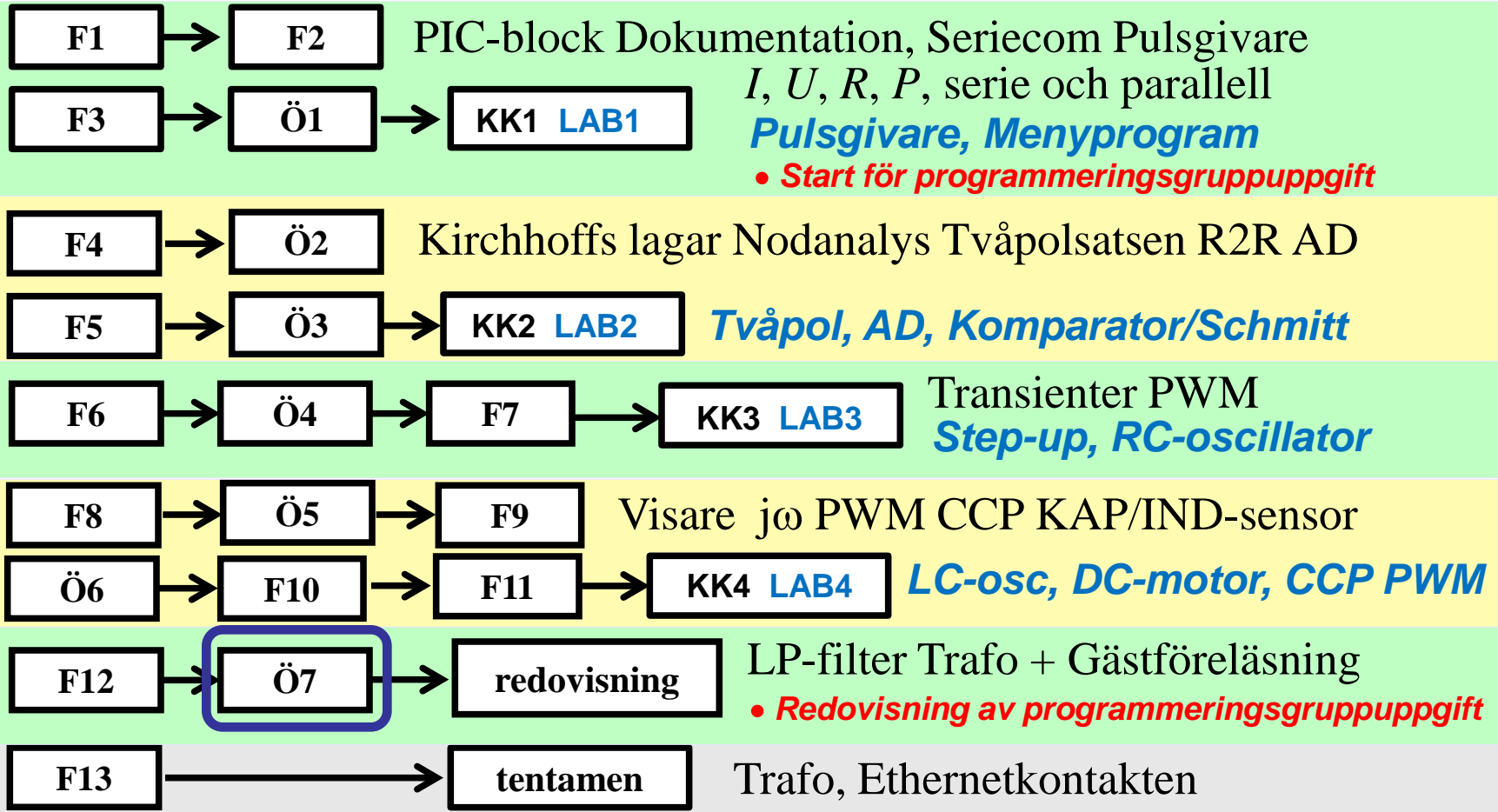


IE1206 Inbyggd Elektronik



Komplexa visare, $j\omega$ -metoden

- Komplexa visare. OHM's lag för R L och C .

$$\underline{U}_R = \underline{I}_R \cdot R$$

$$\underline{U}_L = \underline{I}_L \cdot jX_L = \underline{I}_L \cdot j\omega L \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

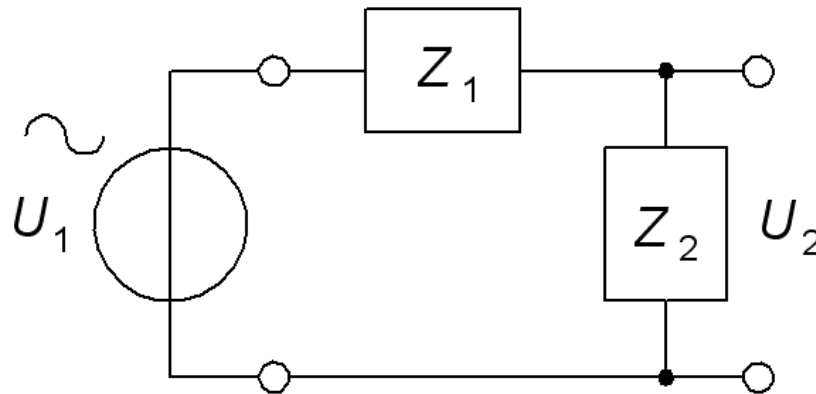
$$\underline{U}_C = \underline{I}_C \cdot jX_C = \underline{I}_C \cdot \frac{1}{j\omega C}$$

- Komplexa visare. OHM's lag för Z .

$$\boxed{\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}} \quad \underline{Z} = \frac{U}{I} \quad \varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{\text{Im}[\underline{Z}]}{\text{Re}[\underline{Z}]}\right)$$

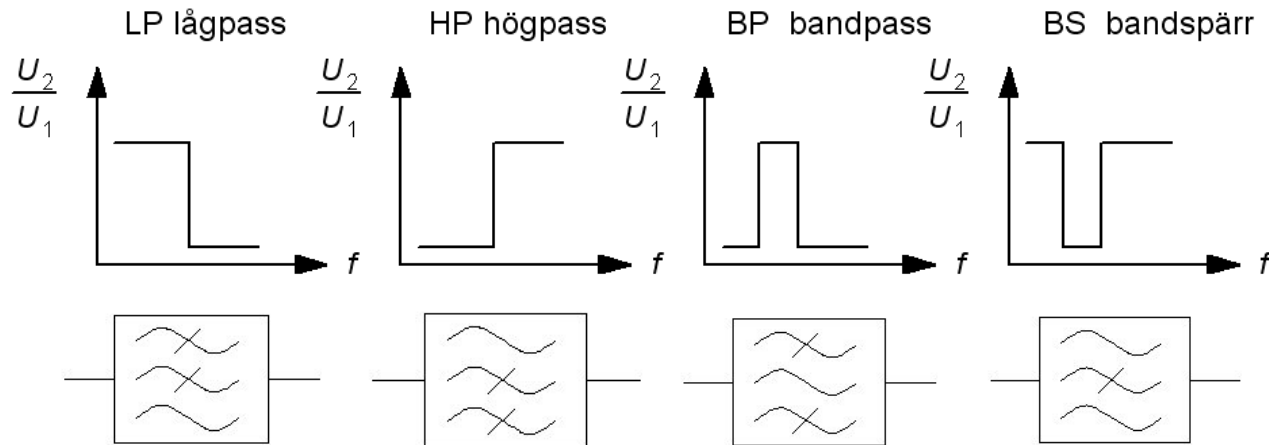
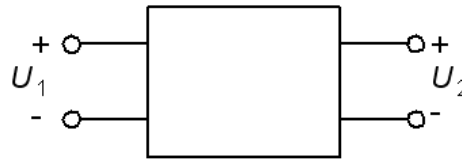
Spänningsdelarens överföringsfunktion

Enkla filter är ofta utformade som spänningsdelare. Ett filters **överföringsfunktion**, $H(\omega)$ eller $H(f)$, är kvoten mellan utspänning och inspänning. Den kvoten får man *direkt* från spänningsdelningsformeln!



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \Rightarrow \boxed{\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}}$$

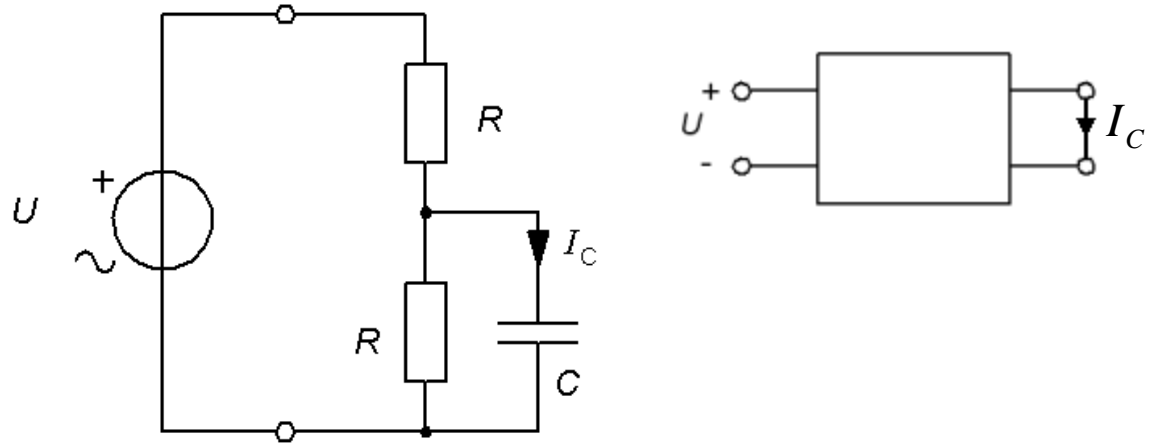
LP HP BP BS



BP eller BS filtren kan ses som olika kombinationer av LP och HP filter.

William Sandqvist william@kth.se

Överföringsfunktion (14.2)



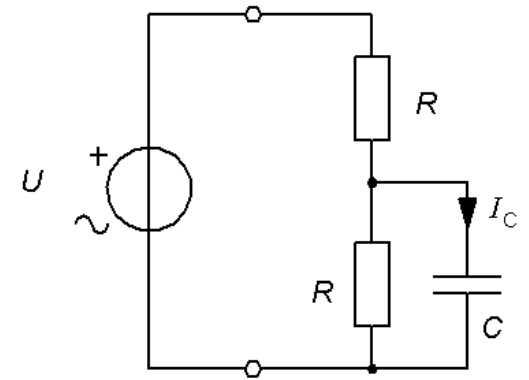
- Ställ upp ett uttryck för $I_C = f(U, \omega, R, C)$.
- Ställ upp överföringsfunktionen I_C/U **beloppsfunktion** och **fasfunktion**.
- Vilken filterkaraktär har överföringsfunktionen, LP HP BP BS ?
- Vilken **gränshfrekvens** har överföringsfunktionen?

Överföringsfunktion (14.2)

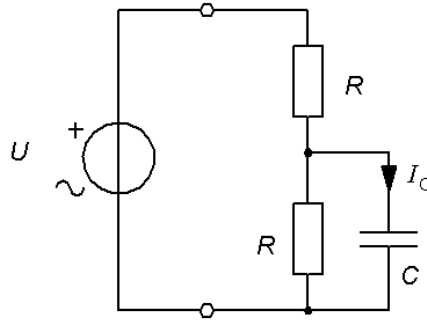
Svar a)

$$R \parallel C = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{1} = \underline{U}_C \cdot j\omega C$$



Överföringsfunktion (14.2)

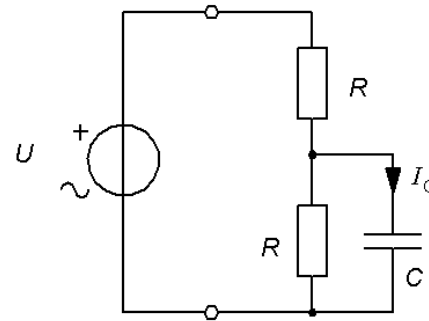


$$\underline{U}_C = \underline{U} \frac{\frac{R}{1+j\omega RC}}{R + \frac{R}{1+j\omega RC}} \cdot \frac{1+j\omega RC}{R} = \underline{U} \frac{1}{1+j\omega RC + 1} \Rightarrow$$

$$\underline{I}_C = \underline{U} \frac{j\omega C}{2+j\omega RC}$$

Överföringsfunktion (14.2)

Svar b) I_C/U



$$\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}} = \frac{j\omega C}{2 + j\omega RC}$$

$$\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}} = \frac{\omega C}{\sqrt{4 + (\omega RC)^2}}$$

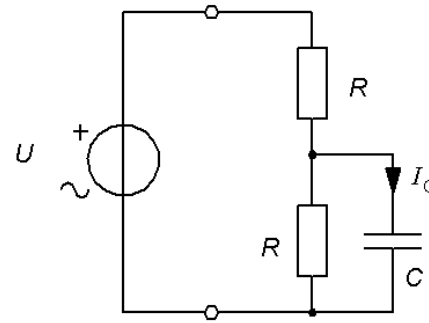
$$\arg\left(\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}}\right) = 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega RC}{2}\right)$$

$$\arg\left(\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}}\right) = \arctan\left(\frac{2}{\omega RC}\right)$$

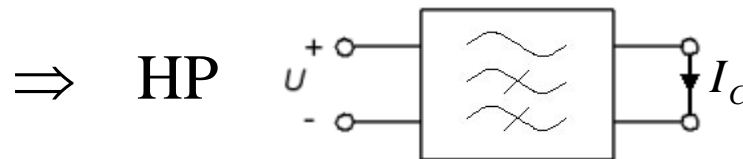
Överföringsfunktion (14.2)

Svar c) LP HP BP BS?

$$\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}} = \frac{j\omega C}{2 + j\omega RC}$$



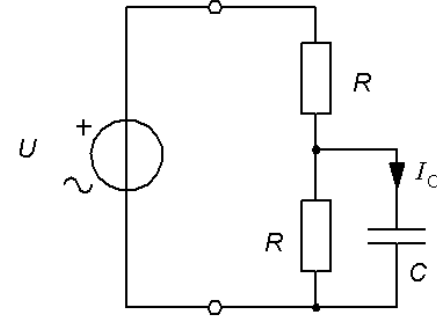
$$\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}} \{ \omega = 0 \} = \frac{0 \cdot j}{2 + 0 \cdot j} = 0 \quad \frac{\underline{I}_C}{\underline{U}} \{ \omega = \infty \} = \frac{1}{R}$$



Överföringsfunktion (14.2)

Svar d) Gränsfrekvens?

Vid gränsfrekvensen ”väger nämnarens realdel och imaginärdel lika”.

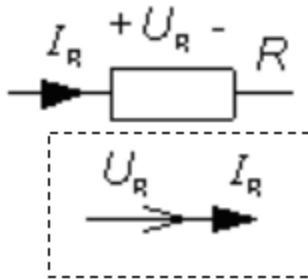


$$\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}} = \frac{j\omega C}{2 + j\omega RC} \quad \omega RC = 2 \quad \Rightarrow \quad f_G = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2}{RC}$$

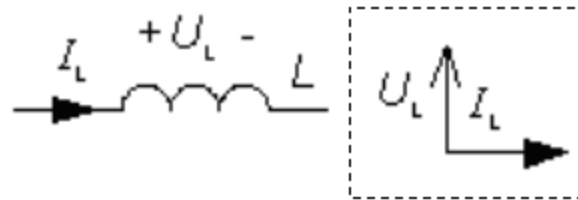
$$\frac{\underline{I}_C}{\underline{U}} = \frac{j\omega C}{2 + j\omega RC} = \frac{j \frac{2}{R}}{2 + j2} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_C}{U} = \frac{\frac{2}{R}}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{1}{R \cdot \sqrt{2}}$$

William Sandqvist william@kth.se

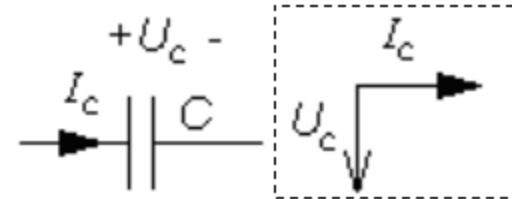
Phasor - vektor



$$\omega = 2\pi f$$



$$|X_L| = \omega \cdot L$$



$$|X_C| = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

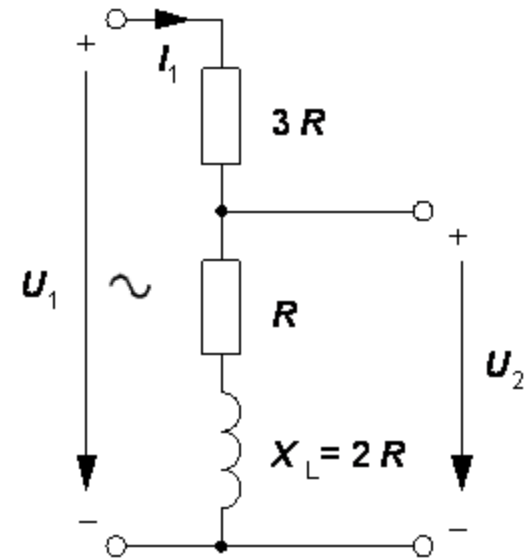
$$Z = \frac{U}{I}$$

Visardiagram sp-delare (11.8)

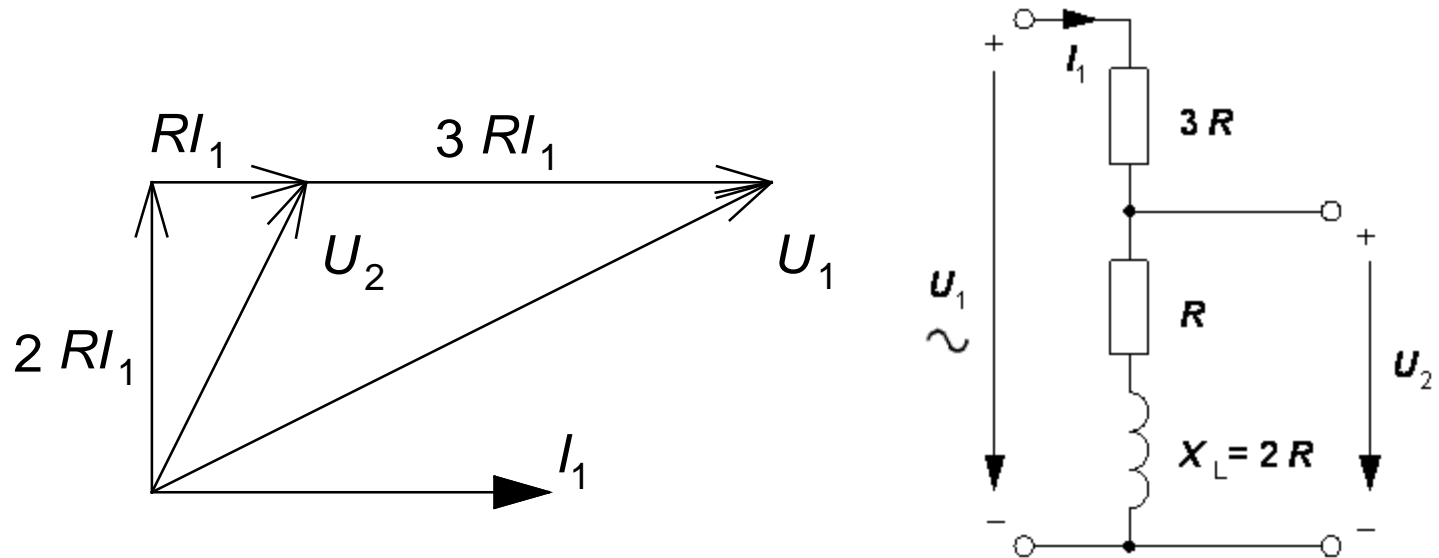
Figuren visar en spänningsdelare. Denna matas med en växelspanningen U_1 och utspänningen är spänningen U_2 . Vid den aktuella frekvensen är spolens reaktans $X_L = 2R$.

Rita kretsens visardiagram med I_1 , U_1 och U_2 .

Använd I_1 som riktfas (= horisontell).



Visardiagram sp-delare (11.8)

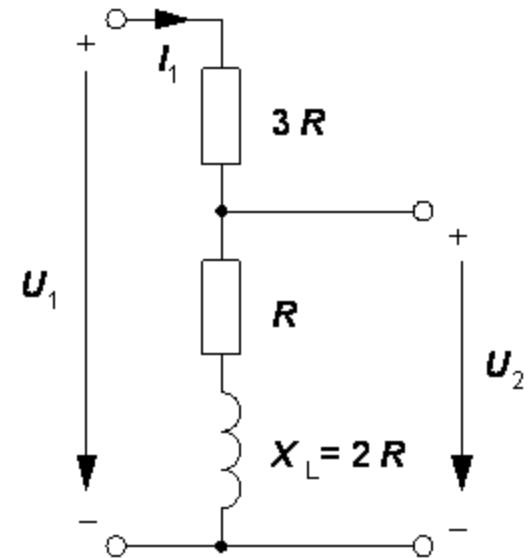


$j\omega$ -räkning sp-delare

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R + j\omega L}{4R + j\omega L} \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{16R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$X_L = \omega L = 2R \Rightarrow$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\sqrt{R^2 + (2R)^2}}{\sqrt{16R^2 + (2R)^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{1}{2}$$



Här är fler filter – om tiden tillåter!

Filter RLR (14.7)

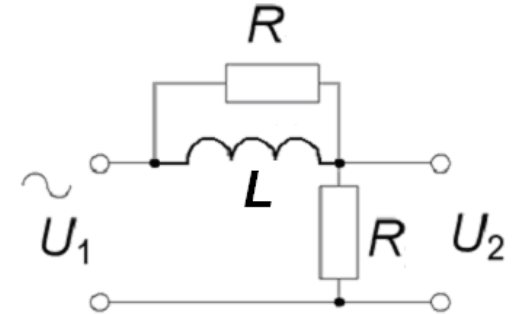
Figuren visar ett enkelt filter med två R och ett L .

a) Härled filtrets komplexa överföringsfunktion $\underline{U}_2/\underline{U}_1$.

b) Vid vilken vinkelfrekvens ω_x blir beloppsfunktionen

$$|\underline{U}_2|/|\underline{U}_1| = 1/\sqrt{2}$$

Ge ett uttryck för denna frekvens ω_x med R L .



c) Vilket *värde* har överföringsfunktionens belopp vid mycket låga frekvenser, $\omega \approx 0$?

Vilket värde har överföringsfunktionens fas vid mycket låga frekvenser?

d) Vilket *värde* har överföringsfunktionens belopp vid mycket höga frekvenser, $\omega \approx \infty$?

Vilket värde har överföringsfunktionens fas vid mycket höga frekvenser?

$$a) \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = ? \quad b) \omega_x \Rightarrow \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \omega_x(R, L) = ? \quad c) \omega \approx 0 \Rightarrow \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = ? \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = ?$$

$$d) \omega \approx \infty \Rightarrow \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = ? \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = ?$$

Filter RLR (14.7)

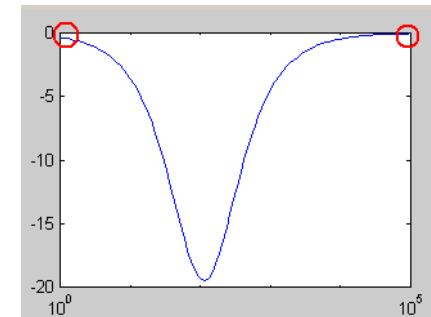
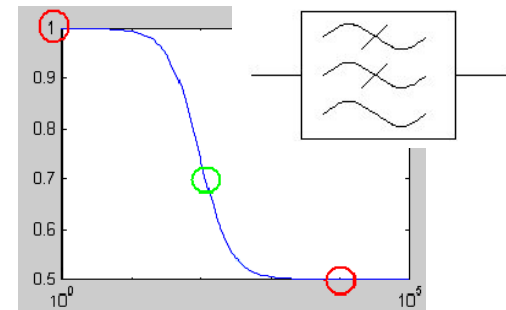
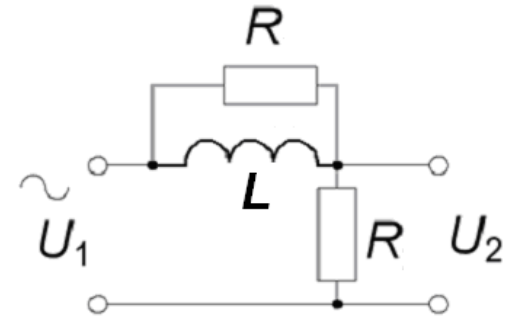
$$a) \quad R \parallel L = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L}} = \frac{1}{1 + \frac{1 \cdot j\omega L}{R + j\omega L}} = \frac{\frac{R + j\omega L}{R + j\omega L}}{\frac{R + j\omega L + j\omega L}{R + j\omega L}} = \frac{R + j\omega L}{R + j2\omega L}$$

$$b) \quad \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = \left| \frac{R + j\omega L}{R + j2\omega L} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{R^2 + (2\omega L)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 2R^2 + 2(\omega L)^2 = R^2 + 4(\omega L)^2$$

$$R^2 = 2(\omega L)^2 \Rightarrow \omega_x = \frac{R}{L\sqrt{2}}$$

$$c) \quad \frac{R + j\omega L}{R + j2\omega L} \quad \omega \rightarrow 0 \quad \frac{R + 0}{R + 0} = 1 \Rightarrow \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = 1 \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = 0^\circ$$

$$d) \quad \frac{R + j\omega L}{R + j2\omega L} \Rightarrow \frac{\frac{R}{\omega} + jL}{\frac{R}{\omega} + j2L} \quad \omega \rightarrow \infty \quad \frac{0 + jL}{0 + j2L} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = 0,5 \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = 0^\circ$$



William Sandqvist william@kth.se

Filter LCR if time ... (14.8)

Figuren visar ett enkelt filter med L C och R .

a) Härled filtrets överföringsfunktion $\underline{U}_2/\underline{U}_1$.

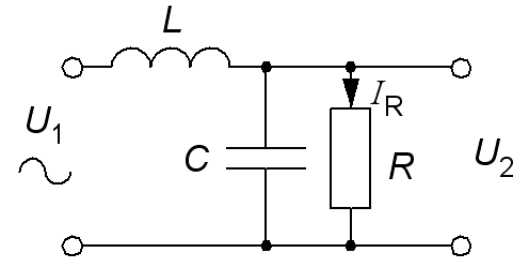
b) Vid vilken vinkelfrekvens ω_x blir nämnaren rent imaginär? Ge ett uttryck för denna frekvens ω_x med R L och C .

c) Vilket värde har beloppfunktionen vid denna vinkelfrekvens, ω_x ?

d) Vilket värde har fasfunktionen vid denna vinkelfrekvens, ω_x ?

e) Ge ett uttryck för överföringsfunktionen mellan överföringsfunktion $\underline{I}_R/\underline{U}_1$

(Obs! Du har redan överföringsfunktionen $\underline{U}_2/\underline{U}_1$ från a)



$$a) \frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)} = ? \quad b) \omega_x(R, L, C) = ? \quad c) \left| \frac{\underline{U}_2(\omega_x)}{\underline{U}_1(\omega_x)} \right| = ? \quad d) \arg\left(\frac{\underline{U}_2(\omega_x)}{\underline{U}_1(\omega_x)} \right) = ? \quad e) \frac{\underline{I}_R(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)} = ?$$

Filter LCR if time ... (14.8)

$$a) b) \quad R \parallel C = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

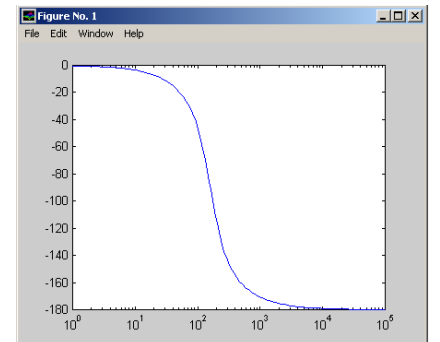
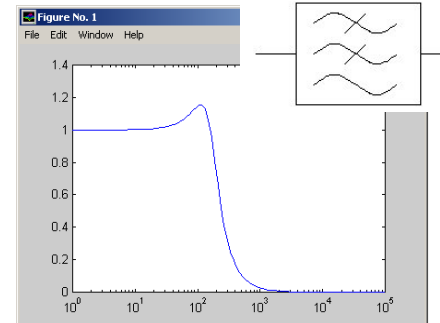
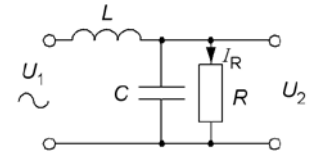
$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega RC}} \cdot \frac{1 + j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{R}{j\omega L(1 + j\omega RC) + R} =$$

$$= \frac{R}{(R - \omega^2 RLC) + j\omega L} \quad RE\left[\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right] = 0 \Rightarrow \omega^2 RLC = R \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$c) \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{(R - \omega^2 RLC) + j\omega L} = \left\{ \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right\} = \frac{R}{0 + j\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$d) \quad \arg\left[\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right] = \arg\left[\frac{R}{j\sqrt{\frac{L}{C}}}\right] = -90^\circ$$

$$e) \quad \frac{\underline{I}_R}{\underline{U}_1} = ? \quad \underline{I}_R = \frac{\underline{U}_2}{R} \Rightarrow \frac{\underline{I}_R}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \cdot \frac{1}{R} = \frac{1}{(R - \omega^2 RLC) + j\omega L}$$

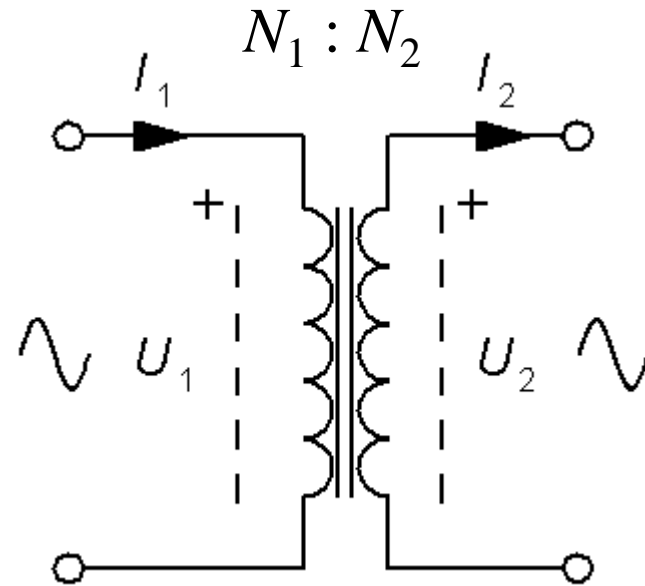


William Sandqvist william@kth.se

Spänningsomsättning

$$U_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad U_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

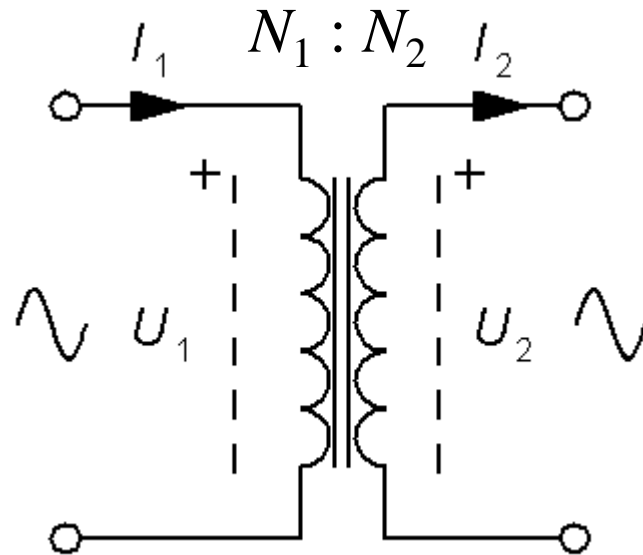


Strömomsättning

$$P_1 = P_2 \quad (P_0, I_0 = 0)$$

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{I_2}{I_1} \approx \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

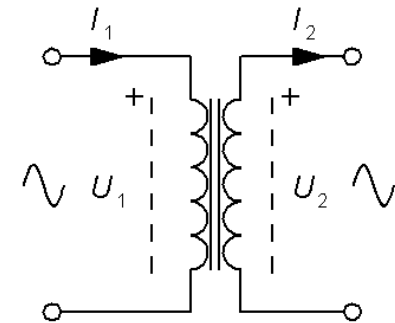


William Sandqvist william@kth.se

Två värden saknas? (15.1)

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	?	200	?	9 A

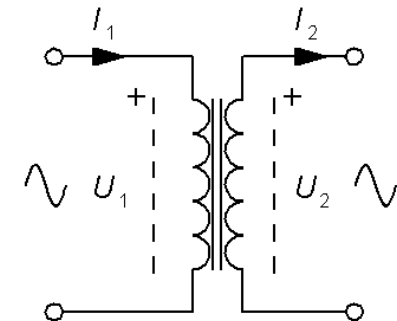


Beräkna de två värden som saknas. I_1 och U_2 .

Två värden saknas! (15.1)

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	3 A	200	75 V	9 A



Beräkna de två värden som saknas. I_1 och U_2 .

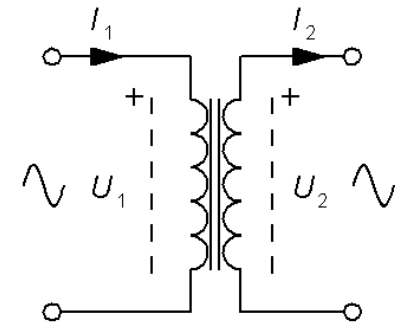
$$n = N_1/N_2 = 600/200 = 3$$

$$I_1 = \frac{1}{n} I_2 = \frac{9}{3} = 3 \qquad U_2 = \frac{1}{n} U_1 = \frac{225}{3} = 75$$

Två värden saknas? (15.2)

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
?	230 V	2 A	150	?	12 A

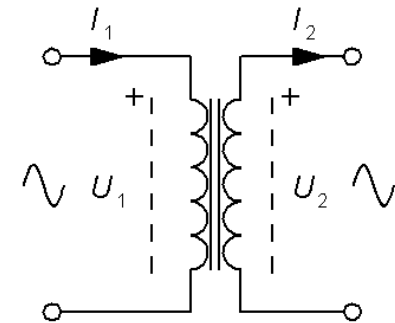


Beräkna de två värden som saknas. N_1 och U_2 .

Två värden saknas! (15.2)

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
900	230 V	2 A	150	38 V	12 A



Beräkna de två värden som saknas. N_1 och U_2 .

$$n = I_2/I_1 = 12/2 = 6$$

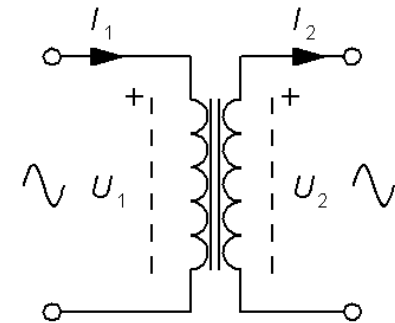
$$N_1 = N_2 \cdot n = 150 \cdot 6 = 900$$

$$U_2 = U_1/n = 230/6 = 38,3 \text{ V}$$

Två värden saknas? (15.3)

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	?	?	127 V	9 A

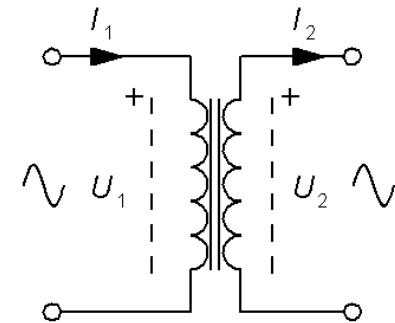


Beräkna de två värden som saknas. I_1 och N_2 .

Två värden saknas! (15.3)

För en transformator i drift angavs följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	5 A	339	127 V	9 A



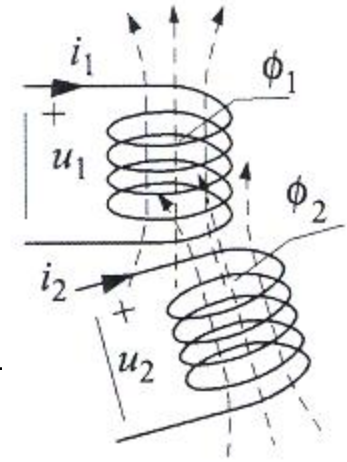
Beräkna de två värden som saknas. I_1 och N_2 .

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{225}{127} = 1,77 \Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} N_1 = \frac{600 \cdot 127}{225} = 339$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \frac{339}{600} 9 = 5,08 \text{ A}$$

William Sandqvist william@kth.se

Induktiv koppling



$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

*Kopplingsfaktorn anger hur stor del av flödet en spole har gemensamt med en annan spole
En ideal transformator har kopplingsfaktorn $k = 1$ (100%)*

$\pm M$ kallas för ömsinduktansen

- Seriekopplade spolar

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 + 2M$$

- **Antiseriekopplade** spolar

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 - 2M$$

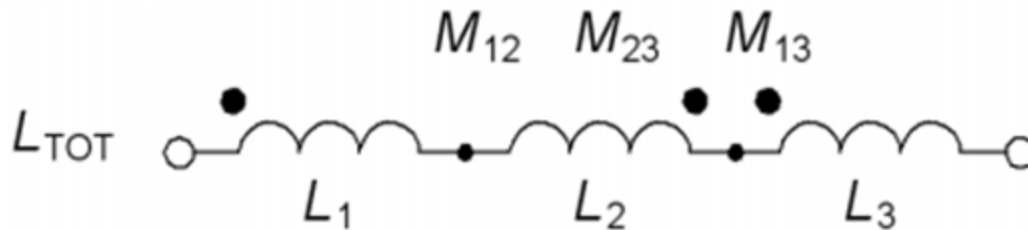
- Parallellkopplade spolar

$$L_{TOT} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

- **Antiparallellkopplade** spolar

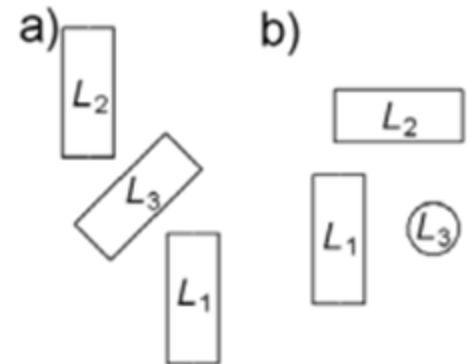
$$L_{TOT} = \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

Ömsinduktans (15.8)



Tre induktorer $L_1 = 12$, $L_2 = 6$, $L_3 = 5$ [H] seriekopplas. När man seriekopplar induktorer kan placeringen på kretskortet ha betydelse. I figuren till vänster a) kommer induktorerna att ha en del av de magnetiska kraftlinjerna gemensamma. De har då ömsinduktanserna $M_{12} = 3$, $M_{23} = 1$, $M_{13} = 1$ [H].

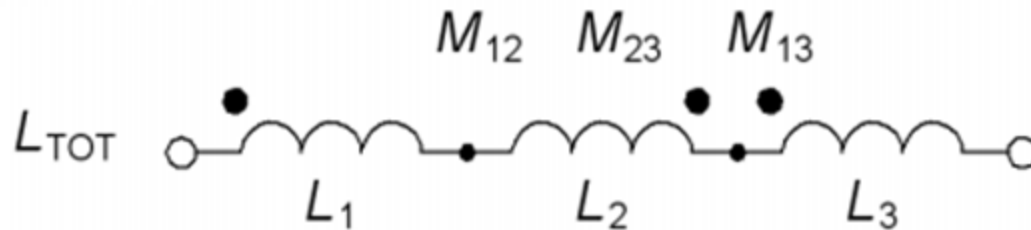
I figuren till höger b) är induktorerna monterade tredimensionellt så att det inte finns några delade kraftlinjer.



a) Beräkna totala induktansen för arrangemanget i figur a). $L_{TOT} = ?$

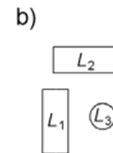
b) Beräkna totala induktansen för arrangemanget i figur b). $L_{TOT} = ?$

Ömsinduktans (15.8)



$$\begin{aligned}
 \text{a) } L_{TOT} &= L_1 - M_{12} + M_{13} + \\
 &L_2 - M_{12} - M_{23} + \\
 &L_3 - M_{23} + M_{13} = \\
 &= 12 - 3 + 1 + 6 - 3 - 2 + 5 - 1 + 1 = 16 \text{ [H]}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } L_{TOT} = L_1 + L_2 + L_3 = 12 + 6 + 5 = 23 \text{ [H]}$$



William Sandqvist william@kth.se