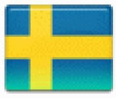
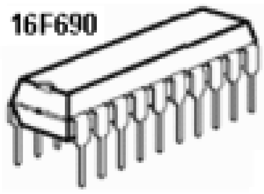
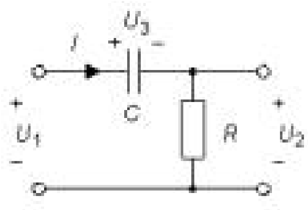
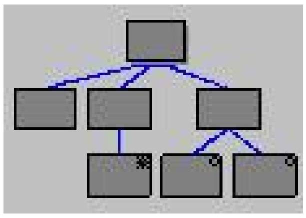
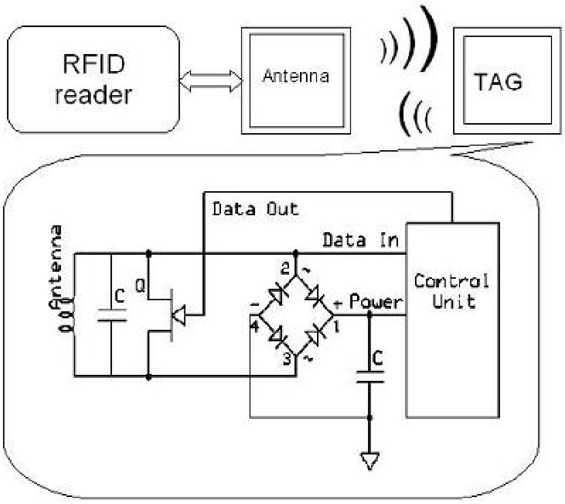
Inbyggd elektronik övningshäfte

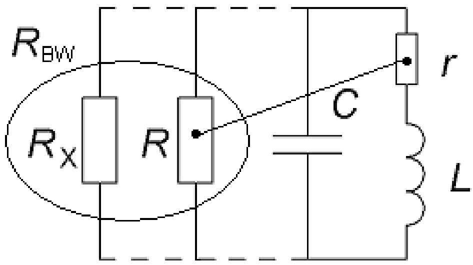










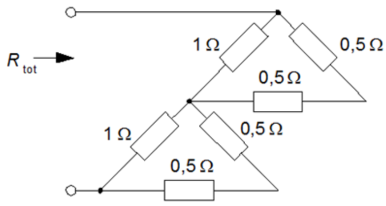


Ersättningsresistans, Resistivitet och resistorers temperaturberoende, Serie – parallell kretsar, Batterier, Kirchoffs strömlag/spänningslag, Kirchoffs lagar, Nodanalys – potential, Tvåpolssatsen, Transienter, Kapacitans, Magneter – Induktans,
Visare, visardiagram, jω-metoden, Resonans, Filter, Transformator, Induktiv koppling.

Ersättningsresistans

1.1

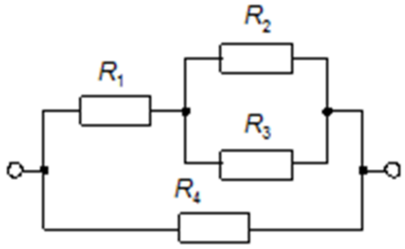
Hur stor blir ersättningsresistansen R_{tot} för detta nät ? (Givet resistorer med resistansvärdena 1 Ω och 0,5 Ω kopplade enligt figuren).



R_{tot} = ? [Ω]

1.2

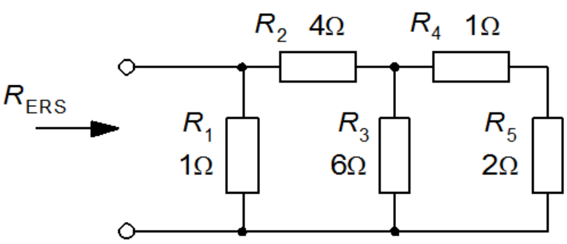
Hur stor blir ersättningsresistansen R_{tot} för detta nät?
Givet:
R_1 = 1 Ω
R_2 = 21 Ω
R_3 = 42 Ω
R_4 = 30 Ω



R_{tot} = ? [Ω]

1.3

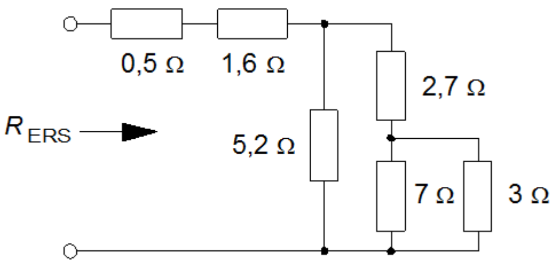
Hur stor blir ersättningsresistansen R_{ERS} för detta nät.
R_1 = 1 Ω, R_2 = 4 Ω, R_3 = 6 Ω, R_4 = 1 Ω, R_5 = 2 Ω



R_{ERS} = ? [Ω]

1.4

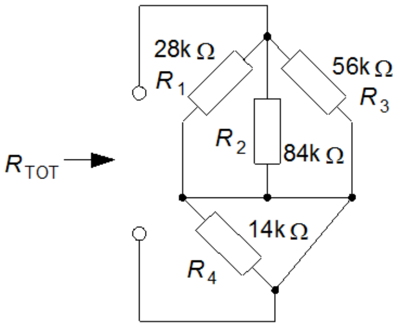
Beräkna ersättningsresistansen R_{ERS} för detta nät. Resistorerna har värdena 0,5 Ω, 1,6 Ω, 5,2 Ω, 2,7 Ω, 7 Ω och 3 Ω Se figur.



R_{ERS} = ? [Ω]

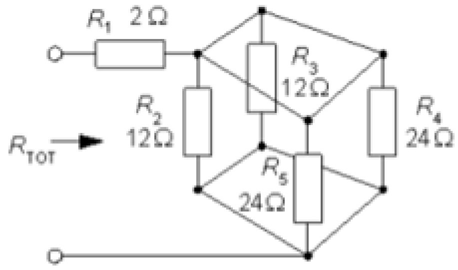
1.5

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{tot} för detta nät bestående av 4 st motstånd?



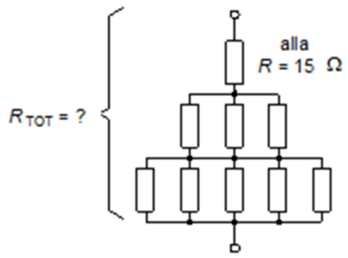
1.6

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{tot} för detta nät bestående av 5 st ihoplödda motstånd?



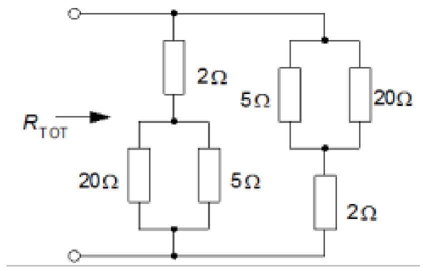
1.7

Man bygger en ”pyramid” av resistorer med R = 15 Ω. Se figuren.
Hur stor blir ersättningsresistansen R_{TOT} ?



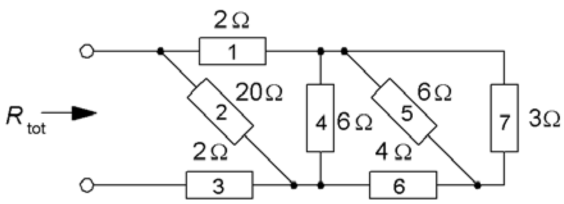
1.8

Hur stor blir ersättningsresistansen R_{TOT} för detta nät bestående av 6 st motstånd?
R_{TOT} = ? [Ω]

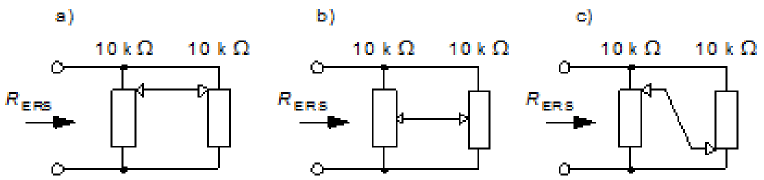


1.9

Ställ upp ett uttryck, och beräkna, ersättnings-resistansen R_{tot}. (använd tex. || för att beteckna parallellkoppling).
$R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $R_4 = 6\Omega$, $R_5 = 6\Omega$, $R_6 = 4\Omega$, $R_7 = 3\Omega$.



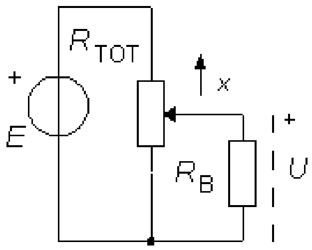
1.10

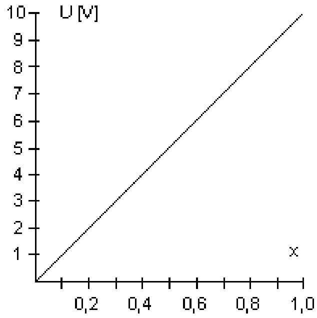


Två potentiometrar med totalresistansen 10 kΩ är hopkopplade som figuren visar. Hur stor blir ersättningsresistansen när:

a) båda potentiometrarna står i övre ändläget. R_{ERS} = ? [Ω]
b) båda potentiometrarna står i mittläget. R_{ERS} = ? [Ω]
c) den ena potentiometern står i övre ändläget, den andra i nedre ändläget. R_{ERS} = ? [Ω]

1.11



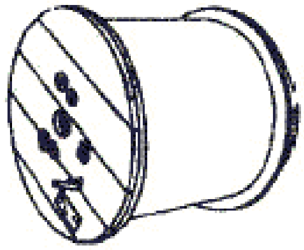


En potentiometer med totala resistansen R_{TOT} = 10 kΩ ansluts till ett mätinstrument som har den inre resistansen R_B = 1 kΩ. Detta är en alldeles för låg belastningsresistans, så instrumentet belastar potentiometergivaren så att linjäriteten förloras.
Diagrammet visar det ideala sambandet mellan *U* och *x*. Skissa (grovt) i diagrammet hur avvikelsen från den ideala kurvan blir. Antag att *E* = 10 V och att 0 < x < 1.

Resistivitet och resistorers temperaturberoende

2.1

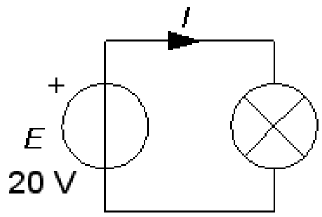
Hur lång är kabeln? En elinstallationsfirma brukar ge sina praktikanter följande uppdrag - på lagret finns en stor och tung kabelrulle, hur lång är kabeln?



En kabel består av två ledare. En ledare och en återledare. De två ledarna i den kabel-ände som är inlindad längst in i rullen har avisolerats och tvinnats ihop. Den andra kabeländen är direkt åtkomlig. På kabel-rullens sida står stämplat att ledarna har tvärsnittsarean $\boldsymbol{A} = 2{,}5$ mm^2.
Resistiviteten för koppar $\rho = 0{,}018$ [Ωmm^2/m].
(Detta är utantill-kunskap för många inom elbranschen).

2.2

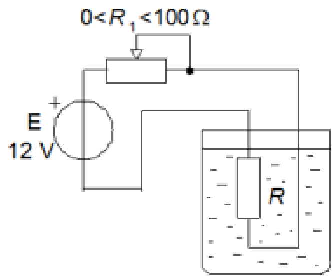
Med en strålningstermometer kan man beröringsfritt mäta temperatur. För att kontrollera en sådan termometer riktade man den mot en lysande glödlampa och den visade då temperaturen 280 °C. Glödlampan hade Wolframtråd och matades med spänningen 20 V. Den förbrukade 0,11 A.
Tidigare hade man mätt upp den kalla lampans resistans vid rumstemperaturen 22 °C till 98 Ω. Temperaturkoefficienten för Wolfram $\alpha = 4{,}5\cdot 10^{-3}$.



Beräkna glödtrådens temperatur [°C] och svara på om strålningstermometern visade rätt [rätt/fel].

2.3

En doppvärmare, med resistansen R = 50 Ω vid rumstemperaturen 25 °C, används tillsammans med ett justerbart motstånd R_1, inställbart mellan 0 och 100 Ω.
Doppvärmarens motståndstråd är tillverkad av Nickel. Nickel har temperaturkoefficienten $\alpha = 6{,}7\cdot 10^{-3}$. De två resistorerna är anslutna till en stabil spänningskälla E = 12 V. Se figur.

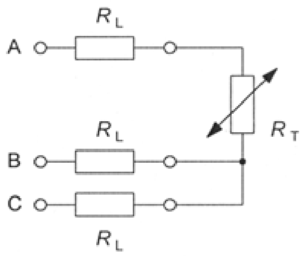


a) Man justerar R_1 tills vattnet börjar koka (100 °C). Vilket värde har resistansen R då? R = ? [Ω]

b) Man läser av R_1 = 25 Ω.
Vilken värmeeffekt tillförs då vattnet via R? P = ? [W]

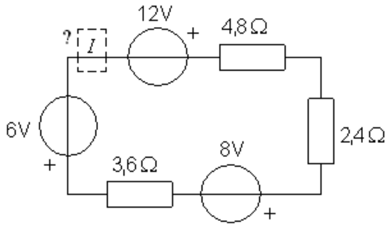
2.4

Beskriv principen för så kallad treträdsmätning.



Serie – parallell kretsar

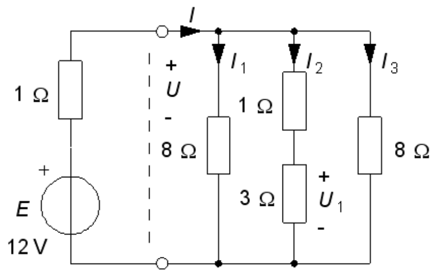
3.1
Bestäm strömmen I till storlek och riktning.



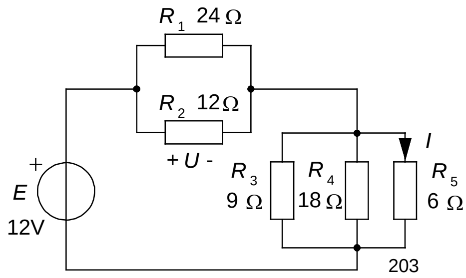
3.2
a) Beräkna den resulterande resistansen R_{RES} för de tre parallellkopplade grenarna.

b) Beräkna strömmen I och spänningen U.

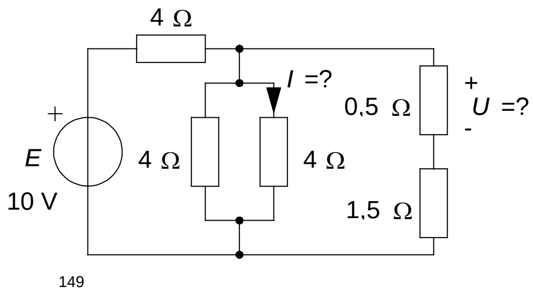
c) Beräkna de tre belastningsströmmarna I_1 I_2 och I_3 samt spänningen U_1 över 3 Ω-motståndet.



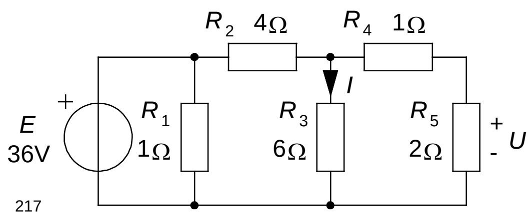
3.3
Beräkna strömmen I och spänningen U för figurens serie-parallellkrets.



3.4
Beräkna strömmen I = ? och spänningen U = ? för figurens serie-parallellkrets.

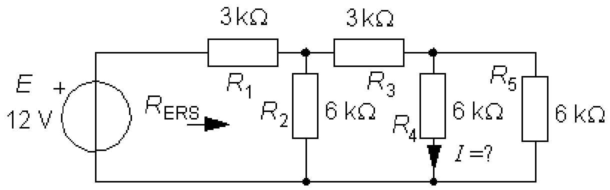


3.5
Beräkna strömmen I och spänningen U för figurens serie-parallellkrets.



3.6
a) Ställ upp ett utryck för, och beräkna, ersättningsresistansen R_{ERS}.
b) Ställ upp ett uttryck för, och beräkna, strömmen I.

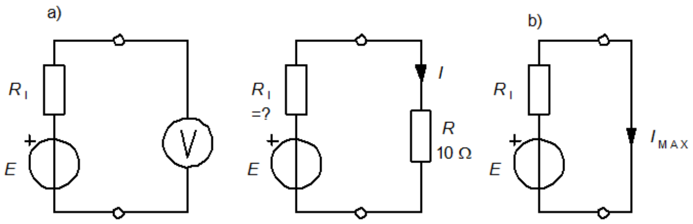
$R_1 = 3$ kΩ $R_2 = 6$ kΩ $R_3 = 3$ kΩ
$R_4 = 6$ kΩ $R_5 = 6$ kΩ



Batterier

4.1
Ett batteri har kapacitetstalet $C_{20} = 60$ Ah. Kapacitetstalet baserar sig på laboratoriemätningar.
a) Hur länge pågick urladdningen, och vilken urladdningsström användes vid laboratoriemätningen?
b) Antag att batteriet med kapacitetstalet $C_{20} = 60$ Ah används till en glödlampa som "drar" strömmen 1 A. Hur länge räcker batteriet?
c) Antag nu att batteriet ska driva en startmotor som "drar" strömmen 300 A. Hur länge räcker batteriet? (räkna med att kapacitetstalet reduceras med 30% vid denna höga ström).

4.2



För att ta reda på ett batteris inre resistans R_I gjorde man två mätningar. se figuren ovan tv.
Först mätte man batteriets emk med en bra voltmeter $E = 1{,}4$ V, och därefter belastade man batteriet med en resistor $R = 10$ Ω och uppmätte då strömmen I genom resistorn till $I = 123$ mA.

a) Hur stor var batteriets inre resistans? $R_I = ?$ [Ω]

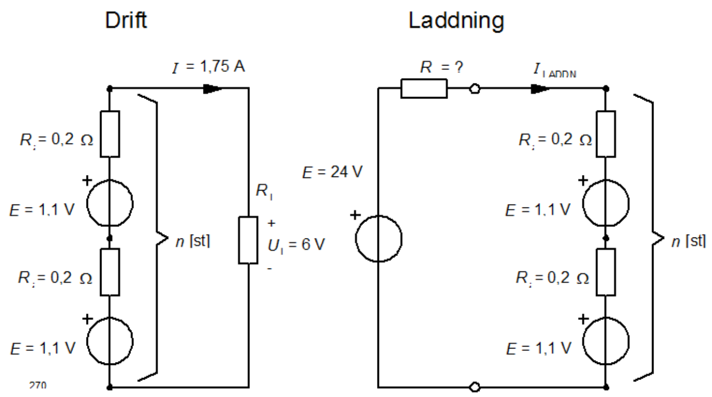
b) Vilken största ström I_{MAX} skulle man kunna ta ut ur batteriet om detta kortslöts? $I_{MAX} = ?$ [mA]

4.3

En batteridriven utrustning drivs från ett laddningsbart batteri. Batteriet består av ett antal (n st) NiCd-celler.

(Figuren är förenklad med bara två av de n cellerna utritade.) Cellerna har E = 1,1 V och R_i = 0,2 Ω. Kapacitetstalet för varje cell är C = 3000 mAh.

Utrustningen förbrukar 1,75 A vid 6 V, hur många celler behöver man?



a) n = ?

Batteriet laddas från ett 24 V batteri. Vilken laddningsström I_{LADDN} ska man ha om man önskar att batteriet ska snabbladdas på en timme? (Från tomt till fullt, med antagandet att cellernas E är konstant under laddningen).

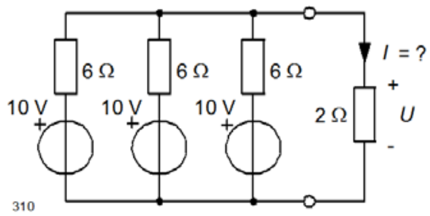
b) I_{LADDN} = ?

Vilket värde ska R ha för att man ska erhålla denna laddningsström?

c) R = ?

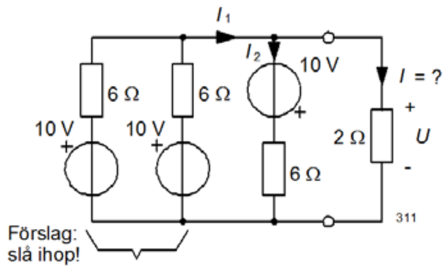
4.4

Tre likadana batterier med E = 10 V och inre resistansen 6 Ω parallellkopplas för att leverera ström till en resistor med resistansen 2 Ω.



a) Hur stor blir strömmen I och klämspänningen U?
I = ? [A]
U = ? [V]

b) Av misstag vänder man ett av batterierna fel. Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmarna I_1, I_2, och I till storlek och riktning (tecken). Bestäm U.
Uppgiften förenklas om Du ”slår ihop” de två rättvända batterierna till ett batteri på liknande sätt som i **a**.

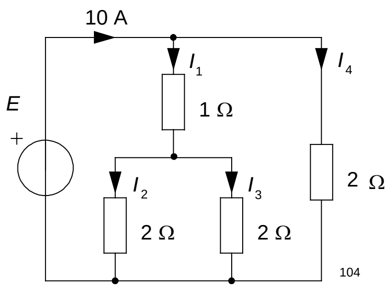


I_1= ? [A]
I_2 = ? [A]
I = ? [A]
U = ? [V]

Kirchoffs strömlag och spänningslag

5.1

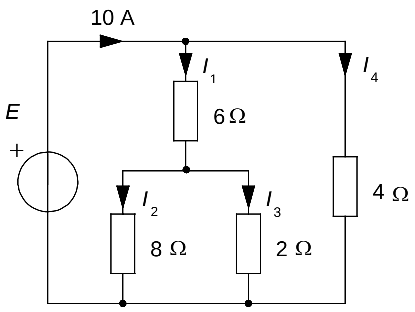
Beräkna de fyra strömmarna I_1 I_2 I_3 och I_4.



5.2

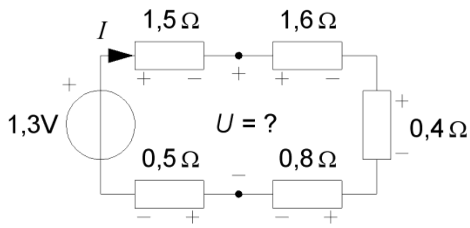
Man vet att strömmen från emk, E, till kretsen är 10 A. Hur stora är strömmarna I_1, I_2, I_3, I_4 ? Hur stor är E ?

I_1 = ?
I_2 = ?
I_3 = ?
I_4 = ?
E = ?



5.3

Använd Kirchoffs spänningslag för att beräkna U = ?

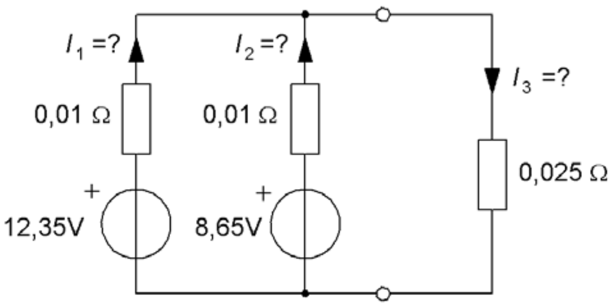


Kirchoffs lagar, ekvationssystem

6.1

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma de tre strömmarnas belopp och riktning (tecken).
I_1=?, I_2=?, I_3=?.

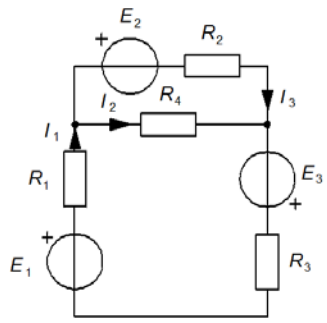
En tolkning av kretsen:
En bilägare parallellkopplar sitt dåliga batteri (8,65V) med ett lånat bra batteri (12,35V) för att få fart på startmotorn (0,025Ω) en kall vinterdag. Efter att ha löst uppgiften vet du om han hade någon nytta av sitt dåliga batteri?



6.2

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmarna I_1, I_2, och I_3 till storlek och riktning (tecken).
Givet:
E_1 = 5V R_1 = 1 Ω
E_2 = 21V R_2 = 2 Ω
E_3 = 4V R_3 = 2 Ω
R_4 = 15 Ω

I_1= ? [A]
I_2 = ? [A]
I_3 = ? [A]



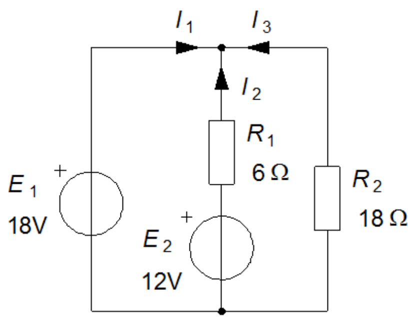
6.3

Använd Kirchoffs lagar för att

a) Bestämma spänningen över R_2 (18Ω resistorn).

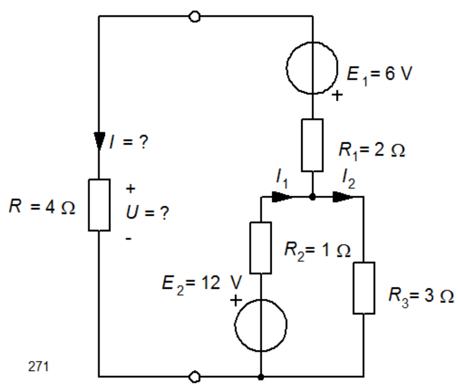
b) Bestämma strömmen I_2 till belopp och riktning.

c) Bestämma strömmen I_1 till belopp och riktning.



6.4

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmen I:s och spänningen U:s storlek och riktning (tecken).

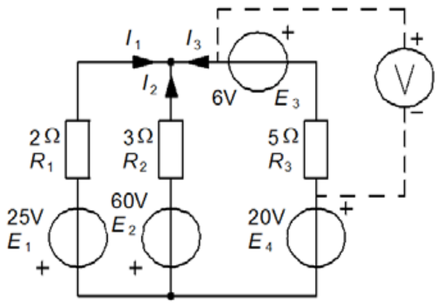


6.5

a) Ställ med hjälp av Kirchoffs två lagar upp ett ekvationssystem med vars hjälp de tre strömmarna I_1 I_2 och I_3 kan beräknas. Hyfsa ekvationerna. (Du behöver således *inte* lösa ekvationssystemet)

Om ekvationssystemet löses får man:
I_1 = 1,87 I_2 = -10,4 I_3 = 8,55 [A].

b) Vad visar voltmetern längst till höger i figuren (ange både spänningens belopp och tecken) [V]?



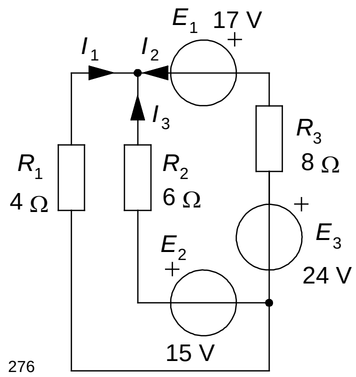
6.6

Använd Kirchoffs lagar för att bestämma strömmarna I_1, I_2, och I_3 till storlek och riktning (tecken).

I_1 = ? [A]

I_2 = ? [A]

I_3 = ? [A]



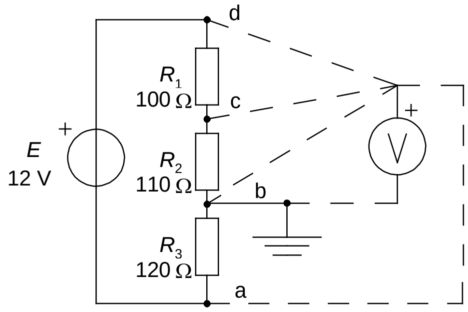
Potential, nodanalys, beroende generator

7.1

En spänningsdelare bestående av tre motstånd R_1 = 100 Ω, R_2 = 110 Ω, R_3 = 120 Ω, matas med en emk E = 12 V. Man mäter potentialen (spänningen i förhållande till jord) vid olika uttag på spänningsdelaren.

Voltmeterns minuspol är hela tiden ansluten till uttag b, jord, medan voltmeterns pluspol i tur och ordning ansluts till uttagen a, b, c, och d.

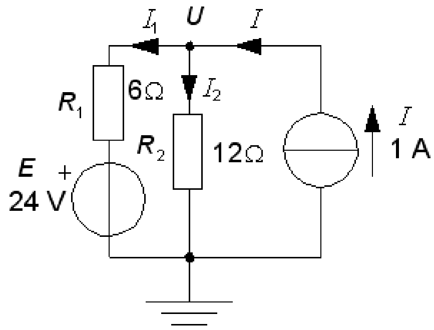
Vad visar voltmetern? Fyll i tabellen nedan.



Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]				

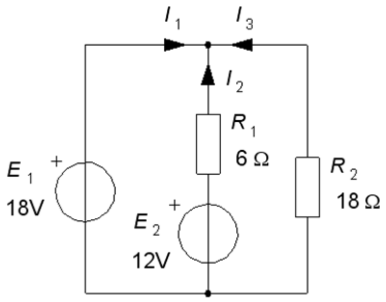
7.2

Använd nodanalys för att beräkna strömmarna I, I_1, och I_2.



7.3

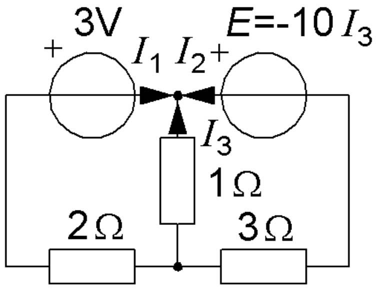
Använd nodanalys för att bestämma strömmarna I_1 I_2 och I_3 till belopp och riktning.



7.4 Beroende generator

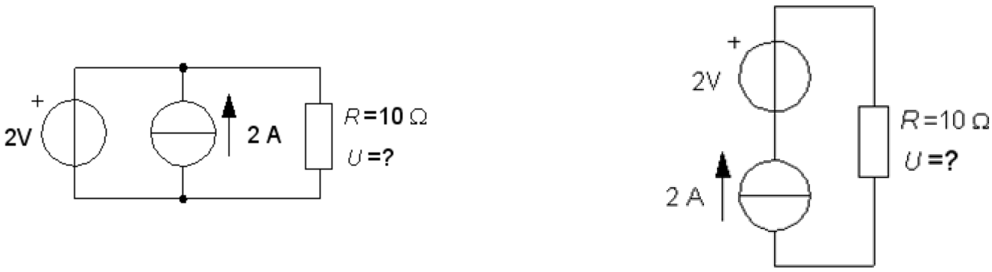
Använd Kirchoffs lagar för att bestämma de tre strömmarnas belopp och riktning (tecken).
I_1=?, I_2=?, I_3=?.

Observera att *E* är en beroende emk.
Den beroende emken E beror av strömmen genom 1 Ω resistorn enligt sambandet $E = -10 \cdot I_3$.



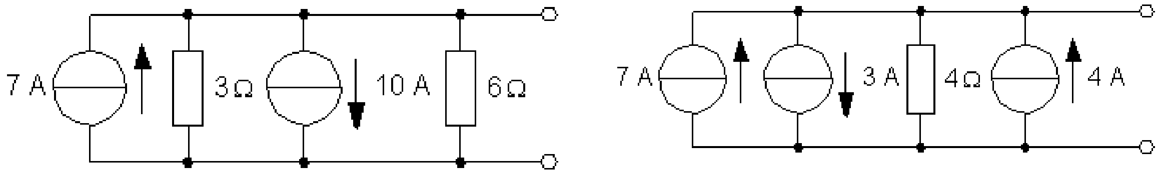
Tvåpolssatsen, superposition

8.1



Vilket värde får spänningen U i dessa idealiserade och vanligtvis verklighetsfrämmande kretsar?

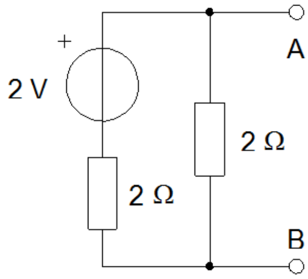
8.2



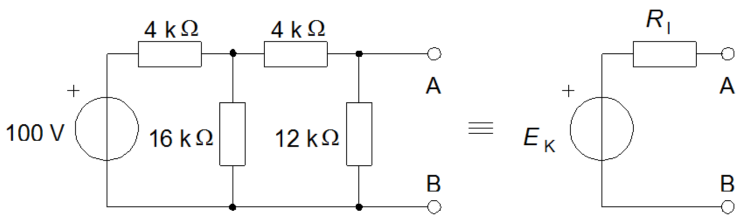
Förenkla de två tvåpolerna.

8.3

Ersätt den givna tvåpolen med en enklare som har en emk i serie med en resistor.



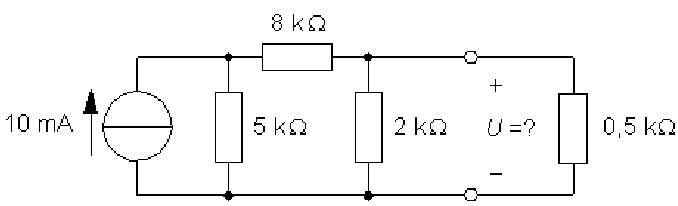
8.4



a) Bestäm spänningen mellan A och B (den sk tomgångsspänningen).
b) Bestäm den ström som skulle gå genom en ledare med mycket liten resistans, om den kopplas in direkt mellan A och B i figuren (den så kallade kortslutningsströmmen.)
c) Bestäm en krets bestående av en emk E_K i serie med en resistans R_I (enligt figuren) som är ekvivalent med den givna kopplingen, om denna betraktas från punkterna A och B.
d) Bestäm den maximala effektutvecklingen som kan erhållas i ett motstånd inkopplat mellan punkterna A och B. (Använd resultatet från uppgift c.)

8.5

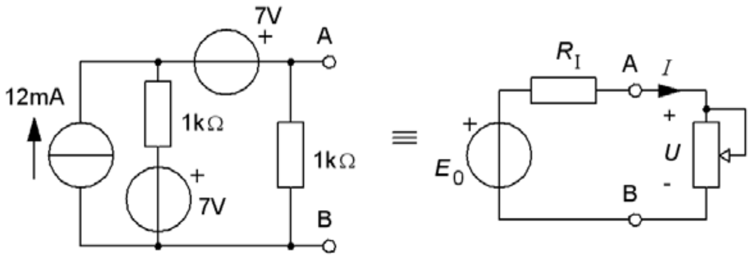
Använd tvåpolssatsen för att steg för steg reducera nätet till en tvåpol, och sedan beräkna spänningen U = ?



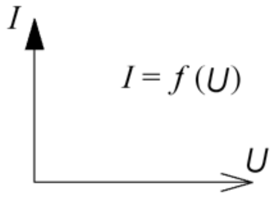
8.6

a) Ta fram en ekvivalent Thévenin-tvåpol, E_0 R_I, till nätet med de två spänningskällorna (7V) och strömkällan (12 mA).

E_0 = ? [V] R_I = ? [kΩ]

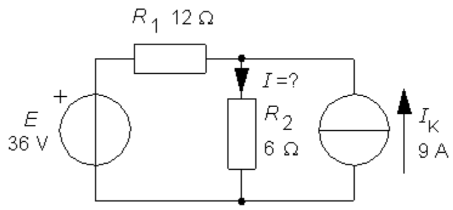


b) Tvåpolen AB ansluts till en varierbar resistor. Man mäter spänning och ström för att rita upp tvåpolens karakteristiska kurva I som en funktion av U. Rita denna kurva. Gradera axlarna.



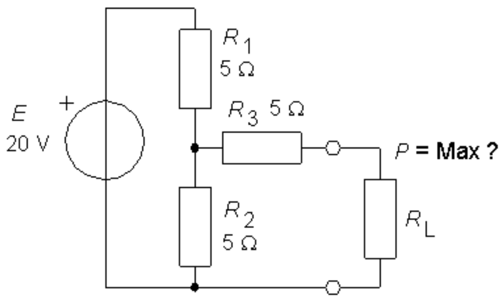
8.7 superposition

Använd superposition för att lösa I = ?.

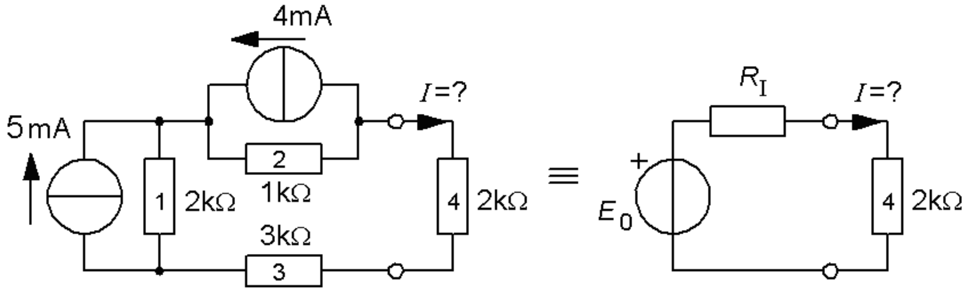


8.8

Välj belastningen R_L för största effekt.
Hur stor blir effekten?

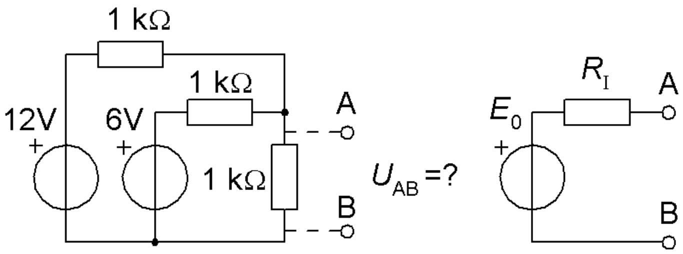


8.9



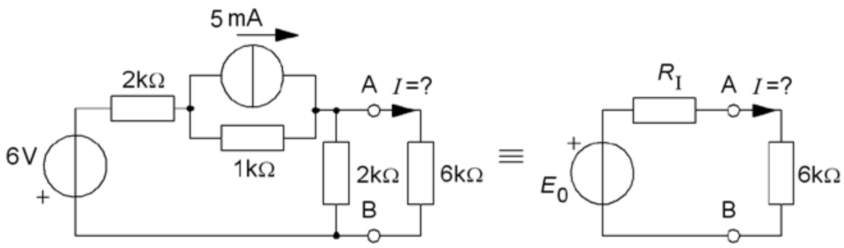
a) Ta fram en ekvivalent Thévenin-tvåpol, E_0 R_I, till nätet med de två strömkällorna.
b) Beräkna därefter hur stor strömmen I skulle bli då man ansluter en resistor R_4 = 2 kΩ till orginalnätet.

8.10



a) Ta fram en ekvivalent Thévenin-tvåpol, E_0 R_I, till nätet med de två spänningskällorna och de tre resistorerna.
b) Hur stort är spänningsfallet U_{AB} över 1 kΩ resistorn i den ursprungliga kretsen?

8.11



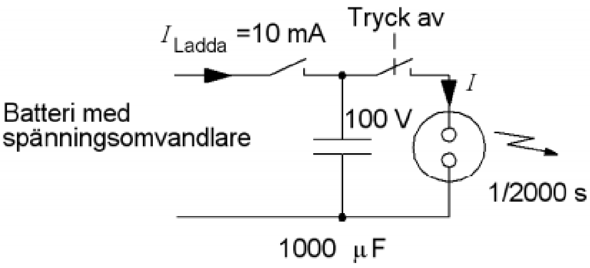
a) Ta fram en ekvivalent Thévenin-tvåpol, E_0 R_I, till nätet med spänningskällan och strömkällan och de tre resistorerna. (6 kΩ resistorn ingår *inte* i tvåpolen)
b) Hur stor ström skulle flyta i en 6 kΩ resistor om den anslöts mellan klämmorna A-B? Beräkna strömmen I:s storlek och riktning (positiv strömriktning enligt figuren).

Kapacitans, magnetism, induktans

9.1

Figuren visar en principbild över en kamerablixt.

a) Hur stor är den elektriska energin som är upplagrad i kondensatorn W?
b) Hur stor är kondensatorns laddning Q?
c) Hur stor är blixtströmmen (medelvärdet) I?
d) Hur stor är effekten under blixturladdningen P?
e) Hur länge måste man vänta på nästa blixt t_{LADDA}?



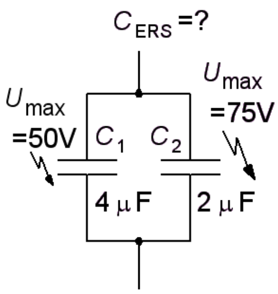
9.2

Backup-kondensatorer av typen ”Supercap” kan användas som sSpänningsbackup till tex minnen – om man tex. behöver flytta telefonen från ett rum till ett annat *utan* att telefonen ”glömmer” snabbnummren.

Gör en överslagsberäkning över hur länge laddningen i kondensatorn räcker? Antag att C = 1 F och att U från början är 5V. Utrustningen drar I = 10 mA och fungerar ända ned till 2,5V.

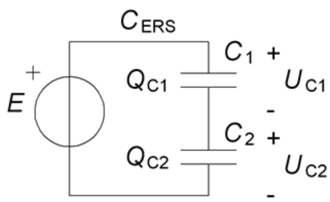
9.3

Två kondensatorer parallell-kopplas. Vad gäller för ersättningskapacitansen och ersättningsmärkspänningen?
C_1 = 4 µF 50V
C_2 = 2 µF 75V



9.4

Två kondensatorer seriekopplas. Beräkna ersättningskapacitansen och ange hur spänningen delas mellan kondensatorerna.
E = 10 V
C_1 = 6 µF
C_2 = 12 µF



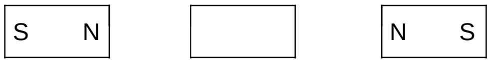
9.5

Tre permanentmagneter är placerade i rad som figuren visar. Rita in de magnetiska kraftlinjerna i figuren. Markera med pilar det magnetiska fältets riktning.

238

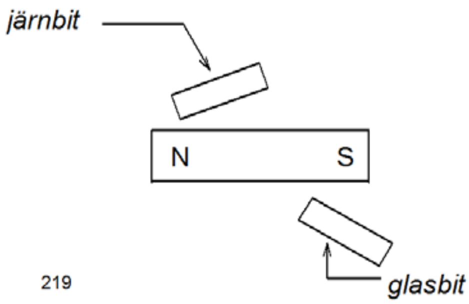
9.6

Två permanentmagneter är placerade på var sin sida om en lika stor metallbit. Se figur. Metallbiten, i mitten, är av ett material som har permabilitetstalet $\mu_r = 1$. Rita in de magnetiska kraftlinjerna i figuren. Markera med pilar det magnetiska fältets riktning.



9.7

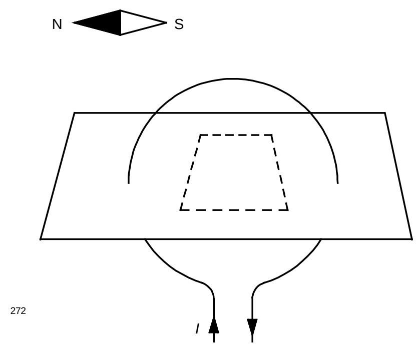
Skissa magnetens fältlinjer i figuren, och hur dessa påverkas av järnbiten och glasbiten i magnetens närhet. Markera även fältets riktning.



9.8

En koppartråd har formats som en slinga och trätts igenom ett papper. Se figuren. Genom slingan flyter en ström på några Ampere med den riktning som pilarna visar.

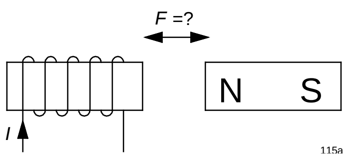
a) Rita ut det magnetiska fältet (de magnetiska kraftlinjerna). runt trådarna i papperets plan. Markera fältets riktning med pilar.
b) Antag att en nålmagnet (en kompassnål) placeras i det streckade området på papperet. Rita hur kompassnålen riktar in sig i det magnetiska fältet från trådslingan.



9.9

En strömgenomfluten spole och en permanentmagnet befinner sig i närheten av varandra. Se figur.

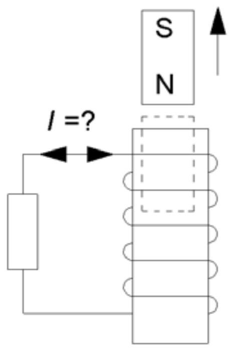
Vilken riktning får den resulterande kraften *F*, attraherande eller repeller-ande?



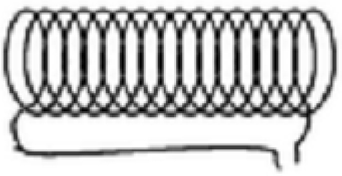
9.10

Lens lag.

Vi drar ut magneten (som en kork ur en flaska) ur spolen. Vilken riktning får strömmen?



9.11



$$L = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l} \qquad K = \frac{\mu \cdot A}{l} \qquad L = K \cdot N^2$$

Antag att en spole är lindad med N = 100 varv och Då har induktansen 1 H. Hur många varv skall lindas av om man vill ändra spolen så att induktansen blir ½ H?

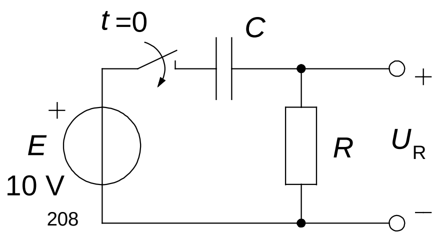
Transienter med RC och L/R

10.1

Vid tiden t = 0 sluts kontakten mellan spänningskällan E = 10 V och kondensatorn C = 500 µF som är seriekopplad med resistorn R = 500 Ω.

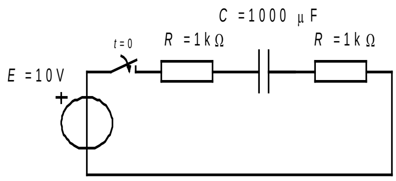
a) Efter hur lång tid är spänningen över resistorn U_R = 2 V?

b) Efter hur lång tid är spänningen över kondensatorn 2 V?



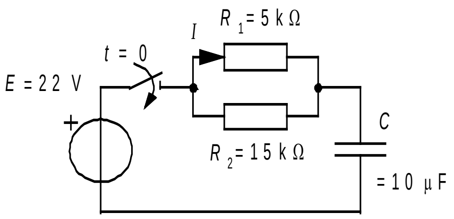
10.2

En kondensator C = 1000 µF är seriekopplad med två resistorer som vardera har resistansen R = 1kΩ. Vid tiden t = 0 ansluts en likspänningskälla med E = 10 V till kretsen.
Vid vilken tidpunkt (t = ?) har de tre komponenterna lika stor spänning över sig?



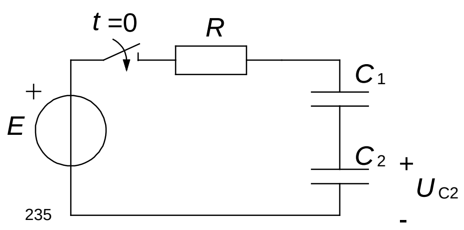
10.3

En kondensatorer, C = 10µF, laddas upp från en likspänningskälla E = 22 V. Uppladdningsströmmen begränsas med två parallellkopplade resistorer R_1 = 5 kΩ och R_2 = 15 kΩ. Uppladdningsförloppet startas genom att strömställaren sluts vid tiden t = 0.
a) Vilken tidkonstant τ har kretsen under uppladdningsförloppet?
b) Hur lång tid tar det tills strömmen I genom R_1 sjunkit till 3 mA?



10.4

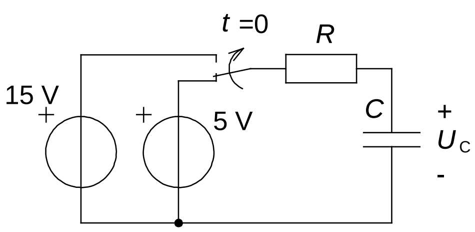
Två seriekopplade kondensatorer, C_1 = 25µF och C_2 = 15µF, laddas upp från en likspänningskälla E = 15 V.
Uppladdningsströmmen begränsas med en resistor R = 330 kΩ. Uppladdningsförloppet startas genom att strömställaren sluts vid tiden t = 0.
a) Vilken tidkonstant τ har kretsen under uppladdningsförloppet?
b) Hur lång tid tar det innan spänningen U_{C2} når 2 V?



10.5

Före tiden t = 0 är kondensatorn via omkopplaren ansluten till +5V. Vid tidpunkten t = 0 kastas omkopplaren om och kondensatorn ansluts till +15 V. Antag att R = 2000 Ω och att C = 1000 µF.

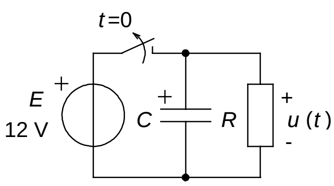
a) Hur lång tid tar det efter t = 0 för spänningen U_C att nå +10 V?
b) Hur lång tid efter t = 0 *uppskattar* du att det tar tills strömmen genom R upphört?



10.6

Före tiden t = 0 är likspänningskällan E = 12 V ansluten till R och C. Vid tidpunkten t = 0 bryts anslutningen till E. Antag att R = 110 Ω och att C = 10000 µF.

a) Hur lång tid tar det efter t = 0 för spänningen $u(t)$ över resistorn att sjunka till 2 V?
b) Hur lång tid efter t = 0 uppskattar du att det tar tills strömmen genom R upphört?



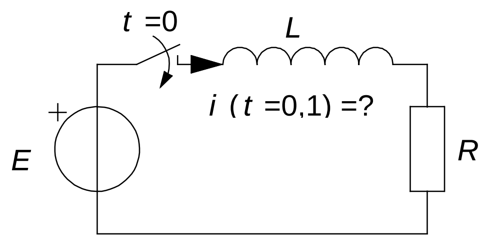
10.7

En spole med induktansen L = 0,8 H och den inre resistanser R = 12 Ω är via en strömställare ansluten till en likspänningskälla E = 12 V. Vid tiden t = 0 sluts strömställaren.

a) Hur stor är strömmen i genom kretsen efter en tiondels sekund? $i(t = 0{,}1)$ = ? [A]

b) Hur stor skulle strömmen vara efter en tiondels sekund *om* R vore dubbelt så stor $R = 2 \cdot 12 = 24$ Ω?

$i_{2R}(t = 0{,}1)$ = ? [A]



10.8

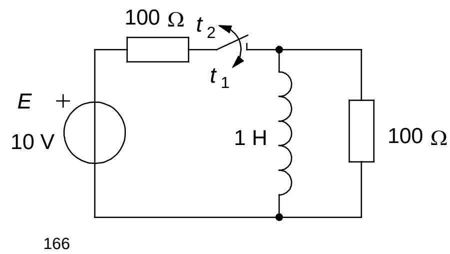
E är en likspänningskälla. Vid tidpunkten t_1 sluts strömställaren.

a) Hur stor blir strömmen genom spolen i första ögonblicket?

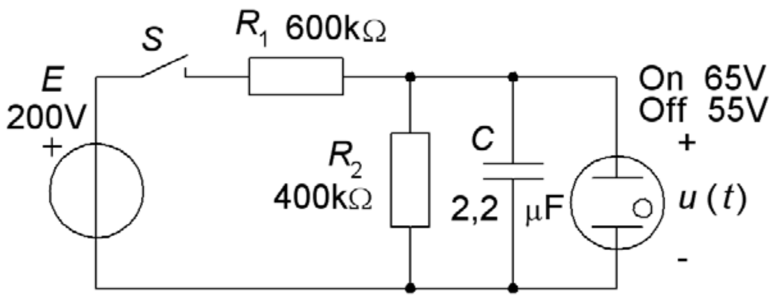
b) Hur stor blir strömmen genom spolen efter det att en lång tid förflutit?

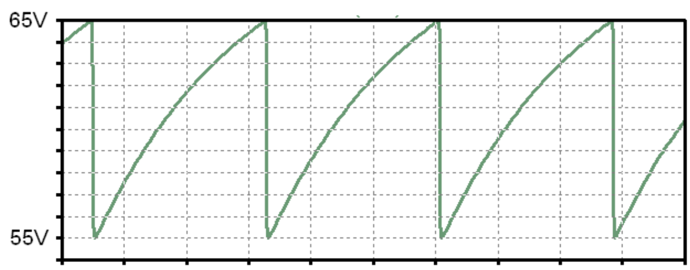
Senare, vid tidpunkten t_2 öppnas strömställaren.

c) ställ upp utrycket för strömmen genom spolen som funktion av tiden t för tiden efter t_2. (Antag att strömställaren öppnas vid $t = t_2 = 0$).



10.9





E = 200V R_1 = 600kΩ R_2 = 400kΩ C = 2,2μF On 65V Off 55 V

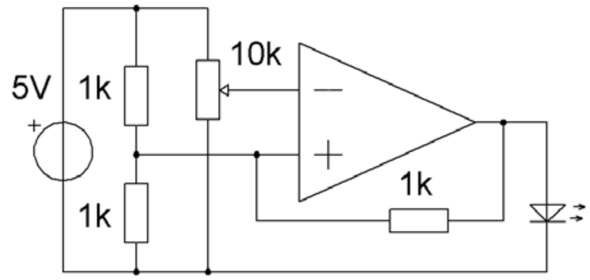
Kretsen ovan är en blink-koppling med en ***glimlampa*** (den var vanlig vid tiden före lysdioderna). Kondensatorn laddas upp. Glimlampan ”tänds”när spänningen över den blir högre än 65 V. Den laddar då snabbt ur kondensatorn till 55 V, och då ”släcks” lampan.

a) Från början är kondensatorn urladdad. Beräkna hur lång tid det tar tills den **första** ljuspulsen kommer, efter det att man slagit till strömställaren S.

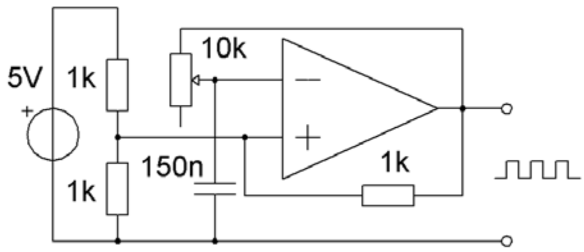
b) Därefter kommer kretsen att blinka med en konstant frekvens, se oscilloskopbilden. Beräkna hur lång tiden blir mellan blinkningarna?

c) Antag att man **tar bort** resistorn R_2 från kretsen. Hur lång blir då tiden mellan blinkningarna?

10.10

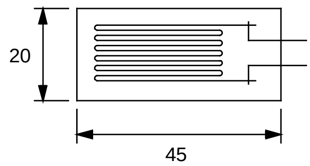


a) Beräkna Schmitt-triggerns omslagsnivåer.



b) Beräkna Schmitt-trigger-oscillatorns frekvens. Potentiometern är inställd på R = 5k.

10.11



En resistanstermometer används för att mäta temperaturen på ytan till en förbränningsmotor.
När motorn är varm läser man av 176 Ω, och när motorn svalnat i 10 minuter läser man av 139 Ω. Efter en lång tid (som man inte kan uppskatta) kommer motorn att ha svalnat till omgivningens temperatur. Omgivningstemperaturen har uppmäts med en vanlig termometer till 25° C.
Temperaturen $\vartheta\,[\,^\circ\mathrm{C}\,]$ under avsvalningsförloppet följer en exponentialfunktion med en tidkonstant τ, så den ”**allmänna formeln för exponentiella förlopp**” kan användas.
För resistanstermometern (av Platina) gäller sambandet:

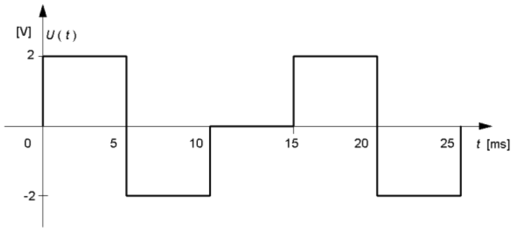
$$R(\vartheta) = 100 \cdot (1 + 3{,}85 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta)\ [\,\Omega\,]$$

- Bestäm avsvalningsförloppets tidkonstant.
  τ = ? [minuter]

Växelspänning, visare

11.1
En sinusformad storhet har maxvärdet 6,0 och blir 0 2000 gånger per sekund. Tiden $t = 0$ är vald så att storheten vid den tiden har värdet 3,0 och är på väg mot 6,0. Ange storheten i
a) matematisk form
b) vågform
c) visarform

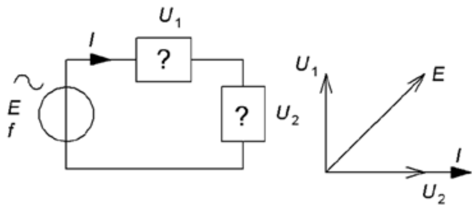
11.2
Beräkna denna periodiska växlande spännings effektivvärde – den motsvarande likspänning som skulle ge samma effekt i en resistor.



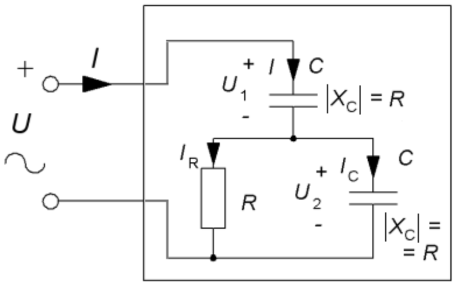
11.3
Vilket förhållande råder mellan amplituden, toppvärdet, och effektivvärdet för en sinusspänning?

Visardiagram

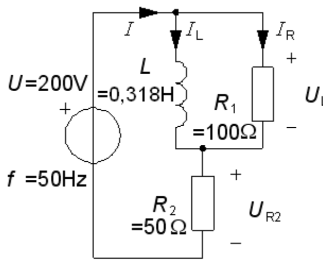
11.4
Identifiera komponenterna som gett upphov till spänningsvisarna U_1 och U_2.



11.5
Rita kretsens visardiagram över alla spänningar och strömmar. Uppskatta växelströmsmotståndet, impedansen Z som kvoten mellan längderna på U och I. Uppskatta impedansens fasvinkel φ som vinkeln mellan U och I visarna.



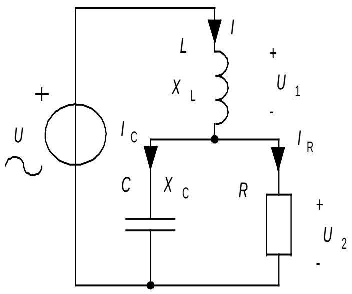
11.6
Kretsen i figuren matas med en sinusformad växelspänning $U = 200$ V, $f = 50$ Hz. Spolen har induktansen $L = 0{,}318$ H och de två resistorerna $R_1 = 100\ \Omega$ och $R_2 = 50\ \Omega$.
a) Beräkna X_L.
b) Rita visardiagram för denna växelströmskrets. Visardiagrammet ska innehålla U U_{LR} U_{R2} I I_R I_L. Förslag: U_{LR} som riktfas. Visarnas längder ska vara, åtminstone överslagsmässigt, proportionella.
c) Markera vinkeln φ i visardiagrammet, vinkeln mellan I och U.



11.7

Rita visardiagram för kretsen i figuren. Vid den aktuella frekvensen gäller att $X_C = R$ och $X_L = R/2$.
Visardiagrammet ska innehålla U U_1 U_2 I I_R I_C.
Markera även fasvinkeln φ (vinkeln mellan U och I).

U_2 är lämplig riktfas.

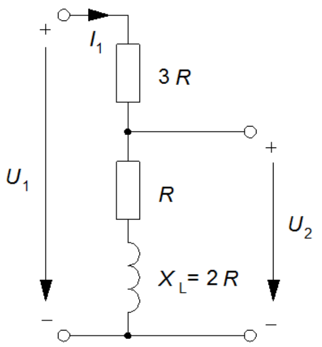


11.8

Figuren visar en spänningsdelare. Denna matas med en växelspänningen U_1 och utspänningen är spänningen U_2. Vid den aktuella frekvensen är spolens reaktans X_L = 2R.

Rita kretsens visardiagram med I_1, U_1 och U_2.

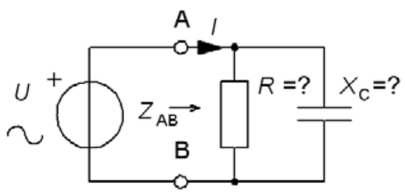
Använd I_1 som riktfas (= horisontell). (*Sträva efter att få rätt proportioner på visarna*)



Växelspänning, jω-metoden

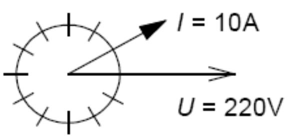
12.1

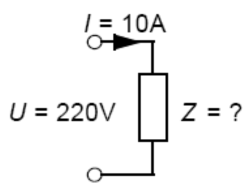
Ställ upp det komplexa uttrycket för strömmen I uttryckt i U R C ω. Låt U vara riktfas, dvs. reell. Svara med ett uttryck på formen a+jb.



12.2

Hur kan den impedans Z se ut som har givit upphov till detta visardiagram? Rita impedansens kopplingsschema och beräkna de ingående komponenterna.
U = 220 V, f = 50 Hz.

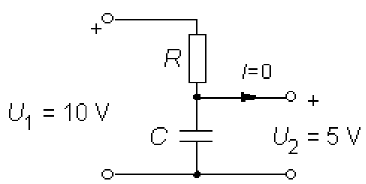




12.3

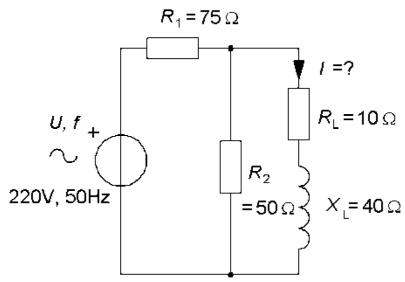
U_1 är en sinusformad växelspänning med vinkelfrekvensen ω.
Bestäm produkten $R·C$.

(Ingen ström tas ut vid U_2)



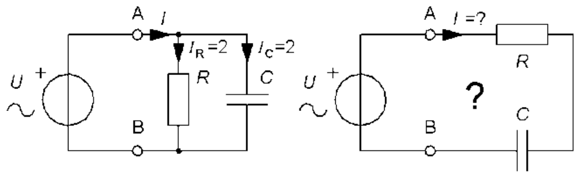
12.4

Bestäm effektivvärdet på strömmen *I*.
Använd tvåpolsatsen.



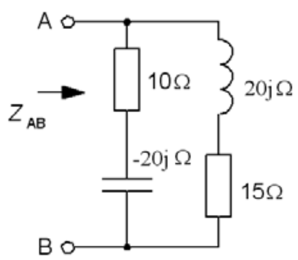
12.5

När en resistor *R* och en kondensator *C* ansluts i parallell till en spänningskälla *U* får var och en av dem strömmen 2A.
Hur stor skulle strömmen bli om de båda seriekopplades till spänningskällan?



12.6

Bestäm komplexa impedansen Z_{AB} för nätet.

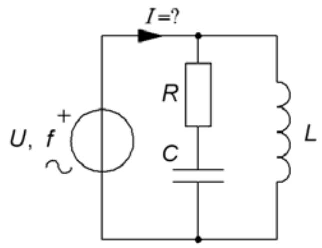


12.7

Ställ upp komplexa strömmen *I* (med *U* som riktfas).

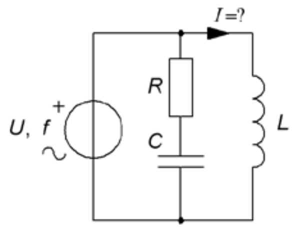
Observera! Man behöver inte alltid ange svaret på formen a+jb. Samma information, men med mindre möda, finns om svaret uttrycks som en kvot av komplexa tal. Belopp och argument kan vid behov tas från nämnare och täljare direkt.

$$\underline{I} = \frac{a + \mathrm{j}b}{c + \mathrm{j}d} \quad I = \frac{|a + \mathrm{j}b|}{|c + \mathrm{j}d|} \quad \arg(\underline{I}) = \arg(a + \mathrm{j}b) - \arg(c + \mathrm{j}d)$$



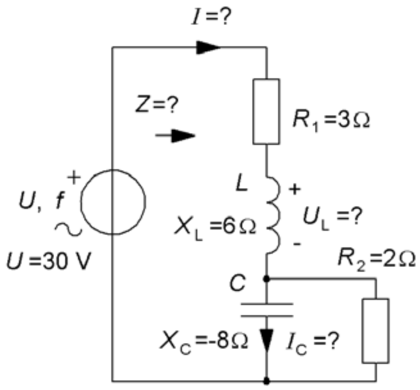
12.8

Ställ upp komplexa strömmen *I* (med *U* som riktfas).



12.9

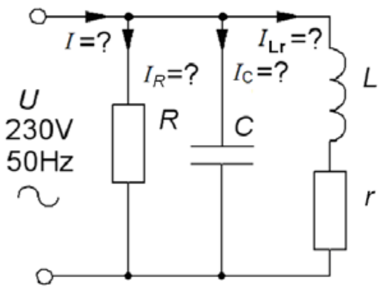
Beräkna impedansen Z.
Beräkna strömmen I.
Beräkna I_C (använd strömgreningsformeln).
Beräkna U_L (använd spänningsdelningsformeln).



12.10

En växelströmskrets ansluts till växelströmsnätet med U = 230 V och f = 50 Hz. R = 46 Ω, $\omega L = R$, r = 32,5 Ω och C = 69 μF.

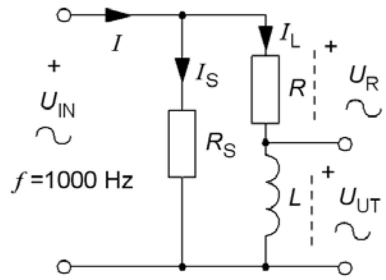
a) Beräkna I_R
b) Beräkna I_C
c) Beräkna I_{Lr}
d) Beräkna I



12.11

En växelspänning U_{IN} med frekvensen f = 1000 Hz matar ett nät med en induktans L = 10 mH i serie med ett motstånd R = 50 Ω. Parallellt med detta ligger ett motstånd R_S = 100 Ω.
Givet är spänningen U_{UT} = 6,28 V.

a) Beräkna I_L
b) Beräkna U_R
c) Beräkna U_{IN}
d) Beräkna I

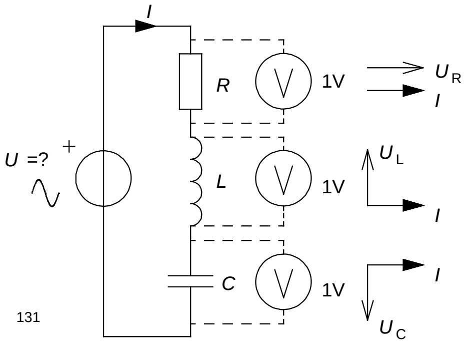


Resonans

13.1

I en krets är R, L och C seriekopplade. Man uppmäter samma spänningsfall, 1 V, över de tre komponenterna. Hur stor är matningsspänningen U?

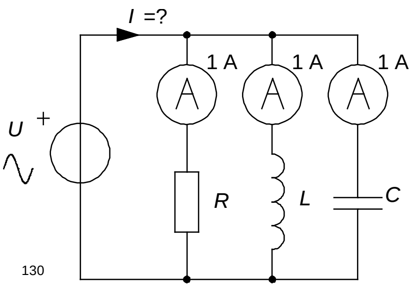
(*OBS!* Kuggfråga)



13.2

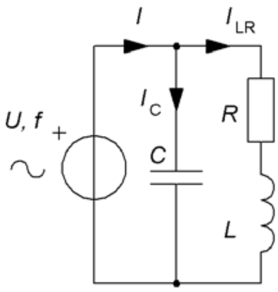
I en krets är R, L och C parallellkopplade. Man uppmäter samma ström, 1 A, i de tre parallellgrenarna. Hur stor är den ström, I, som tas från spänningskällan?

(*OBS!* kuggfråga)



13.3

Vid vilken frekvens (uttryckt i R L och C) är strömmen I och spänningen U i fas?



13.4

En serieresonanskrets har resonansfrekvensen f_0 = 2000 Hz och bandbredden BW = 200 Hz.

a) Beräkna kretsens Q-värde.

b) Spolens resistans uppmäts till R_S = 2 Ω. Hur stor är X_L ?

c) Beräkna L och C.

d) Uppskatta bandbreddens undre och övre gräns. Kontrollera att uppskattningen blev rimlig.

13.5

En parallellresonanskrets matas från en strömgenerator som levererar 80 mA vid resonansfrekvensen f_0 =20 kHz.

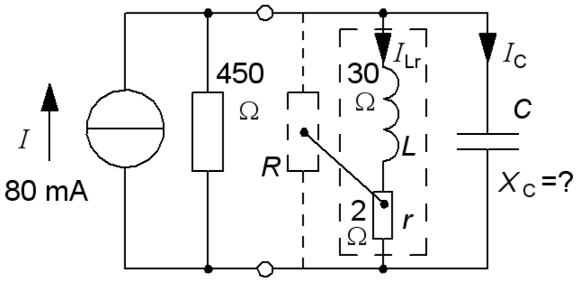
a) Kontrollera att spolens Q >10. Räkna om serieresistansen r till parallellresistans R.

b) Hur stor blir den resulterande impedansen (källa+resonanskrets) vid resonansfrekvensen?

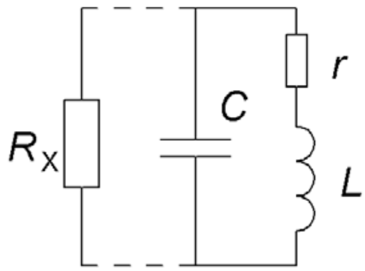
c) Beräkna strömmarna I_{Lr} och I_C.

d) Vilka värden har L och C ?

e) Beräkna resulterande Q-värde och bandbredd.

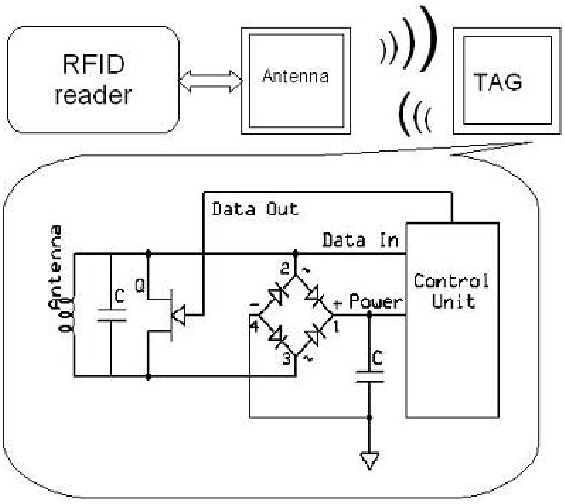


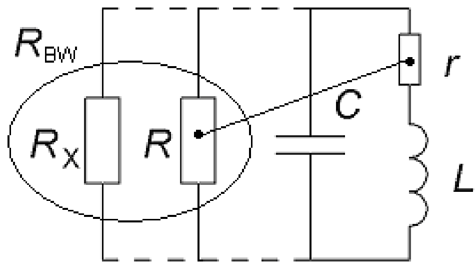
13.6



Butikernas stöldskyddsknappar innehåller en resonanskrets med högt Q-värde, bestående av en liten spole $L + r$ och en kondensator C. L = 5 µH r = 0,5 Ω och C = 25 pF.
a) Vilken resonansfrekvens har kretsen?
b) Vilket Q-värde har spolen vid resonansfrekvensen?
c) Man önskar *justera* resonanskretsens Q-värde till exakt Q = 500 genom att ansluta en parallellresistor R_X. Vilket värde ska R_X ha?

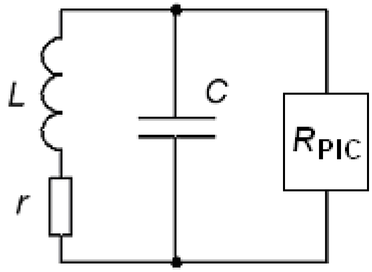
13.7





SL:s access-kort innehåller en RFID-tag. Den kommunicerar med spärr-läsaren på frekvensen 13,56 MHz och med datahastigheten 70 KHz. För att kunna ”läsa” datasignalen i den hastigheten måste de resonanskretsar som ingår i kort och spärr-läsare har en bandbredd som är åtminstone dubbelt så stor som datahastigheten: dvs. 2·70 = 140 kHz.
(Du behöver endast förstå resonanskretsen $r\ L\ C$ för att kunna lösa uppgiften, inte RFID-tekniken).
I figuren är L = 2,5 µH och r = 1,5 Ω den inbyggda spolen. C är resonanskretsens kapacitans. Kretsens parallellresistans R_X symboliserar den övriga utrustningen som anslutits till resonanskretsen, och som förbrukar ström från resonanskretsen.
a) Beräkna det C som ger önskad resonansfrekvens?
b) Vilket Q-värde har spolen vid resonansfrekvensen?
c) Transformera över spolens serieresistans r som parallellresistans R.
d) Antag att resonanskretsen bara har parallellresistans.
Vilket värde skall en parallellresistans R_{BW} ha för att bandbredden skall bli 140 kHz?
e) Hur stor parallellresistans R_X kan man ha parallellt med R och ha bandbredden 140 kHz?
($R_{BW} = R_X \| R$)

13.8



RFID-tag–nyckelbrickor används i stället för porttelefon för att ge tillträde till flerbostadshus. Kommunikationen sker med radiofrekvens. Nyckelbrickan innehåller en tryckt spole med L r och en kondensator C, som bildar en resonanskrets för kommunikationsfrekvensen. Resonanskretsen är dessutom ”belastad” med en processor R_{PIC}.

L = 0,43 mH r = 4 Ω C = 3,77 nF R_{PIC} = 20 kΩ

a) Vilken resonansfrekvensen har nyckelbrickan? f = ? [kHz]

b) Vilket Q-värde har den tryckta spolen spolen vid resonansfrekvensen? Q_{L} = ? [ggr]

c) Vilket resulterande Q-värde (processorn inkluderad) får resonanskretsen? Q_{res} = ? [ggr]

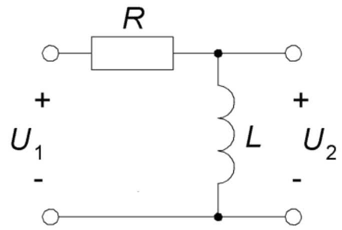
d) Vilken bandbredd har resonanskretsen? BW = ? [kHz]

Filter

14.1

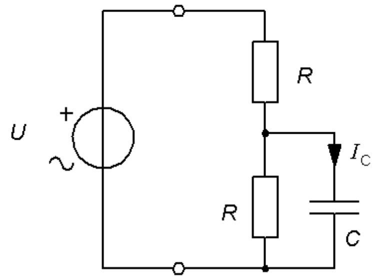
Figuren visar ett enkelt filter med *L* och *R*.
a) Härled filtrets överföringsfunktion.
b) Ange filtrets beloppsfunktion och fasfunktion.
c) Ge ett uttryck för filtrets gränsfrekvens f_G.
d) Vilket slags filter är det LP HP BP BS ?

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = ? \quad \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = ? \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = ? \quad f_G = ? \quad LP\ HP\ BP\ BS\ ?$$



14.2

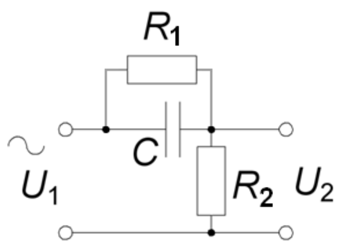
Ställ upp ett uttryck för $I_C(U, \omega, R, C)$.



14.3

Figuren visar ett enkelt filter med en kondensator *C* och två resistorer R_1 och R_2.

a) Härled filtrets överföringsfunktion, kvoten mellan de komplexa spänningarna $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.



b) Vilka värden går överföringsfunktionens belopp och fasvinkel mot för *låga* frekvenser?
Vilka värden går beloppet och fasvinkeln mot för mycket höga frekvenser?
Vilket slags filter är det, LP HP BP BS?

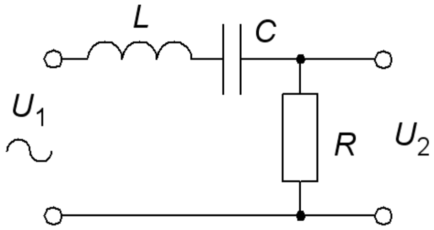
c) Ställ upp ett uttryck för filtrets brytfrekvens (då nämnarens realdel och imaginärdel är lika)?

d) Antag nu att R_1 = 1 kΩ och R_2 = 2 kΩ och *C* = 1 μF. Beräkna brytfrekvensen.

14.4

Figuren visar ett enkelt filter med *L C* och *R*.
a) Härled filtrets överföringsfunktion.
b) Ange filtrets beloppsfunktion och fasfunktion.
c) Vid vilken frekvens blir nämnaren rent reell? Ge ett uttryck för denna frekvens f_x.
d) Vilket värde har beloppsfunktionen vid denna frekvens? Vilket värde har fasfunktionen vid denna frekvens?
e) Undersök filtrets belopp och fas för mycket små frekvenser ($f \approx 0$) och för mycket stora frekvenser ($f \approx \infty$).
Vilket slags filter är det LP HP BP BS ?

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = ? \quad \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = ? \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = ? \quad f_X = ? \quad LP\ HP\ BP\ BS\ ?$$

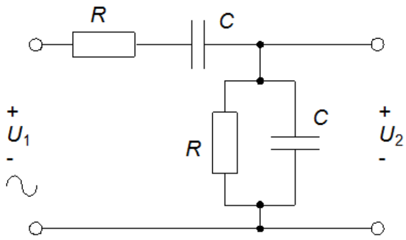


14.5
Wienbryggan förekommer ofta som återföringsnät i förstärkarkopplingar. (De två *R* , och de två *C* är lika).

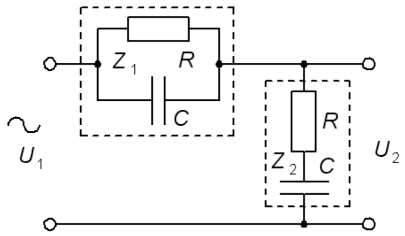
Vilket värde går $\frac{U_2}{U_1}$ mot vid höga, respektive låga frekvenser?

För vilket värde på *f* (uttryckt i *R* och *C*) ligger U_2 i fas med U_1?

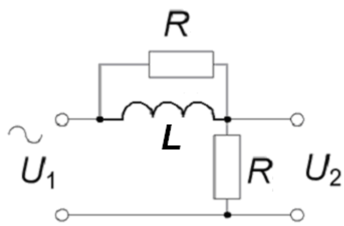
Hur stor är kvoten $\frac{U_2}{U_1}$ vid denna frekvens?



14.6
Figuren visar Wienbryggan ”baklänges”.
a) Tag fram filtrets överföringsfunktion.
b) (Skissa beloppsfunktion och fasfunktion.)
c) Vilket belopp och vilken fasvinkel har överföringsfunktionen när ω = 1/*RC* ?

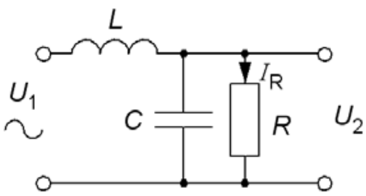


14.7
Figuren visar ett enkelt filter med två *R* och ett *L*.
a) Härled filtrets komplexa överföringsfunktion $\underline{U}_2/\underline{U}_1$.
b) Vid vilken vinkelfrekvens ω_X blir beloppsfunktionen
$|\underline{U}_2|/|\underline{U}_1| = 1/\sqrt{2}$?
Ge ett uttryck för denna frekvens ω_X med *R L*.



c) Vilket *värde* har överföringsfunktionens belopp vid mycket låga frekvenser, $\omega \approx 0$? Vilket värde har överföringsfunktionens fas vid mycket låga frekvenser?
d) Vilket *värde* har överföringsfunktionens belopp vid mycket höga frekvenser, $\omega \approx \infty$? Vilket värde har överföringsfunktionens fas vid mycket höga frekvenser?

14.8
Figuren visar ett enkelt filter med *L C* och *R*.
a) Härled filtrets överföringsfunktion $\underline{U}_2/\underline{U}_1$.
b) Vid vilken vinkelfrekvens ω_x blir nämnaren rent imaginär?
Ge ett uttryck för denna frekvens ω_x med *R L* och *C*.



c) Vilket *värde* har beloppsfunktionen vid denna vinkelfrekvens, ω_X?
d) Vilket *värde* har fasfunktionen vid denna vinkelfrekvens, ω_X ?
e) Ge ett uttryck för överföringsfunktionen mellan $\underline{I}_R/\underline{U}_1$. (Obs! Du har redan $\underline{U}_2/\underline{U}_1$ från a)

$$a)\ \frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)} = ? \quad b)\ \omega_X(R,L,C) = ? \quad c)\ \left|\frac{\underline{U}_2(\omega_X)}{\underline{U}_1(\omega_X)}\right| = ? \quad d)\ \arg\left(\frac{\underline{U}_2(\omega_X)}{\underline{U}_1(\omega_X)}\right) = ? \quad e)\ \frac{\underline{I}_R(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)} = ?$$

Transformator, induktiv koppling

15.1

För en transformator i drift uppmättes följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	**?**	200	**?**	9 A

Beräkna de två värden som saknas.

15.2

För en transformator i drift uppmättes följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
?	230 V	2A	150	**?**	12 A

Beräkna de två värden som saknas.

15.3

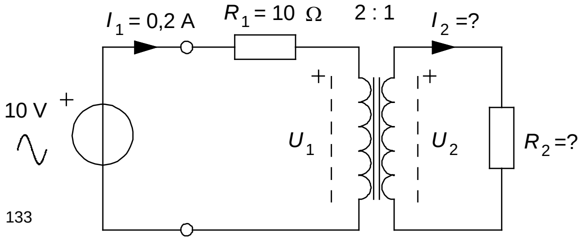
För en transformator i drift uppmättes följande data:

Primär			Sekundär		
N_1	U_1	I_1	N_2	U_2	I_2
600	225 V	**?**	**?**	127 V	9 A

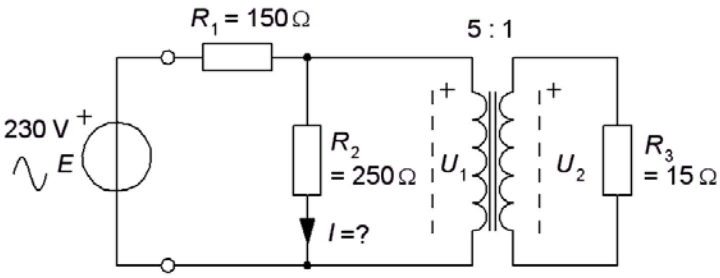
Beräkna de två värden som saknas.

15.4

U = 10 V, 50 Hz och I_1 = 0,2 A. Beräkna I_2 och R_2.



15.5

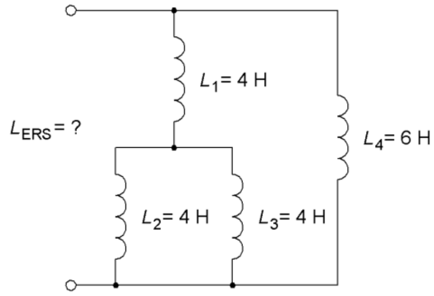


En transformator med omsättningen 5:1 ansluts till nätspänningen E = 230V via en spänningsdelare R_1 = 150 Ω och R_2 = 250 Ω. Transformatorns sekundärsida belastas med en resistor R_3 = 15 Ω.

Beräkna strömmen I genom resistorn R_2.

15.6

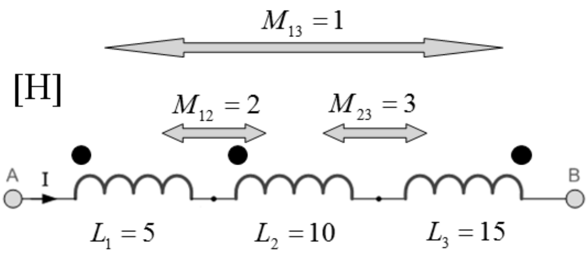
Fyra spolar är kopplade enligt figuren. De är helt oberoende av varandra, de har inget gemensamt flöde.
Hur stor blir den resulterande induktansen L_{ERS} = ?



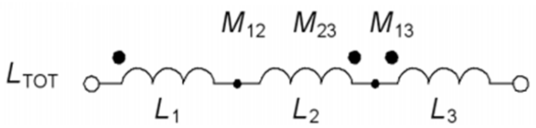
15.7

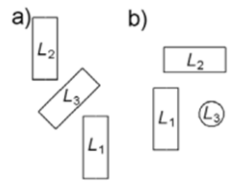
Beräkna totala induktansen hos tre seriekopplade spolar som placerats så att de nås av delar av varandras flöden.
L_1 = 5 [H], L_2 = 10 [H], L_3 = 15 [H],
M_{12} = 2 [H], M_{23} = 3 [H], M_{13} = 1 [H].

L_{TOT} = ? [H].



15.8





Tre induktorer L_1 = 12, L_2 = 6, L_3 =5 [H] seriekopplas.
När man seriekopplar induktorer kan placeringen på kretskortet ha betydelse. I figuren till vänster a) kommer induktorerna att ha en del av de magnetiska kraftlinjerna gemensamma. De har då ömsinduktanserna M_{12} = 3, M_{23} = 1, M_{13} = 1 [H].
I figuren till höger b) är induktorerna monterade tredimensionellt så att det inte finns några delade kraftlinjer.
a) Beräkna totala induktansen för arrangemanget i figur a). L_{TOT} = ?
b) Beräkna totala induktansen för arrangemanget i figur b). L_{TOT} = ?

Lösningar

Ersättningsresistans

1.1

$$R_{\text{tot}} = 2 \cdot \left(\frac{1 \cdot (0{,}5 + 0{,}5)}{1 + 0{,}5 + 0{,}5} \right) = 1\Omega$$

1.2

$$R_{\text{tot}} = \frac{R_4 \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right)}{R_4 + \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \right)} = \frac{30 \cdot \left(1 + \frac{21 \cdot 42}{21 + 42} \right)}{30 + \left(1 + \frac{21 \cdot 42}{21 + 42} \right)} = \frac{30(1 + 14)}{30 + 1 + 14} = \frac{30 \cdot 15}{45} = 10\ \Omega$$

1.3

$$R_{45} = 1 + 2 = 3 \quad R_{345} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \quad R_{2345} = 4 + 2 = 6 \quad R_{\text{ERS}} = R_{12345} = \frac{1 \cdot 6}{1 + 6} = 0{,}86\ \Omega$$

1.4

$$R_{\text{ERS}} = 0{,}5 + 1{,}6 + \frac{5{,}2 \left(2{,}7 + \frac{7 \cdot 3}{7 + 3} \right)}{5{,}2 + 2{,}7 + \frac{7 \cdot 3}{7 + 3}} = 4{,}6\ \Omega$$

1.5

De tre motstånden $R_1 \ldots R_3$ är parallellkopplade.

$[\text{k}\Omega]$: $R_{1,2,3} = \dfrac{1}{\frac{1}{28} + \frac{1}{84} + \frac{1}{56}} = 15{,}27$. Motståndet R_4 är parallellkopplat med en ”kortslutningstråd” (R=0),

$\dfrac{0 \cdot R_4}{0 + R_4} = 0$. Totalt får vi $R_{\text{tot}} = R_{1,2,3} + 0 = 15{,}27\ \text{k}\Omega$.

1.6

De fyra motstånden $R_2 \ldots R_5$ är parallellkopplade.

$R_{2,3,4,5} = \dfrac{1}{\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} \right)} = 4\ \Omega$ och därefter seriekopplade med R_1. $R_{\text{tot}} = 4 + 2 = 6\ \Omega$.

1.7

$$R_{\text{TOT}} = 15 + \frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}} + \frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}} = 15 + 5 + 3 = \mathbf{23}\ \Omega$$

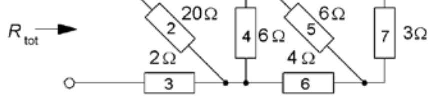
1.8

Kretsen består av två likadana parallellgrenar. En parallellgren har ersättningsresistansen:

$R_{\text{ERS}} = \dfrac{20 \cdot 5}{20 + 5} + 2 = 6$. Varav totala resistansen: $R_{\text{TOT}} = \dfrac{6 \cdot 6}{6 + 6} = \mathbf{3\ \Omega}$

1.9

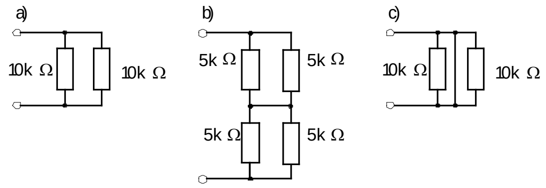
$$R_{tot} = \left(\left(\left(\left(R_7 \parallel R_5 \right) + R_6 \right) \parallel R_4 \right) + R_1 \right) \parallel R_2 + R_3$$



$$R_{5,7} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \quad R_{4,5,6,7} = \frac{(2 + 4) \cdot 6}{2 + 4 + 6} = 3$$

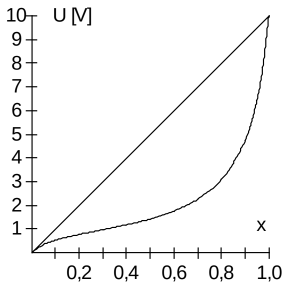
$$R_{1,2,4,5,6,7} = \frac{(3 + 2) \cdot 20}{3 + 2 + 20} = 4 \quad R_{tot} = 4 + 2 = 6\ \Omega$$

1.10



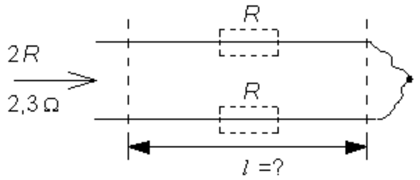
a) 10/2 = 5k **b**) 5/2+5/2 = 5k **c**) 0

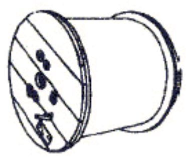
1.11



Resistivitet och resistorers temperaturberoende

2.1





En smart praktikant går och hämtar en Ω-meter och mäter resistansen mellan de två ledarna. Denna mätning ger 2*R* = 2,3 Ω.
Vardera ledaren har då resistansen *R* = 1,15 Ω.
Kabelns längd *l* kan beräknas:
l = (*R*×*A)* / ρ = 1,15×2,5/0,018 = 159,7 m
Det hade varit arbetsamt att mäta upp den längden med måttband!

2.2

$$R_2 = \frac{U}{I} = \frac{20}{0{,}11} = 182\ \Omega \quad R_1 = 98\ \Omega \quad \alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \quad t_1 = 98\ °\mathrm{C}$$

$$R_2 = R_1 + R_1 \cdot \alpha(t_2 - t_1) \quad \Leftrightarrow \quad t_2 = \frac{182 - 98}{98 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-3}} + 22 = 212{,}5\ °\mathrm{C}$$

Strålningstermometern visade således c:a 60° fel !

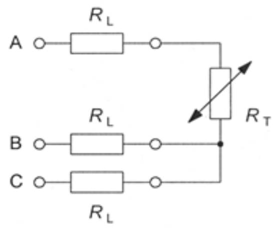
2.3

a) $\alpha_{NI} = 6{,}7 \cdot 10^{-3}$

$$R_{\mathrm{koka}} = R_{\mathrm{rum}} + R_{\mathrm{rum}} \cdot \alpha_{\mathrm{NI}} (t_{\mathrm{koka}} - t_{\mathrm{rum}}) = 50 + 50 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot 75 = \mathbf{75{,}1}\ \Omega$$

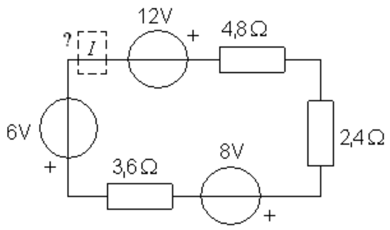
b) $I = \dfrac{E}{R + R_1} = \dfrac{12}{75{,}1 + 25} = \dfrac{12}{100{,}1} = 0{,}12\ \mathrm{A} \quad \Leftrightarrow \quad P = I^2 \cdot R = 0{,}12^2 \cdot 75{,}1 = \mathbf{1{,}08\ W}$

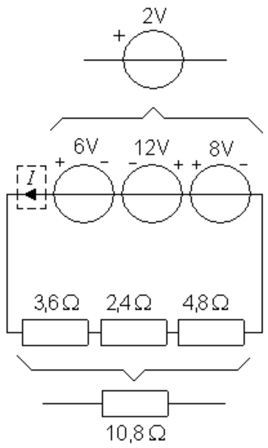
2.4
Beskriv principen för så kallad treträdsmätning.
Vid treträds-mätning mäter man först resistansen mellan A och B. Då får man med $2 \cdot R_L$ för mycket. Genom att mäta resistansen mellan B och C tar man reda på hur mycket $2 \cdot R_L$ är för att därmed kunna korrigera det första mätvärdet.



Serie – parallell kretsar

3.1





$$8+6-12=2 \quad 3{,}6+2{,}4+4{,}8=10{,}8 \qquad I=\frac{2}{10{,}8}=0{,}19\ \text{A}$$

3.2
a) $R_{RES} = 2\Omega$ b) $I = 4$ A, $U = 8$ V c) $I_1 = 1$ A, $I_2 = 2$ A, $I_3 = 1$ A, $U_1 = 6$ V

3.3
Vi beräknar två ersättningsresistanser.

$$R_{1,2}=\frac{24\cdot 12}{24+12}=8\ \Omega \qquad R_{3,4,5}=\frac{1}{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{6}}=3\Omega$$

U kan beräknas med spänningsdelningslagen:

$$U_{R2}=E\frac{R_{1,2}}{R_{1,2}+R_{3,4,5}}=12\frac{8}{8+3}=8{,}73\text{V}$$

Spänningen över $R_{3,4,5}=E-U=12-8{,}73=3{,}27$ V varav $I=\frac{E-U}{R_5}=3{,}27/6=0{,}55$ A .

3.4

$$R_{tot}=4+\frac{\frac{4}{2}\cdot(0{,}5+1{,}5)}{\frac{4}{2}+(0{,}5+1{,}5)}=5 \qquad I_{tot}=\frac{E}{R_{tot}}=\frac{10}{5}=2\ \text{A}$$

Strömmen fördelas mellan tre parallellgrenar: 4//4//2. Över dessa ligger spänningen =

$=E-I_{tot}\cdot 4=10-2\cdot 4=2$ V . Vi får $I=\frac{2}{4}=0{,}5$ A och $U=2\frac{0{,}5}{0{,}5+1{,}5}=0{,}5$ V

3.5
Vi beräknar en ersättningsresistans.

U_{R1} = 36 V. U_{R3} kan beräknas med spänningsdelningslagen:

varav $I = I_{R3} = \dfrac{U_{R3}}{R_3} = 12 / 6 = 2$ A

Spänningen U över R_5 kan beräknas med spänningsdelning:

3.6

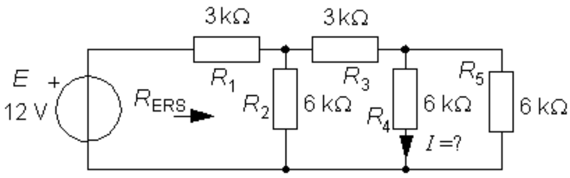
a) $R_{ERS} = R_1 + \left(R_2 \parallel (R_3 + (R_4 \parallel R_5))\right) =$

$R_{45} = \dfrac{6 \cdot 6}{6+6} = 3 \quad R_{345} = 3 + 3 = 6$

$R_{2345} = \dfrac{6 \cdot 6}{6+6} = 3 \quad R_{ERS} = R_{12345} = 3 + 3 = 6$

b) $I_{R1} = \dfrac{E}{R_{ERS}} = \dfrac{12}{6} = 2 \quad I_{R3} = \dfrac{I_{R1}}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

$I_{R4} = \dfrac{I_{R3}}{2} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5\ [\mathrm{mA}]$



Batterier

4.1

a) C_{20} = 60 Ah betyder att urladdningen pågått i 20 timmar och att batteriets kapacitet $I \times t$ var 60 Ah. Den konstanta urladdningsströmmen I som användes var då 60/20 = 3 A.

b) Kapacitetstalet är framtaget vid strömmen 3 A. Då kan man utgå från att batteriets kapacitet är oförändrad vid det närliggande strömvärdet 1 A. Vi får $t = C/I$ = 60/1 = 60 h.

c) Den höga strömmen 300 A är ett helt annat driftfall än det som använts av fabrikanten för att ta fram kapacitetstalet. Av erfarenhet (här givet) vet man att batteriets kapacitet blir sämre vid höga strömmar. Därför räknar man med att kapacitetstalet reducerats till 70%. $C' = 0{,}7 \times C = 0{,}7 \times 60 = 42$.

Vi får $t = C'/I$ = 42/300 = 0,14 h 0,14×60 = 8,4 min.

4.2

a) $I = \dfrac{E}{R_\mathrm{I} + R} \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}123 = \dfrac{1{,}4}{R_\mathrm{I} + 10} \quad \Leftrightarrow \quad R_\mathrm{I} = \dfrac{1{,}4}{0{,}123} - 10 = 1{,}38\ \Omega$

b) $I_\mathrm{MAX} = \dfrac{E}{R_\mathrm{I}} = \dfrac{1{,}4}{1{,}38} = 1{,}01$ A

4.3

a) $U = 6 \quad I = 1{,}75 \quad n \cdot E - n \cdot R_i \cdot I - U = 0 \quad n = \dfrac{U}{E - I \cdot R_i} = \dfrac{6}{1{,}1 - 1{,}75 \cdot 0{,}2} = \mathbf{8\ st}$

b) Vid seriekoppling ökar effekten medan kapaciteten blir densamma. C = 3000 mAh.

$C = I \cdot t \quad \Rightarrow \quad I = \dfrac{C}{t} = \dfrac{3}{1} = \mathbf{3\ A}$

c) $24 - 8 \cdot 1{,}1 - R \cdot 3 - 8 \cdot 0{,}2 \cdot 3 = 0 \quad R = \dfrac{24 - 8 \cdot 1{,}1 - 8 \cdot 0{,}2 \cdot 3}{3} = \mathbf{3{,}47\ \Omega}$

4.4
Tre lika batterier kan slås ihop till ett med E = 10V och R_I = 6/3 = 2 Ω.
a) I = 10/(2 + 2) = 2,5 A. U = 2·2,5 = 5 V.
b) Två lika batterier slås ihop till ett med E = 10V och R_I = 6/2 = 3 Ω.
Kirchoffs strömlag ger:

- $I_1 - I_2 - I = 0$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:

- $10 - 3 \cdot I_1 + 10 - 6I_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -3I_1 - 6I_2 + 0I = -20$
- $6I_2 - 10 - 2I = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0I_1 + 6I_2 - 2I = 10$

På matrisform:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -3 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad I_1 = \mathbf{2{,}78}\text{ A} \quad I_2 = \mathbf{1{,}94}\text{ A} \quad I = \mathbf{0{,}83}\text{ A}$$

U = I·2 = 0,83·2 = **1,67** V

Kirchoffs lagar kommer i nästa avsnitt!

Kirchoffs strömlag och spänningslag

5.1
I_1 = 5 A, I_2 = 2,5 A, I_3 = 2,5 A och I_4 = 5 A.

5.2

$$E = R_{TOT} \cdot I = 2{,}62 \cdot 10 = 26{,}2 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{E}{4} = \frac{26{,}2}{4} = \mathbf{6{,}55\ A} \qquad I_1 = I - I_4 = 10 - 6{,}55 = \mathbf{3{,}45\ A}$$

$$I_3 = \frac{5{,}5}{2} = \mathbf{2{,}75\ A}$$

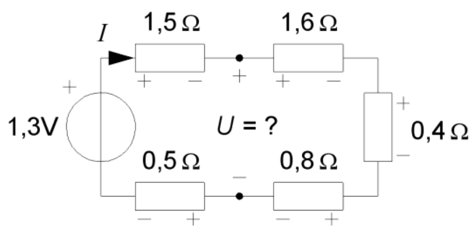
5.3

$$I = \frac{1{,}3}{1{,}5 + 1{,}6 + 0{,}4 + 0{,}8 + 0{,}5} = 0{,}27$$

$$U_{0,5} = 0{,}5 \cdot 0{,}27 = 0{,}14$$

$$U_{1,5} = 1{,}5 \cdot 0{,}27 = 0{,}41$$

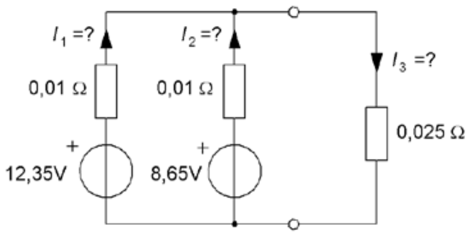
U = – 0,14 + 1,3 – 0,41 = 0,76 V
eller U = 0,27·(0,8+0,4+1,6) = 0,76 V



Kirchoffs lagar, ekvationssystem

6.1

Kirchoffs strömlag: $I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_3 = I_1 + I_2$



Kirchoffs spänningslag:

$12{,}35 - 0{,}01I_1 - 0{,}025I_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 12{,}35 - 0{,}01I_1 - 0{,}025(I_1 + I_2) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}035I_1 + 0{,}025I_2 = +12{,}35$

Kirchoffs spänningslag:

$8{,}65 - 0{,}01 \cdot I_2 - 0{,}025I_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 8{,}65 - 0{,}01 \cdot I_2 - 0{,}025(I_1 + I_2) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}025I_1 + 0{,}035I_2 = 8{,}65$

två ekvationer, två obekanta, således lösbart.

$\begin{pmatrix} 0{,}035 & 0{,}025 \\ 0{,}025 & 0{,}035 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12{,}35 \\ 8{,}65 \end{pmatrix} \quad I_1 = 360 \text{ A} \quad I_2 = -10 \text{ A} \quad I_3 = I_1 + I_2 = 350 \text{ A}$

Det dåliga batteriet försämrar i startströmmen med 10 A!

6.2

Kirchoffs strömlag ger:

- $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:

- $E_1 - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_4 E_3 - I_1 \cdot R_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -3I_1 - 15I_2 + 0I_3 = -9$
- $-E_2 - I_3 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0I_1 + 15I_2 - 2I_3 = 21$

På matrisform:

$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & -15 & 0 \\ 0 & 15 & -2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ 21 \end{pmatrix}$ Lösning: $I_1 = \mathbf{-2}$ A $\quad I_2 = \mathbf{1}$ A $\quad I_3 = \mathbf{-3}$ A

6.3

a) Över 18Ω-resistorn ligger E_1 18 V.
(I_3 = -18/18 = -1 A motsatt riktning den som antagits i figuren)

b) $E_2 - R_1 I_2 - E_1 = 0 \quad \Rightarrow I_2 = -\dfrac{E_1 - E_2}{R_1} = -\dfrac{16 - 12}{6} = -1 \text{ A}$.

I_2 är således riktad i motsatt riktning den som antagits i figuren.

c) $I_1 + I_2 + I_3 = 0 \qquad\qquad I_1 = 1 + 1 = 2$ A

6.4

Kirchoffs strömlag ger:

- $I_1 - I_2 - I = 0$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:

- $-I_2 \cdot R_3 + E_2 - I_1 \cdot R_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad I_1 + 3I_2 + 0 \cdot I = 12$
- $I_2 \cdot R_3 - I \cdot R_1 - E_1 - I \cdot R = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0I_1 + 3I_2 - 6I = 6$

På matrisform:

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -6 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$ Lösning: $I_1 = 3{,}33 \text{ A} \quad I_2 = 2{,}89 \text{ A} \quad I = \mathbf{0{,}44\ A}$

$\Rightarrow \quad U = I \cdot R = 4 \cdot 0{,}44 = \mathbf{1{,}78\ V}$

6.5
Kirchoffs strömlag:
$I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Kirchoffs spänningslag (vänstra slingan):
$-25 - 2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 60 = 0$
hyfsa:
$-2 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = -35$

Kirchoffs spänningslag (högra slingan):
$-60 - 3 \cdot I_2 + 6 + 5 \cdot I_3 - 20 = 0$
hyfsa:
$0 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 + 5 \cdot I_3 = 74$

Ekvationssystemet på matrisform:
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -35 \\ 74 \end{pmatrix}$$

a) $\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}87 \\ -10{,}4 \\ 8{,}55 \end{pmatrix}$

b) Spänningen över voltmetern $U = -E_3 - R_3 \cdot I_3 = -6 - 5 \cdot 8{,}55 = -48{,}75$ V

6.6
Kirchoffs strömlag ger:
- $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Kirchoffs spänningslag runt två maskor ger:
- $-I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_2 - E_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -4I_1 + 0I_2 + 6I_3 = 15$
- $E_2 - I_3 \cdot R_2 + E_1 + I_2 \cdot R_3 - E_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0I_1 + 8I_2 - 6I_3 = -8$

På matrisform:
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 6 \\ 0 & 8 & -6 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Lösning: $I_1 = \mathbf{-1{,}56}\text{A} \quad I_2 = \mathbf{0{,}1}\text{A} \quad I_3 = \mathbf{1{,}46}\text{A}$

Potential, nodanalys, beroende generator

7.1
$U_{R1} = 12 \cdot \frac{100}{100 + 110 + 120} = 3{,}64$ V $\quad U_{R2} = 12 \cdot \frac{110}{100 + 110 + 120} = 4$ V $\quad U_{R3} = 12 \cdot \frac{120}{100 + 110 + 120} = 4{,}37$ V

Uttag	a)	b)	c)	d)
Voltmeter [V]	-4,37	0	+4	4+3,64 = 7,64

7.2

$$-I_1 - I_2 + 1 = 0 \quad I_1 + I_2 = 1$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{U}{12}$$

$$I_1 = \frac{U-E}{R_1} = \frac{U-24}{6}$$

$$1 = \frac{U}{12} + \frac{U-24}{6} = \frac{2\cdot U - 48 + U}{12} \quad \Leftrightarrow \quad 12 = 3\cdot U - 48$$

$$U = 20\text{ V}$$

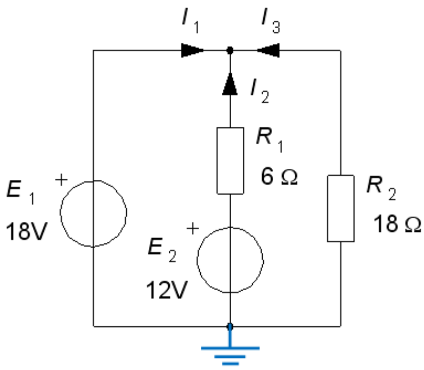
$$I_2 = \frac{20}{12} = 1{,}67$$

$$I_1 = \frac{20-24}{6} = -0{,}67$$

$$I_1 + I_2 = 1 \quad -0{,}67 + 2{,}67 = 1$$

7.3 Nodanalys

$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad I_1 = -I_2 - I_3$
$E_1 = 18$ V
$I_3 = -(E_1 - 0)/R_2 = -18/18$
$= -1$ A
$I_2 = -(E_1 - E_2)/R_1 = -(18-12)/6 = = -1$A
$I_1 = -I_2 - I_3 = -(-1) - (-1) = 2$ A



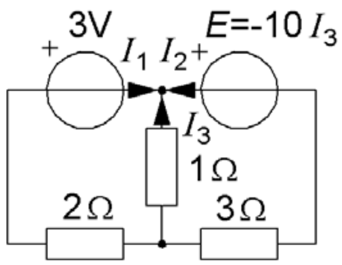
7.4 Beroende generator

Kirchoffs strömlag: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$
Kirchoffs spänningslag (slingan med oberoende emk):

$$-2I_1 - 3 + 1I_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2I_1 + 0I_2 + 1I_3 = 3$$

Kirchoffs spänningslag (slingan med beroende emk):

$$-1I_3 - (-10I_3) + 3I_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0I_1 + 3I_2 + 9I_3 = 0$$

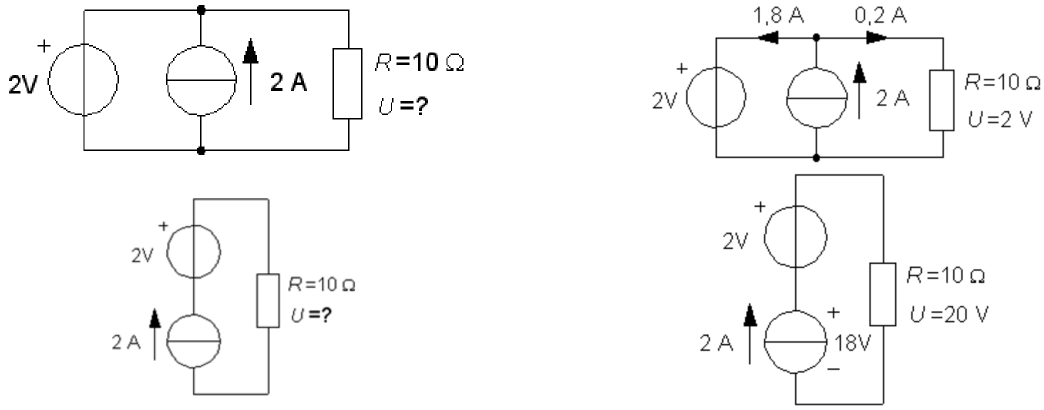


$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 9 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad I_1 = -2 \quad I_2 = 3 \quad I_3 = -1$$

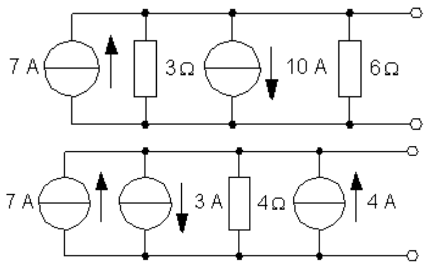
(siffervärden är de samma som i kursens genomgående föreläsningsexempel …)

Tvåpolssatsen, superposition

8.1

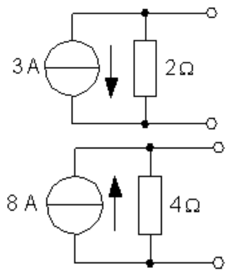


8.2



$$7-10=-3$$

$$\frac{3\cdot 6}{3+6}=2$$



8.3 $E_K = 1$ V, $R_I = 1$ Ω

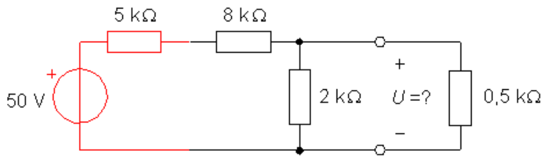
8.4

a) $$U_{R16}=100\cdot\frac{\frac{16\cdot(4+12)}{16+4+12}}{4+\frac{16\cdot(4+12)}{16+4+12}}=100\frac{8}{12}=66{,}67 \qquad U_{R12}=66{,}67\cdot\frac{12}{4+12}=50\text{ V}$$

b) c) $$R_I=12\,||\,(4+4\,||\,16)=\frac{12\left(4+\frac{4\cdot 16}{4+16}\right)}{12+4+\frac{4\cdot 16}{4+16}}=4{,}5\text{ k}\Omega \quad\Rightarrow\quad I_K=\frac{50}{4{,}5}=11{,}1\text{ mA}$$

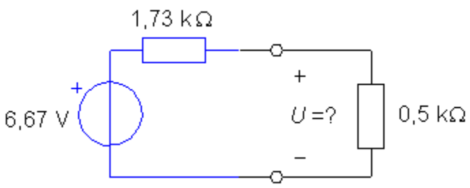
d) $$R_X=R_I \quad\Rightarrow\quad P=\frac{E_0^2}{4\cdot R_I}=\frac{50^2}{4\cdot 4{,}5\cdot 10^3}=0{,}114\text{ W}$$

8.5



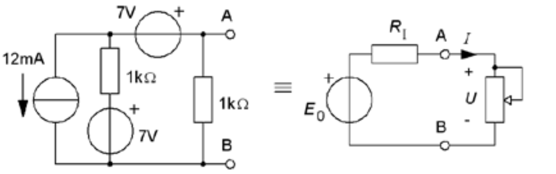
$$\frac{2\cdot(5+8)}{2+5+8}=1{,}73$$

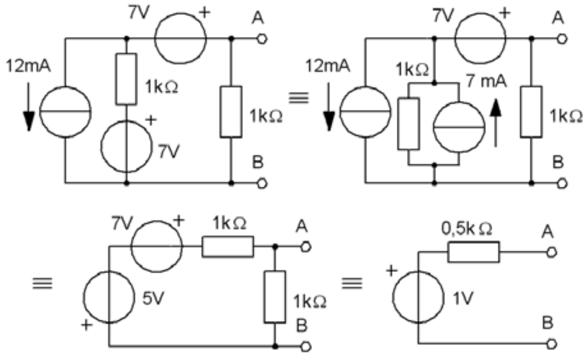
$$50\cdot\frac{2}{2+5+8}=6{,}67$$



$$U=6{,}67\cdot\frac{0{,}5}{0{,}5+1{,}73}=1{,}49\text{ V}$$

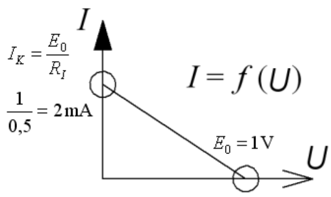
8.6



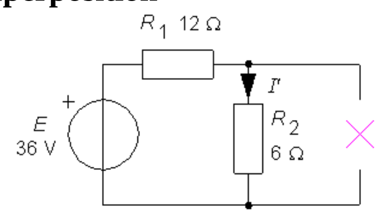


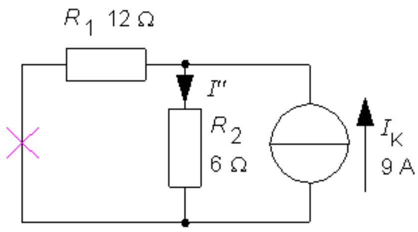
a) 7V och 1k görs om till strömgenerator, 7 mA och 1k. De två strömgeneratorerna slås ihop till 5 mA och 1k. Görs om till spänningskälla 5V och 1k. Totalt 2 V med en spänningsdelare. Slutligen 1V och 0,5 k.

b) Tvåpolens $I = f(U)$ är en rät linje. Tomgående tvåpol $U = E_0$ = 1V och kortsluten tvåpol $I_K = E_0/R_I$ = 2 mA är två punkter på linjen.



8.7 superposition





$$I' = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{36}{12+6} = 2$$

En nedvriden strömgenerator blir ett avbrott! I' fås med OHM's lag.

$$I'' = I_K \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 9 \cdot \frac{12}{12+6} = 6$$

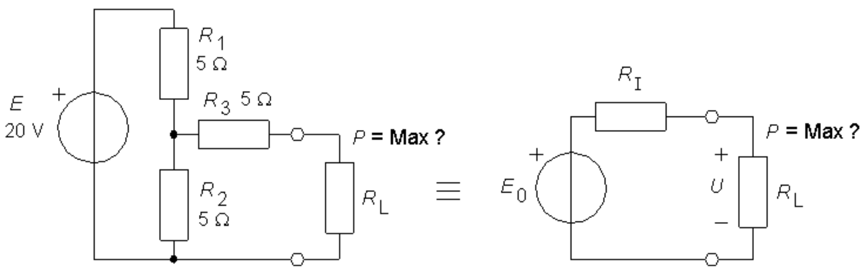
En nedvriden emk blir en kortslutning. I'' fås med strömgrening.

$I = I' + I'' = 2 + 6 = 8$ A

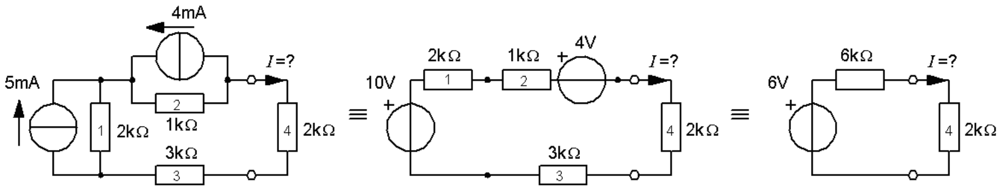
8.8

$$R_I = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 5 + \frac{5 \cdot 5}{5+5} = 7{,}5 \qquad E_0 = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 20 \cdot \frac{5}{5+5} = 10$$

$$P_{MAX} = \frac{E_0^2}{4 \cdot R_I} = \frac{10^2}{4 \cdot 7{,}5^2} = 3{,}33 \text{ W}$$



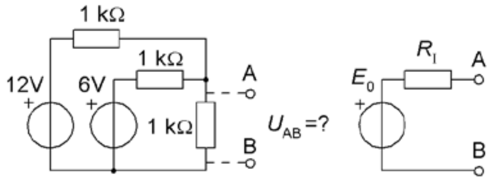
8.9



5mA||2kΩ ⇔ 10V+2kΩ, 4mA||1kΩ ⇔ 4V+1kΩ ⇒ 6V+6kΩ

$$I = \frac{E_0}{R_I + R_L} = \frac{6}{6+2} = 0{,}75 \text{ mA}$$

8.10



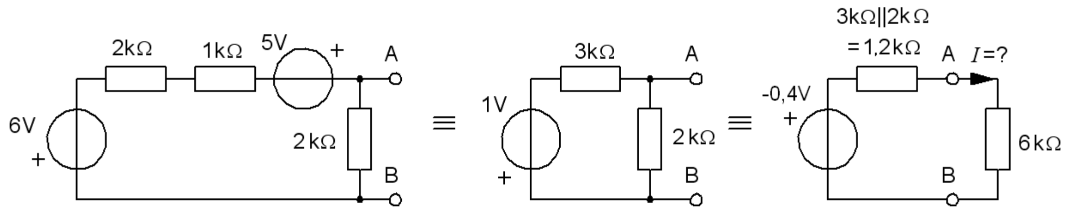
$$R_I = \frac{1}{\frac{1}{1\text{k}\Omega} + \frac{1}{1\text{k}\Omega} + \frac{1}{1\text{k}\Omega}} = \frac{1}{3} \text{ k}\Omega$$

Antag att A och B kortsluts. Den tredje 1 kΩ resistorn blir då strömlös.

$$I_K = \frac{12\text{V}}{1\text{k}\Omega} + \frac{6\text{V}}{1\text{k}\Omega} = 18 \text{ mA} \quad I_K = \frac{E_0}{R_I} \quad \Rightarrow \quad E_0 = I_K \cdot R_I = 18 \cdot \frac{1}{3} = 6\text{V}$$

Spänningsfallet U_{AB} är lika med E_0.

8.11



Strömgeneratorn och 1 kΩ resistorn kan göras om till en spänningskälla. Hela nätet blir då en 1V spänning med en spänningsdelare.

$$E_0 = 1\frac{2}{3+2} = 0{,}4 \text{ V} \quad R_I = \frac{3 \cdot 2}{3+2} = 1{,}2 \text{ k}\Omega$$

Tomgångsspänningen blir 0,4V, och den inre resistansen 3kΩ||2kΩ = 1,2kΩ. Observera att spänningskällan 0,4V är motriktad definitionen i den ursprungliga figuren.
Till sist blir strömmen (elektronikstorheter: mA kΩ V) I = -0,4/(1,2+2) = -0,125 [mA]

Kapacitans, magnetism, induktans

9.1

$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ a) $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2 = 5\ \text{J, Ws}$

$Q = C \cdot U$ b) $Q = C \cdot U = 1000 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 0{,}1\ \text{C, As}$

$I = \frac{Q}{t}$ c) $I = \frac{Q}{t} = \frac{0{,}1}{1/2000} = 200\ \text{A}$

$P = \frac{W}{t}$ d) $P = \frac{W}{t} = \frac{5}{1/2000} = 10\ \text{kW}$

d) $U = \frac{Q}{C} = \frac{I_{\text{Ladda}} \cdot t_{\text{Ladda}}}{C} \Rightarrow t_{\text{Ladda}} = \frac{C \cdot U}{I_{\text{Ladda}}} = \frac{1000 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{10 \cdot 10^{-3}} = 10\ \text{s}$

9.2

$\Delta Q = C \cdot \Delta U = 1 \cdot (5 - 2{,}5) = 2{,}5\ \text{As}$ $t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{2.5}{10 \cdot 10^{-3}} = 250\ \text{s} = 4\ \text{min}$

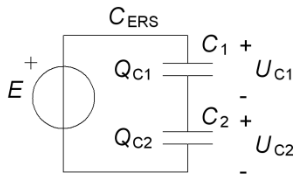
9.3

Kapacitansvärdena adderas, parallellkopplingen är samma sak som om kondensatorbeläggens ytor adderades. Den kondensator som har sämst spänningstålighet avgör ersättningskondensatorns märkspänning. Det är i den kondensatorn som genomslaget kommer att ske.

$C_{\text{ERS}} = C_1 + C_2 = 4 + 2 = 6\ \mu\text{F}$ 50V

9.4

Ingen ström/laddning kan passera genom en kondensator. Två seriekopplade kondensatorer måste därför alltid ha *samma* laddning! $Q_{C1} = Q_{C2}$.

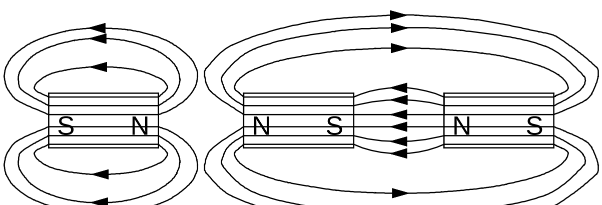


$Q_{C1} = Q_{C2} = Q = C_{\text{ERS}} \cdot E = C_1 \cdot U_{\text{C1}} = C_2 \cdot U_{\text{C2}}$

$C_{\text{ERS}} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4\ \mu\text{F}$ $Q = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 40\ \mu\text{C}$

$U_{\text{C1}} = \frac{Q}{C_1} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6}} = 6{,}66\ \text{V}$ $U_{\text{C2}} = E - U_{\text{C1}} = 10 - 6{,}66 = 3{,}33\ \text{V}$

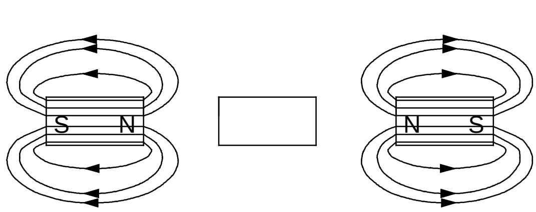
9.5



238b

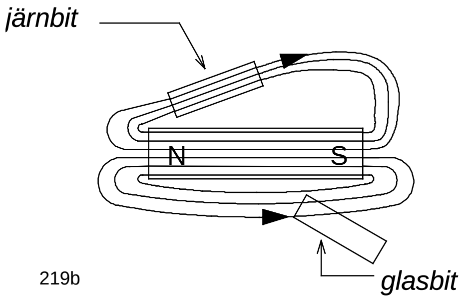
9.6

Metallbiten har permabilitetstalet $k_m = 1$, det vill säga samma som för luft. Den påverkar således *inte* magneterna. Magneternas avstånd från varandra är stort, så magnetfälten blir som från helt *ensamma* magneter.

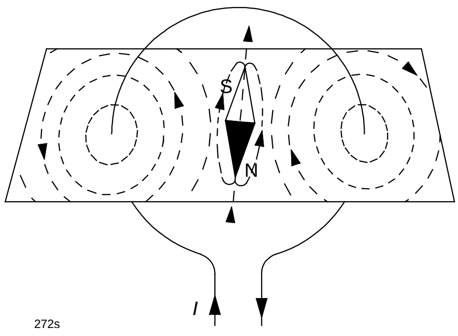


238c

9.7

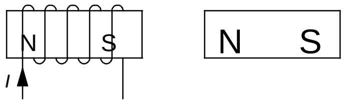


9.8



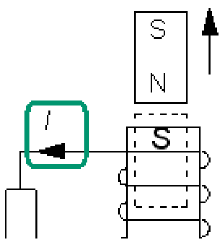
9.9

Högerhandsregeln:
”Om du håller om spolen med höger hand så att fingrarna pekar i strömmens riktning, kommer tummen att peka mot nordändan.”
Kraften blir **attraherande** eftersom elektromagnet och permanentmagnet vänder olika poler mot varandra.



9.10

Strömmen ska motverka rörelsen. Så blir det om magneten lämnar spolen vid ”sydsidan” (= attraktion mellan spole och magnet). Högerhandsregeln ger då strömriktningen ut från lindningen.



9.11

$$L = 1 = 100^2 \cdot K \quad \Rightarrow \quad K = 10^{-4}$$

$$0{,}5 = N_X^2 \cdot 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad N_X = \sqrt{5000} = 71 \quad 71 - 100 = 29$$

Linda av 29 varv (från 100 till 71) så minskar induktansen till hälften.

Transienter med RC och L/R

10.1

Kretsens tidkonstant är $\tau = R \cdot C = 500 \cdot 500 \cdot 10^{-6} = 0{,}25\,\text{s}$. Kondensatorn är först oladdad, vid inkopplingen laddas den upp mot 10 V. För spänningarna gäller Kirchoffs spänningslag $E + U_C + U_R = 0$.
Vid $t = 0$ gäller: $10 + 0 + U_R = 0$. Vid $t = \infty$ gäller: $10 + 10 + U_R = 0$.
Vi får för U_R:
$u_\infty = 0 \quad u_0 = 10$.

a) $x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad u_R(t) = 0 - (0 - 10)\,e^{-\frac{t}{0{,}25}} = 10\,e^{-4t}$

$$2 = 10\,e^{-4t} \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}2 = e^{-4t} \quad \Leftrightarrow \quad \ln 0{,}2 = \ln e^{-4t} = -4t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln 0{,}2}{4} = 0{,}4\,\text{s}$$

b) När spänningen över C är 2 V är den 8 V över R.

$$8 = 10\,e^{-4t} \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}8 = e^{-4t} \quad \Leftrightarrow \quad \ln 0{,}8 = \ln e^{-4t} = -4t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln 0{,}8}{4} = 0{,}06\,\text{s}$$

10.2

När de tre komponenterna har lika stor spänning över sig blir denna $\frac{1}{3}10 = 3{,}33\,\text{V}$.
De två resistorerna kan slås ihop till ett $R' = 2\text{k}\Omega$. Vi låter $U_C(t)$ vara $x(t)$ i formeln för exponentiella förlopp.
Begynnelsevärdet $U_C(t) = 0$ (kondensatorn tom från början)
Slutvärdet $U_C(t = \infty) = 10$ V (kondensatorn uppladdad till fulla spänningen efter lång tid)
$\tau = R \cdot C = 2 \cdot 10^3 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2\text{s}$.

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

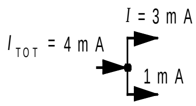
$$U_C(t) = 10 - (10 - 0)\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad U_C(t) = 10 - 10\,e^{-\frac{t}{2}}$$

$$0{,}667 = e^{-0{,}5 \cdot t} \quad \Leftrightarrow \quad \ln(0{,}667) = -0{,}5 \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{0{,}405}{0{,}5} = \mathbf{0{,}81\,s}$$

10.3

De två resistorerna kan slås ihop till ett $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = 3750\,\Omega$.

a) Tidkonstanten blir: $\tau = R \cdot C = 3750 \cdot 10 \cdot 10^{-6} =$ **0,038 s**.
b) När strömmen genom R_1 är 3 mA är den 1 mA genom R_2. De båda resistorerna är parallellkopplade och har samma spänning över sig. Strömmarna blir då omvänt proportionella mot resistanserna.
Den totala strömmen är då $I_{TOT} = 4$ mA. Välj tex $x = I_{TOT}$ i formeln för exponetiella förlopp. Från början är kondensatorn tom och då är $I_{TOT} = \frac{E}{R} = 5{,}9 \cdot 10^{-3}$**.** Efter lång tid är kondensatorn full och då är $I_{TOT} = 0$.



$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_{TOT}(t) = 0 - (0 - \frac{E}{R})\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad I_{TOT}(t) = 59 \cdot 10^{-3}\,e^{-\frac{t}{0{,}038}}$$

$$4 \cdot 10^{-3} = 5{,}9 \cdot 10^{-3}\,e^{-26{,}3 \cdot t} \quad \Leftrightarrow \quad \ln(\frac{4}{5{,}9}) = -26{,}3 \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2{,}69}{26{,}3} = \mathbf{0{,}014\,s}$$

10.4

a) Seriekopplade kondensatorer:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{25 \cdot 15}{25 + 15} \cdot 10^{-6} = 9{,}38 \cdot 10^{-6} = 9{,}38\ \mu\text{F}$$

$$\tau = R \cdot C = 330 \cdot 10^3 \cdot 9{,}38 \cdot 10^{-6} = \mathbf{3{,}1\ s}$$

b) $x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$

Efter lång tid ($t = \infty$) ligger det E = 15 V över de seriekopplade kondensatorerna. Laddningen Q är densamma i bägge kondensatorerna (ingen laddning kan passera genom kondensatorbeläggen).

$$E = \frac{Q}{C} \quad \Rightarrow \quad Q = E \cdot C = 15 \cdot 9{,}38 \cdot 10^{-6} = 141\ \mu\text{C} \qquad u_{C2}(t = \infty) = \frac{Q}{C_2} = \frac{143 \cdot 10^{-6}}{15 \cdot 10^{-6}} = 9{,}38\ \text{V}$$

Omedelbart efter tillslaget är kondensatorerna tomma. $u_{C2}(t = 0) = 0$. Vi får:

$$u_{C2}(t) = u_{C2_\infty} - (u_{C2_\infty} - u_{C2_0})\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{3{,}1}} \quad \Leftrightarrow \quad u_{C2}(t) = 9{,}38\left(1 - \mathrm{e}^{-0{,}32 \cdot t}\right)$$

$u_{C2}(t) = 2$ vid $t = ?$

$$2 = 9{,}38\left(1 - \mathrm{e}^{-0{,}32 \cdot t}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{2}{9{,}38} - 1\right) = -\mathrm{e}^{-0{,}32 \cdot t} \quad \Leftrightarrow \quad \ln(0{,}79) = \ln(e^{-0{,}32 \cdot t}) \quad \Leftrightarrow \quad -0{,}24 = -0{,}32 \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \mathbf{0{,}75\ s}$$

10.5

Kondensatorn är först uppladdad till 5 V, vid omkopplingen laddas den upp vidare mot 15 V.

Vi får $u_\infty = 15 \quad u_0 = 5$. Kretsens tidkonstant är $\tau = R \cdot C = 2000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 2$ s .

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad u(t) = 15 - (15 - 5)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}} = 15 - 10\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}}$$

$$10 = 15 - 10\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}} \quad \Leftrightarrow \quad -5 = -10\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}} \quad \Leftrightarrow \quad \ln\frac{5}{10} = \ln\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}} = -\frac{t}{2} \quad \Rightarrow \quad t = -2\ln\frac{5}{10} = 1{,}39\ \text{s}$$

När kondensatorn är full-laddad slutar strömmen. Detta sker efter c:a 10 s (5 tidkonstanter).

10.6

$u(t) = 2 \qquad u_\infty = 0 \qquad u_0 = 12 \qquad \tau = R \cdot C = 110 \cdot 10000 \cdot 10^{-6} = 1{,}1$ s

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad 2 = 0 - (0 - 12)\mathrm{e}^{-\frac{t}{1{,}1}}$$

$$\frac{2}{12} = \mathrm{e}^{-\frac{t}{1{,}1}} \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}1 \cdot \ln\left(\frac{1}{6}\right) = -t \quad \Rightarrow \quad t = 1{,}97 \approx \mathbf{2\ s}$$

Ett exponentiellt förlopp kan anses ha upphört efter $5 \cdot \tau = 5 \cdot 1{,}1 =$ **5,5 s**.

10.7

x_0 = storhetens begynnelsevärde $\quad i(0) = 0$

x_∞ = storhetens värde efter lång tid $\quad i(\infty) = \frac{E}{R} = \frac{12}{12} = 1 \qquad$ b) $\frac{12}{24} = 0{,}5$

τ = tidkonstant $= \frac{L}{R} = \frac{0{,}8}{12} = 0{,}06 \qquad$ b) $\frac{0{,}8}{24} = 0{,}03$

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

a) $i(t) = 1 - (1 - 0)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{0{,}06}} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{0{,}06}} \quad \Rightarrow \quad i(t = 0{,}1) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{0{,}1}{0{,}06}} = \mathbf{0{,}81}$ A

b) $i(t) = 0{,}5 - (0{,}5 - 0)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{0{,}03}} = 0{,}5 \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{0{,}03}}) \quad \Rightarrow \quad i(t = 0{,}1) = 0{,}5 \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\frac{0{,}1}{0{,}03}}) = \mathbf{0{,}48}$ A

10.8

a) Spolen är ”strömtrög” så strömmen förblir 0 i första ögonblicket.

b) Efter lång tid är strömmen genom spolen konstant, $\frac{di}{dt} = 0$, och spolens motemk $e = L\frac{di}{dt} = 0$. Spolen ”kortsluter” då det parallella 100 Ω motståndet. Strömmen begränsas av seriemotståndet på 100 Ω.

$I = \frac{10}{100} = 0{,}1$ A .

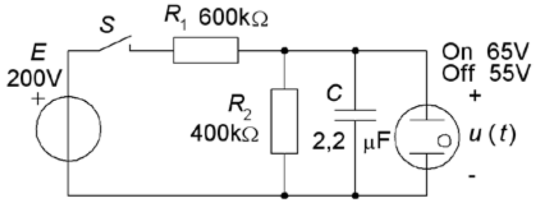
c) När strömställaren bryter kretsen klingar strömmen av (mot 0) med tidkonstanten $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ s

$$x(t) = x_\infty - (x_\infty - x_0)\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad i_L(t) = 0 - (0 - 0{,}1)\,e^{-\frac{t}{0{,}01}} = 0{,}1e^{-\frac{t}{0{,}01}} .$$

10.9

Kretsens Thevenin-tvåpol: $R_I = 600||400 = 240$ kΩ $E_0 = 200{\cdot}400/1000 = 80$V

a)



$$\tau = R_I \cdot C = 240 \cdot 10^3 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-6} = 0{,}528$$

$$t = \tau \cdot \ln\frac{hela}{resten} = 0{,}528 \cdot \ln\frac{80-0}{80-65} = 0{,}88\ s$$

b)

$$\tau = 0{,}528$$

$$t = \tau \cdot \ln\frac{hela}{resten} = 0{,}528 \cdot \ln\frac{80-55}{80-65} = 0{,}27\ s$$

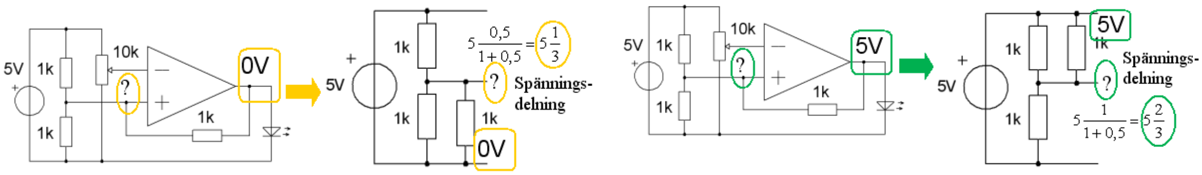
c)

Om R_2 är borta spänningsdelas E inte. $E = 200$. Tidkonstanten förändras.

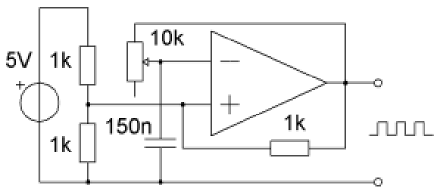
$$\tau = R_1 \cdot C = 600 \cdot 10^3 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-6} = 1{,}32$$

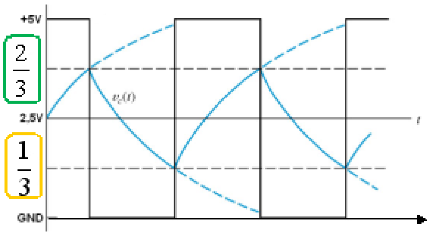
$$t = \tau \cdot \ln\frac{hela}{resten} = 1{,}32 \cdot \ln\frac{200-55}{200-65} = 0{,}094\ s$$

10.10



$$U_{TH-}=5\frac{1}{3}\approx 1{,}67\text{ V} \qquad U_{TH+}=5\frac{2}{3}\approx 2{,}33\text{ V}$$





$$\tau=R\cdot C=5\cdot10^{3}\cdot150\cdot10^{-9}=0{,}75\cdot10^{-3}$$

$$t_1=\tau\cdot\ln\frac{hela}{resten}=0{,}75\cdot10^{-3}\cdot\ln\frac{5-\frac{1}{3}\cdot5}{\frac{1}{3}\cdot5}=0{,}75\cdot10^{-3}\cdot\ln2=5{,}2\text{ ms}$$

$$t_2=t_1 \quad T=2\cdot t_1=2\cdot5{,}2\cdot10^{-3}=10{,}4\text{ ms} \quad f=\frac{1}{T}=\frac{1}{10{,}4\cdot10^{-3}}=962\text{ Hz}$$

Matningsspänningen 5V gick att förkorta bort. Frekvensen blir således oberoende av matningsspänningen!

10.11

$$R(\vartheta)=100\cdot(1+3{,}85\cdot10^{-3}\cdot\vartheta)\,[\,\Omega\,]$$

$R_0 = 176\ \Omega$

$R(\ t = 10\text{ min}\ ) = 139\ \Omega$

$$R_\infty=R(\vartheta=25^\circ)=100\cdot(1+3{,}85\cdot10^{-3}\cdot25)=109{,}6\,[\,\Omega\,]$$

$$x(t)=x_\infty-(x_\infty-x_0)\,e^{-\frac{t}{\tau}} \quad\Rightarrow\quad R(t=10\text{ min})=139=109{,}6-(109{,}6-176)\,e^{-\frac{10}{\tau}}$$

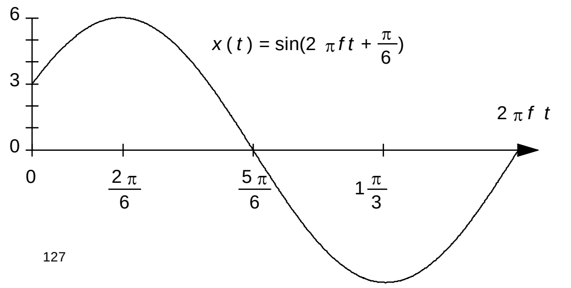
$$0{,}443=e^{-\frac{10}{\tau}} \quad\Leftrightarrow\quad \ln(0{,}443)=-\frac{10}{\tau} \quad\Rightarrow\quad \tau=\frac{10}{0{,}815}=\textbf{12,3 minuter}$$

Växelspänning, visare

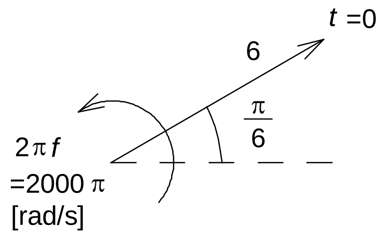
11.1

a) $x(t) = 6 \sin(\ 2000\pi \cdot t + \pi/6\ )$

b)



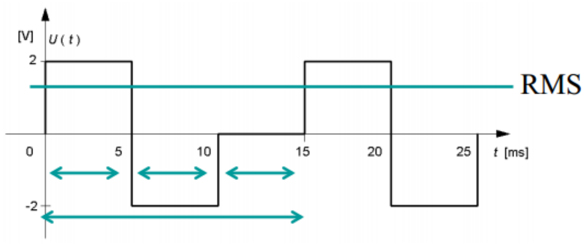
c)



11.2

$$U = \sqrt{\frac{\int_0^T u(t)^2\,\mathrm{d}t}{T}} = \sqrt{\frac{(2^2 + (-2)^2 + 0)\cdot 5\cdot 10^{-3}}{15\cdot 10^{-3}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{8\cdot 5\cdot 10^{-3}}{15\cdot 10^{-3}}} = 1{,}63\ \mathrm{V}$$



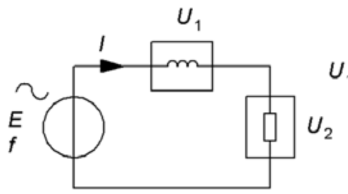
11.3

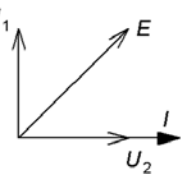
$$U = \sqrt{\frac{\int_0^T u(t)^2\,\mathrm{d}t}{T}} = \hat{U}\sqrt{\frac{\int_0^T \sin(\omega t)^2\,\mathrm{d}t}{T}} = \hat{U}\sqrt{\frac{\int_0^T \sin(\frac{2\pi t}{T})^2\,\mathrm{d}t}{T}} = \hat{U}\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Visardiagram

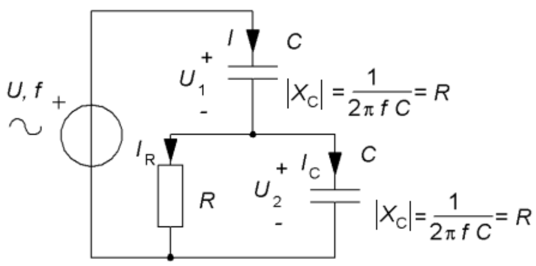
11.4

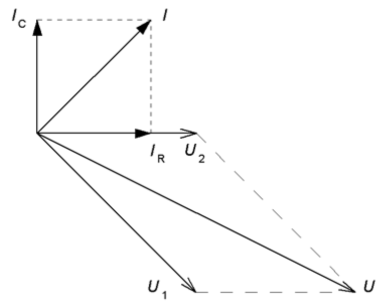
Identifiera komponenterna som gett upphov till spänningsvisarna U_1 och U_2. U_2 är i fas med strömmen så det är en resistor som givit upphov till den spänningen. U_1 ligger före I så här har vi en strömtrög komponent, en induktor.





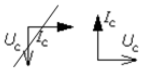
11.5



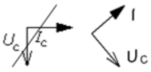


1) U_2 riktfas (= horisontell)

2) $\bar{I}_R \parallel \bar{U}_2$ 

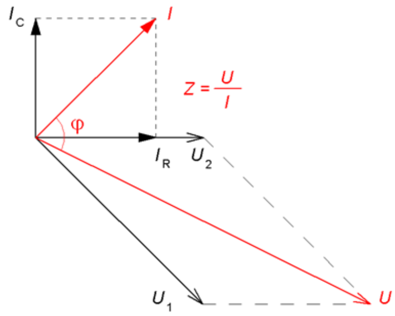
3) $\bar{I}_C \perp \bar{U}_2 \quad I_C = I_R = \dfrac{U_2}{R}$ 

4) $\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C \quad I = \sqrt{2} \cdot I_C$

5) $\bar{U}_1 \perp \bar{I}$ 

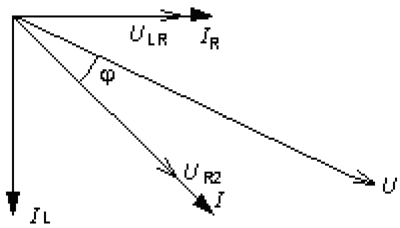
$U_1 = I \cdot R = I_C \cdot \sqrt{2} \cdot R \quad \Rightarrow \quad U_1 = \sqrt{2} \cdot U_2$

6) $\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2$



11.6

$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0{,}318 = 100\ \Omega$. Vi väljer U_{LR} som riktfas. Strömmen I_R har samma riktning som U_{LR}. Strömmen I_L ligger 90° efter U_{LR} och har lika lång visare som I_R eftersom R_1 och L har samma växelströmsmotstånd (X_L = 100 Ω, R_1 = 100 Ω). De två strömmarna I_L och I_R kan adderas vektoriellt till I, $\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L$. I blir $\sqrt{2}$ ggr längre än I_L och I_R (Pythagoras sats). Strömmen I passerar genom den nedre resistorn R_2. Spänningsfallet U_{R2} får samma riktning som I och blir $\sqrt{2}$ ggr längre än U_{LR} (eftersom resistorerna är lika och strömmen är så många gånger större). Spänningen U kan slutligen fastställas som vektorsumman av U_{LR} och U_{R2} ; $\bar{U} = \bar{U}_{LR} + \bar{U}_{R2}$.

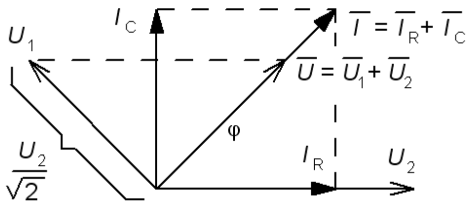


Vinkeln φ är vinkeln mellan spänningen U över hela kretsen och strömmen I in till kretsen.

11.7

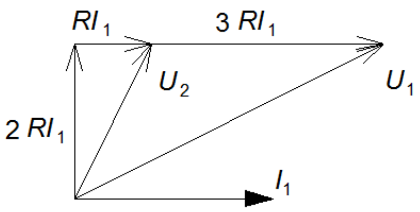
Börja med U_2 som riktfas. Strömmen I_R har samma riktning som U_2. ($U_2 = I_R \cdot R$)
Strömmen I_C ligger 90° före U_2 och är lika stor som I_R (eftersom $X_C = R$)
Strömmarna I_C och I_R summeras ihop till I.
$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C \quad I = \sqrt{2} \cdot I_R$ (Pythagoras sats)

U_1 ligger 90° före I. $U_1 = I \cdot X_L = \sqrt{2} \cdot I_R \cdot \dfrac{R}{2} = \dfrac{I_R \cdot R}{\sqrt{2}}$



Spänningarna U_1 och U_2 summeras ihop till spänningen U. $\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2$.
(Man kan se att U blir lika stor som U_1 !)

11.8



Växelspänning, jω-metoden

12.1

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C = \frac{U}{R} + \frac{U}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{U}{R} + j\omega C \cdot U$$

12.2

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{220}{10\cdot\cos(30°) + 10j\cdot\sin(30°)} = \frac{220}{8{,}6+5j}\cdot\frac{(8{,}6-5j)}{(8{,}6-5j)} = \frac{1892-1100j}{99} = 19{,}1 - 11{,}1j$$

denna impedans kan man tex. få med en resistor R = 19,1 Ω i serie med en kondensator med reaktansen X_C = -11,1 Ω.

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -11{,}1 \quad\Rightarrow\quad C = -\frac{1}{2\pi\cdot 50\cdot(-11{,}1)} = 287\ \mu\text{F}$$

12.3

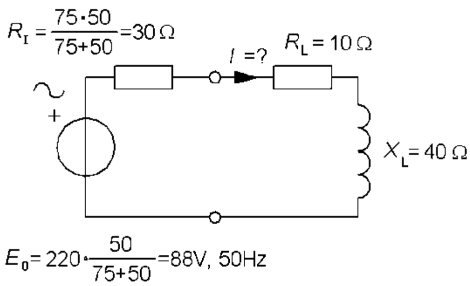
$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{(j\omega C)}{(j\omega C)} = \underline{U}_1 \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad\Rightarrow\quad \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{1 + R^2\omega^2 C^2} = \frac{10}{5} = 2$$

$$1 + R^2\omega^2C^2 = 4 \quad\Leftrightarrow\quad R\omega C = \sqrt{3} \quad\Leftrightarrow\quad RC = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$$

12.4

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} \quad\Rightarrow\quad I = \frac{88}{|(30+10) + j40|} =$$

$$= \frac{88}{\sqrt{(30+10) + 40^2}} = 1{,}56\ \text{A}$$



12.5

Parallellkoppling:

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C = \frac{U}{R} + U\cdot j\omega C$$

$$I_R = \frac{U}{R} \quad I_C = U\omega C$$

$$\underline{I} = 2 + 2j$$

Seriekoppling:

$$\underline{I} = \frac{U}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad\Rightarrow\quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$R = \frac{1}{\omega C} = \frac{E}{2} \quad\Rightarrow\quad I = \frac{U}{U\cdot\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}} = \sqrt{2}\ \text{A}$$

12.6

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{(15+j20)\cdot(10-j20)}{15+j20+10-j20} = \frac{550-j100}{25} = 22 - j4\ [\Omega]$$

12.7

$$\underline{Z} = \frac{(R + \frac{1}{j\omega C})\cdot j\omega L}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{L}{C} + j\omega LR}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \quad \underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = U\frac{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{\frac{L}{C} + j\omega LR}$$

12.8

Spänningen U ligger direkt över parallellgrenen med induktansen L.

$$\underline{I} = \frac{U}{\mathrm{j}\omega L} = -\mathrm{j}\frac{U}{\omega L}$$

12.9

$$\underline{Z}_{\mathrm{R2C}} = \frac{2\cdot(-8\mathrm{j})}{2-8\mathrm{j}}\cdot\frac{(2+8\mathrm{j})}{(2+8\mathrm{j})} = 1{,}88-0{,}47\mathrm{j}$$

$$\underline{Z} = 3+6\mathrm{j}+1{,}88-0{,}47\mathrm{j} = 4{,}88+5{,}53\mathrm{j} \quad Z = \sqrt{4{,}88^2+5{,}53^2} = 7{,}38\,\Omega$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{30}{4{,}88+5{,}53\mathrm{j}}\cdot\frac{(4{,}88-5{,}53\mathrm{j})}{(4{,}88-5{,}53\mathrm{j})} = \frac{146{,}5-165{,}9\mathrm{j}}{54{,}41} = 2{,}7-3\mathrm{j} \quad I = \sqrt{2{,}7^2+3^2} = 4\text{ A}$$

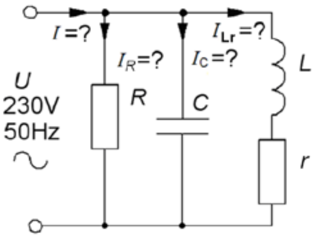
$$\underline{I}_{\mathrm{C}} = \frac{2(2{,}7-3\mathrm{j})}{2-8\mathrm{j}}\cdot\frac{(2+8\mathrm{j})}{(2+8\mathrm{j})} = 0{,}86+0{,}46\mathrm{j} \quad I_{\mathrm{C}} = \sqrt{0{,}86^2+0{,}46^2} = 0{,}98\text{ A}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{L}} = 30\frac{6\mathrm{j}}{3+6\mathrm{j}+(1{,}88\text{-}0{,}47\mathrm{j})} = 30\frac{6\mathrm{j}}{4{,}88+5{,}53\mathrm{j}}\cdot\frac{(4{,}88-5{,}53\mathrm{j})}{(4{,}88-5{,}53\mathrm{j})} = 18{,}3+16{,}2\mathrm{j} \quad U_{\mathrm{L}} = 24{,}4\text{ V}$$

12.10

a) $\underline{U}$ och $\underline{I}_R$ ligger i fas och får bli vår riktfas, $\arg(\underline{U}) = 0$

$$U = R\cdot I_R \quad\Rightarrow\quad I_R = \frac{U}{R} = \frac{230}{46} = 5\text{A}$$



b)

$$\underline{U} = \frac{1}{j\omega C}\underline{I}_C \quad\Rightarrow\quad U = \frac{1}{\omega C}I_C \quad\Rightarrow\quad I_C = U\cdot\omega C = 230\cdot 2\cdot\pi\cdot 50\cdot 69\cdot 10^{-6} \approx 5\text{A}$$

$$\arg(\underline{I}_C) = \arg(\underline{U}) + \arg(j\omega C) = 0° + 90° = 90°$$

c)

$$\underline{U} = \underline{Z}_{Lr}\cdot\underline{I}_{Lr} = (r + j\omega L)\cdot\underline{I}_L \quad\Rightarrow\quad I_{Lr} = \frac{U}{\sqrt{r^2+(\omega L)^2}} = \frac{230}{\sqrt{32{,}5^2+(32{,}5)^2}} \approx 5\text{A}$$

$$\arg(\underline{I}_{Lr}) = \arg(\underline{U}) - \arg(\underline{Z}_{Lr}) = 0° - \arctan\frac{32{,}5^2}{32{,}5^2} = -45°$$

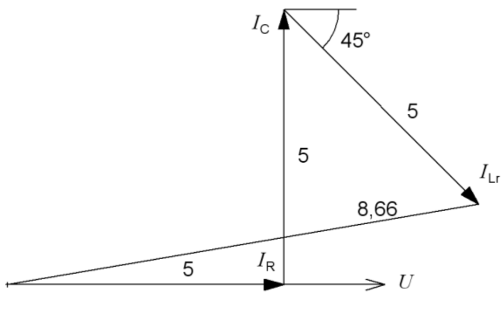
d)

$$\underline{I} = \underline{I}_C + \underline{I}_R + \underline{I}_{Lr}$$

$$I = \sqrt{(I_C - I_{Lr}\cdot\sin 45°)^2 + (I_R + I_L\cdot\cos 45°)^2} =$$

$$= \sqrt{(5-5\cdot 0{,}71)^2 + (5+5\cdot 0{,}71)^2} =$$

$$= \sqrt{1{,}46^2 + 8{,}54^2} = \sqrt{75} \approx 8{,}66\text{A}$$



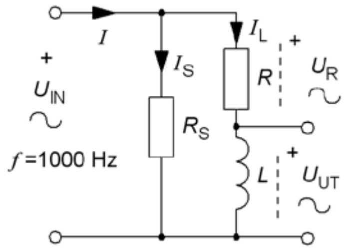
12.11

a) $\underline{U}_{UT}$ väljs till **riktfas**, $\arg(\underline{U}_{UT}) = 0$

$\underline{U}_{UT} = j\omega L \cdot \underline{I}_1 \quad \underline{U}_{UT} = U_{UT} = 6{,}28$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_{UT}}{j\omega L} = \frac{6{,}28}{j \cdot 2\pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} - 0{,}1j$$

$I_L = 0{,}1\ A$



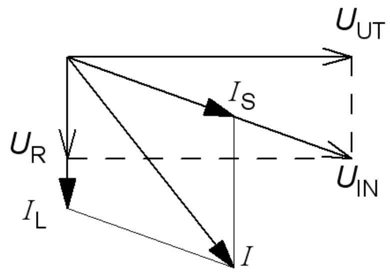
b) $\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_L = -50 \cdot 0{,}1j = -5j \quad U_R = 5\text{ V}$

c) $\underline{U}_{IN} = \underline{U}_R + \underline{U}_{UT} = 6{,}28 - 5j \quad U_{IN} = \sqrt{6{,}28^2 + 5^2} = 8{,}0\text{ V}$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{IN}}{R_S} = \frac{6{,}28 - 5j}{100} = 0{,}063 - 0{,}05j$$

d) $\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_S = -0{,}1j + 0{,}063 - 0{,}05j = 0{,}062 - 0{,}15j$

$I = \sqrt{0{,}063^2 + 0{,}15^2} = 0{,}16\text{ A}$



Resonans

13.1

Eftersom $|U_C| = |U_L|$ råder resonans. Spänningsfallen över L och C tar ut varandra och kvar blir 1 V över R. U = 1 V.

13.2

Eftersom $|I_C| = |I_L|$ råder resonans. I = 1 A, strömmen i L och i C är en cirkulerande ström, $I_C = -I_L$.

13.3

$$\underline{I} = \underline{I}_{\text{C}} + \underline{I}_{\text{LR}} = \frac{U}{\dfrac{1}{\text{j}\omega C}} + \frac{U}{R + \text{j}\omega L} \cdot \frac{(R - \text{j}\omega L)}{(R - \text{j}\omega L)} = U \cdot \left(\text{j}\omega C + \frac{R - \text{j}\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right) =$$

$$= U \cdot \left(\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \text{j}\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right) \right)$$

Vi har här angivit U som riktfas, reell. Strömmen I måste då också vara reell för att vara i fas med spänningen. Detta ger oss vilkoret att $\text{Im}\lfloor \underline{I} \rfloor = 0$.

$$\omega C = \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \quad \omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \right)}$$

Denna frekvens är **resonansfrekvensen**.

13.4

a) Q-värdet. $BW = \frac{f_0}{Q} \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{f_0}{BW} = \frac{2000}{200} = 10$.

b) $R_\mathrm{S} = 2\ \Omega \quad Q = \frac{X_\mathrm{L}}{R_\mathrm{S}} \quad \Rightarrow \quad X_\mathrm{L} = Q \cdot R_\mathrm{S} = 10 \cdot 2 = 20\ \Omega$

c) $X_\mathrm{L} = 2\pi f_0 L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{X_\mathrm{L}}{2\pi f_0} = \frac{20}{2\pi \cdot 2000} = 1{,}59\ \mathrm{mH} \qquad X_\mathrm{L} = X_\mathrm{C}$

$$X_\mathrm{C} = \frac{1}{2\pi f_0 C} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{2\pi f_0 X_\mathrm{C}} = \frac{1}{2\pi \cdot 2000 \cdot 20} = 3{,}98\ \mu\mathrm{F}$$

d) $f_1 \approx f_0 - \frac{BW}{2} = 1900 \quad f_1 \approx f_0 + \frac{BW}{2} = 2100$

$$f_0 = \sqrt{f_1 \cdot f_2} = \sqrt{1900 \cdot 2100} = 1997 \approx 2000 \text{ OK!}$$

13.5

a) Spolens Q-värde, parallellresistans. $Q = \frac{X_\mathrm{L}}{R_\mathrm{S}} = \frac{30}{2} = 15 \quad R = Q^2 \cdot r = 15^2 \cdot 2 = 450\ \Omega$

b) $Z_{ERS} = 450 \,||\, 450 = 225\ \Omega$

c) $I \cdot Z_\mathrm{ERS} = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 225 = 18\ \mathrm{V} \quad \underline{I}_\mathrm{C} = \frac{18}{-\mathrm{j}30} \quad \Rightarrow \quad I_\mathrm{C} = \quad 0{,}6\ \mathrm{A} \angle +90°$

$$\underline{I}_\mathrm{Lr} = \frac{18}{2 + \mathrm{j}30} \quad \Rightarrow \quad I_\mathrm{L} \approx \quad 0{,}6\ \mathrm{A} \angle -86°$$

d) $L = \frac{X_\mathrm{L}}{2\pi f_0} = \frac{30}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^3} = 0{,}24\ \mathrm{mH} \quad C = \frac{1}{2\pi f_0 \cdot |X_C|} = \frac{1}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 30} = 265\ \mathrm{nF}$

e) $Q_\mathrm{TOT} = \frac{225}{30} = 7{,}5 \quad BW = \frac{f_0}{Q} = \frac{20 \cdot 10^3}{7{,}5} = 2{,}67\ \mathrm{kHz}$

13.6

a) $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{5 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-12}}} = 14{,}2\ \mathrm{MHz}$

b) Spolens Q-värde

$$Q = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{r} = \frac{2\pi \cdot 14{,}2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0{,}5} = 894$$

c) Total parallellresistans för Q = 500 blir:

$$R_{Q500} = 500 \cdot 2\pi f_0 \cdot L = 500 \cdot 2\pi \cdot 14{,}2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 224\ \mathrm{k}\Omega$$

Spolens resistans överräknad som parallellresistans blir:

$$R = Q^2 \cdot r = 894^2 \cdot 0{,}5 = 400\ \mathrm{k}\Omega$$

Välj R_X så att:

$$R_{Q500} = R_X \,||\, R \quad \Rightarrow \quad R_X = \frac{R \cdot R_{Q500}}{R - R_{Q500}} = \frac{400 \cdot 224}{400 - 224} = 507\ \mathrm{k}\Omega$$

13.7

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot (13{,}56 \cdot 10^6)^2} = 55 \text{ pF}$$

$$Q = \frac{\omega L}{r} = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{r} = \frac{2\pi \cdot 13{,}56 \cdot 10^6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6}}{1{,}5} = 142$$

$$R = Q^2 \cdot r = 142^2 \cdot 1{,}5 = 30{,}25 \text{ k}\Omega$$

$$Q_{\text{BW}} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{13{,}56 \cdot 10^6}{140 \cdot 10^3} = 96{,}86 \quad Q_{\text{BW}} = \frac{R_{\text{BW}}}{2\pi \cdot f_0 \cdot L} \quad \Rightarrow$$

$$R_{\text{BW}} = Q_{\text{BW}} \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot L = 96{,}86 \cdot 2\pi \cdot 13{,}56 \cdot 10^6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} = 20{,}63 \text{ k}\Omega$$

$$R_{\text{BW}} = R_X \parallel R \quad \Rightarrow \quad R_X = \frac{R \cdot R_{\text{BW}}}{R - R_{\text{BW}}} = \frac{30{,}25 \cdot 20{,}63}{30{,}25 - 20{,}63} \cdot 10^3 = 64 \text{ k}\Omega$$

Om elektroniken är strömsnål och inte drar mer ström än en 64 kΩ resistor så får resonanskretsen bandbredden 140 kHz. Onödigt stor bandbredd skulle ”släppa fram” störningar.

13.8

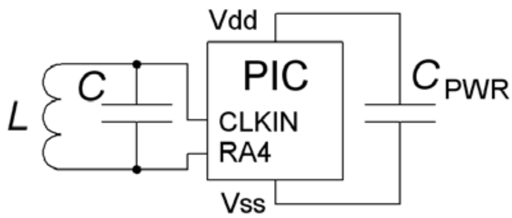
$$a) \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}43 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}77 \cdot 10^{-9}}} = 125 \text{ kHz}$$

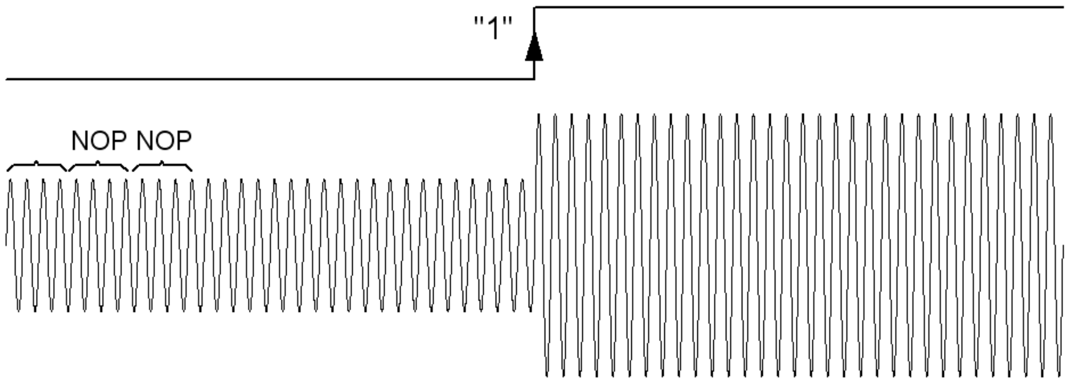
$$b) \quad Q_L = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{r} = \frac{2\pi \cdot 125 \cdot 10^3 \cdot 4{,}3 \cdot 10^{-3}}{4} = 84{,}4$$

$$c) \quad R_{PIC} = 20 \cdot 10^3 \quad r_{PIC} = \frac{R_{PIC}}{Q_L^2} = \frac{20 \cdot 10^3}{84{,}4^2} = 2{,}8\,\Omega \quad Q_{res} = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{r_{PIC} + r_L} = \frac{338}{4 + 2{,}8} = 50$$

$$d) \quad Q_{res} = \frac{f_0}{BW} \quad \Rightarrow \quad BW = \frac{f_0}{Q_{res}} = \frac{125 \cdot 10^3}{50} = 2{,}5 \text{ kHz}$$

Intresserad av funktionen? PIC-processorn har ”skyddsdioder” innanför pinnarna – dessa likriktar 125-kHz signalen och strömförsörjer processorn. En kondensator C_{PWR} håller matninsspänningen stabil. Processorn använder 125-kHz-signalen som klocka (`CLKIN`). En instruktion tar 4 klockcykler. Ett program som sänder ”1” kan se ut så här:






```
TRISA.5 = 1; /* CLKIN is input */
PORTA.4 = 0;
TRISA.4 = 0;  /* RA4 pin at GND,  RF-signal is damped */
nop(); nop(); nop(); nop(); nop(); nop(); nop();
TRISA.4 = 1; /* RA4 pin is threestate, RF-signal is undamped */
nop(); nop(); nop(); nop(); nop(); nop(); nop();
```

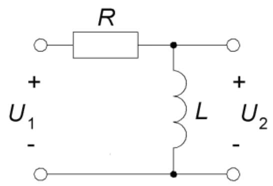
Filter

14.1

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{j\omega \frac{L}{R}}{1 + j\omega \frac{L}{R}} \qquad \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = \frac{|\, j\omega L\,|}{|\, R + j\omega L\,|} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = \arg\left(\frac{j\omega L}{R + j\omega L}\right) = \arg(j\omega L) - \arg(R + j\omega L) = 90° - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) =$$

$$= \arctan\left(\frac{R}{\omega L}\right) \qquad R^2 = (\omega L)^2 \quad \omega = 2\pi \cdot f_G \quad \Rightarrow \quad f_G = \frac{R}{2\pi L} \qquad HP$$



14.2

$$R \,||\, C = \frac{R \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{\mathrm{j}\omega C}{\mathrm{j}\omega C} = \frac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC} \qquad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_\mathrm{C}}{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \underline{U}_\mathrm{C} \cdot \mathrm{j}\omega C$$

$$\underline{U}_\mathrm{C} = U \frac{\frac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}}{R + \frac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}} \cdot \frac{\frac{1 + \mathrm{j}\omega RC}{R}}{\frac{1 + \mathrm{j}\omega RC}{R}} = U \frac{1}{1 + \mathrm{j}\omega RC + 1} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_C = U \frac{\mathrm{j}\omega C}{2 + \mathrm{j}\omega RC}$$

14.3

$$R_1 \,||\, C = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \cdot \frac{\mathrm{j}\omega C}{\mathrm{j}\omega C} = \frac{R_1}{\mathrm{j}\omega R_1 C + 1}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1}{\mathrm{j}\omega R_1 C + 1}} \cdot \frac{\mathrm{j}\omega R_1 C + 1}{\mathrm{j}\omega R_1 C + 1} = \frac{R_2(\mathrm{j}\omega R_1 C + 1)}{R_2(\mathrm{j}\omega R_1 C + 1) + R_1} = \frac{\mathrm{j}\omega R_1 R_2 C + R_2}{\mathrm{j}\omega R_1 R_2 C + (R_1 + R_2)}$$

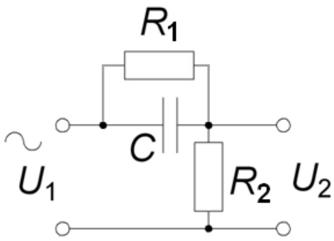
$$\omega \approx 0 \Rightarrow \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \approx \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3} \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) \approx 0°$$

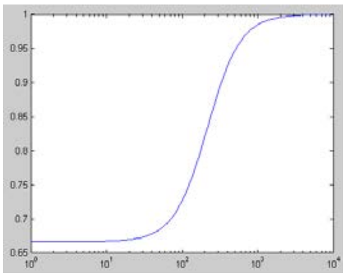
$$\omega \to \infty \Rightarrow \quad \frac{U_2}{U_1} = 1 \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) \approx 0°$$

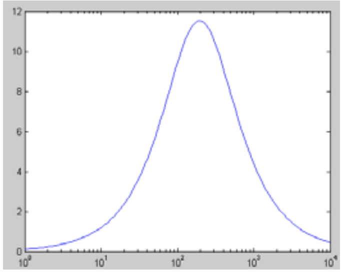
Brytfrekvensen är när nämnarens realdel är lika med dess imaginärdel:

$$\omega R_1 R_2 C = (R_1 + R_2) \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 \cdot C} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{(R_1 + R_2)}{2\pi \cdot R_1 R_2 \cdot C}$$

$$f = \frac{(1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3)}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 239 \text{ Hz}$$







Filtret är ett högpassfilter, HP, som släpper igenom höga frekvenser men dämpar 1/3 vid låga frekvenser. Fasvridningen är störst vid ”brytfrekvensen” 240 Hz då den uppgår till c:a 12°.

14.4

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{j\omega L + \frac{1}{j\omega L} + R} = \frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \qquad \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = \frac{R}{|R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

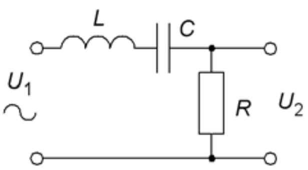
$$\arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = \arg\left(\frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}\right) = \arg(R) - \arg\left(R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})\right) = 0° - \arctan\left(\frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R}\right)$$

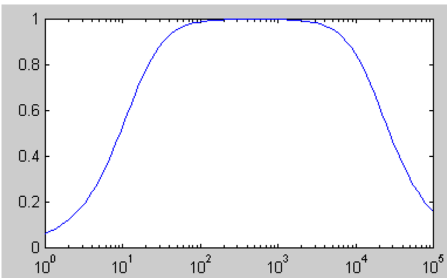
$$(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_x = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}} \qquad f_x = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot C}}$$

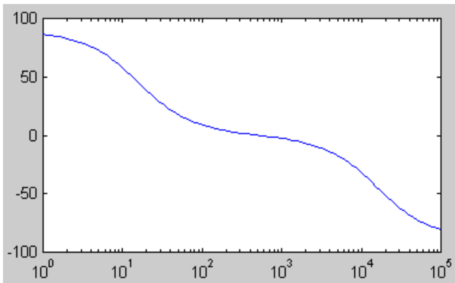
$$f = f_x \quad \Rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = 1 \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = -\arctan(0) = 0°$$

$$f = 0 \quad \Rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = 0 \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = \arg\left(\frac{1}{-\infty j}\right) = 90°$$

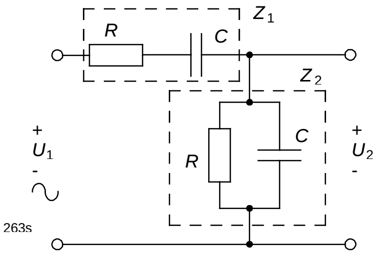
$$f = \infty \quad \Rightarrow \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right| = 0 \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right) = \arg\left(\frac{1}{+\infty j}\right) = -90° \qquad \Rightarrow \quad BP$$







14.5



Inför impedanserna $\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}$ och $\underline{Z}_2 = \frac{R\cdot\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \frac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}$

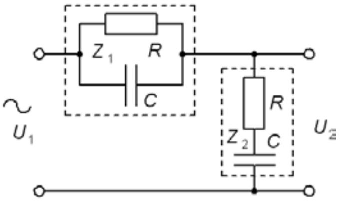
$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\frac{R}{1+\mathrm{j}\omega RC}}{R + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \frac{R}{1+\mathrm{j}\omega RC}} = \frac{R}{3R + \mathrm{j}\left(R^2\cdot\omega C - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$\omega \to 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\omega C} \to \infty$. När $\omega \to \infty \quad \Rightarrow \quad \omega C \to \infty$. I båda fallen går uttrycket

$\left(R^2 \cdot \omega C - \frac{1}{\omega C} \right) \to \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \to 0$

När $R^2 \cdot \omega C - \frac{1}{\omega C} = 0$ vid $\omega = \frac{1}{RC}$ blir $\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{3}$.

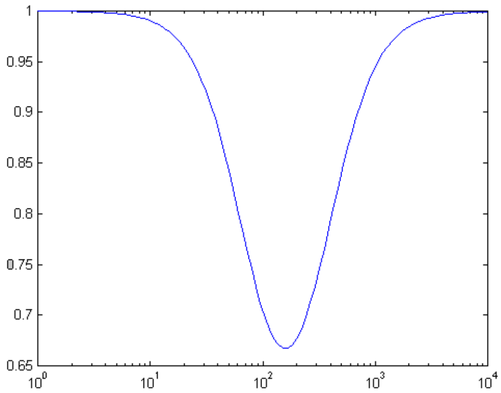
14.6

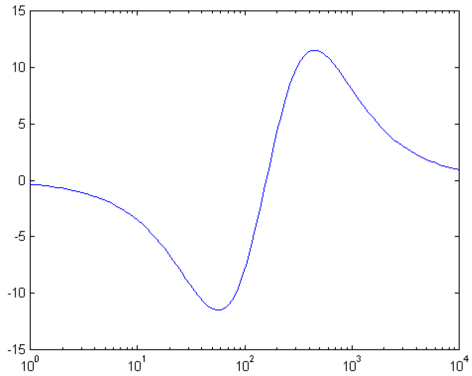


Inför impedanserna $\underline{Z}_1 = \dfrac{R \cdot \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \dfrac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}$ och $\underline{Z}_2 = R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \dfrac{R}{1 + \mathrm{j}\omega RC}} \cdot \frac{\mathrm{j}\omega C(1 + \mathrm{j}\omega RC)}{\mathrm{j}\omega C(1 + \mathrm{j}\omega RC)} = \ldots = \frac{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + 2\mathrm{j}\omega RC}{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + 3\mathrm{j}\omega RC}$$

$$\omega = \frac{1}{RC} \quad \Rightarrow \quad \omega RC = 1 \quad \omega^2 R^2 C^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{2}{3} \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right) = 0$$





14.7

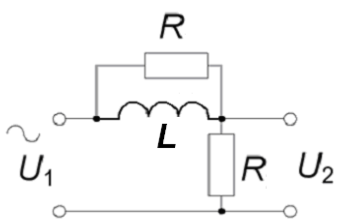
$$a) \qquad R \parallel L = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} \qquad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + \dfrac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L}} = \frac{1}{1 + \dfrac{1 \cdot j\omega L}{R + j\omega L}} = \frac{\dfrac{R + j\omega L}{R + j\omega L}}{\dfrac{R + j\omega L + j\omega L}{R + j\omega L}} = \frac{R + j\omega L}{R + j2\omega L}$$

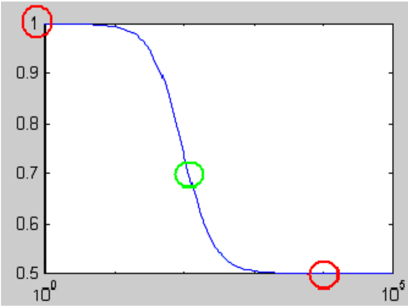
$$b) \qquad \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = \left| \frac{R + j\omega L}{R + j2\omega L} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{R^2 + (2\omega L)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad 2R^2 + 2(\omega L)^2) = R^2 + 4(\omega L)^2$$

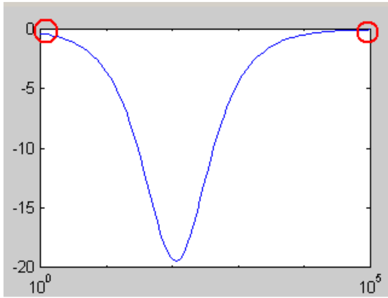
$$R^2 = 2(\omega L)^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_X = \frac{R}{L\sqrt{2}}$$

$$c) \qquad \frac{R + j\omega L}{R + j2\omega L} \qquad \omega \to 0 \qquad \frac{R + 0}{R + 0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = 1 \quad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right) = 0°$$

$$d)\qquad \frac{R+j\omega L}{R+j2\omega L}\ \Rightarrow\ \frac{\frac{R}{\omega}+jL}{\frac{R}{\omega}+j2L}\qquad \omega\to\infty\qquad \frac{0+jL}{0+j2L}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \left|\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|=0{,}5\qquad \arg\left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right)=0°$$







14.8

$$a)\,\frac{\underline{U}_2(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}=?\quad b)\,\omega_X(R,L,C)=?\quad c)\left|\frac{\underline{U}_2(\omega_X)}{\underline{U}_1(\omega_X)}\right|=?\quad d)\,\arg\left(\frac{\underline{U}_2(\omega_X)}{\underline{U}_1(\omega_X)}\right)=?\quad e)\,\frac{\underline{I}_R(\omega)}{\underline{U}_1(\omega)}=?$$

$$a)\,b)\qquad R\,||\,C=\frac{R\cdot\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\cdot\frac{j\omega C}{j\omega C}=\frac{R}{1+j\omega RC}$$

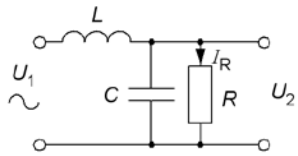
$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}=\frac{\frac{R}{1+j\omega RC}}{j\omega L+\frac{R}{1+j\omega RC}}\cdot\frac{1+j\omega RC}{1+j\omega RC}=\frac{R}{j\omega L(1+j\omega RC)+R}=$$

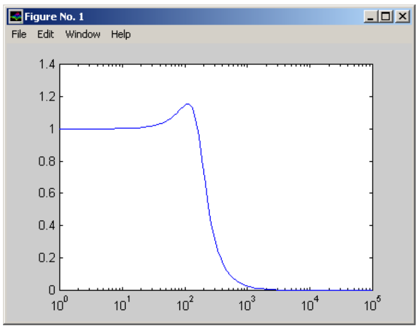
$$=\frac{R}{(R-\omega^2RLC)+j\omega L}\qquad RE\left[\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right]=0\ \Rightarrow\ \omega^2RLC=R\qquad \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

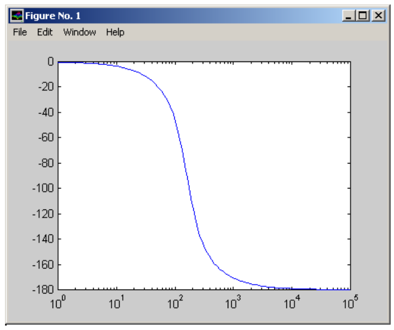
$$c)\qquad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}=\frac{R}{(R-\omega^2RLC)+j\omega L}=\left\{\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}\right\}=\frac{R}{0+j\sqrt{\frac{L}{C}}}\qquad \frac{U_2}{U_1}=\frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}}=R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$d)\qquad \arg\left[\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right]=\arg\left[\frac{R}{j\sqrt{\frac{L}{C}}}\right]=-90°$$

$$e)\qquad \frac{\underline{I}_R}{\underline{U}_1}=?\quad \underline{I}_R=\frac{\underline{U}_2}{R}\ \Rightarrow\ \frac{\underline{I}_R}{\underline{U}_1}=\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\cdot\frac{1}{R}=\frac{1}{(R-\omega^2RLC)+j\omega L}$$







Transformator, induktiv koppling

15.1

Transformatorn har spänningsomsättningen $n = N_1/N_2 = 600/200 = 3$.

Vi får $U_2 = \frac{1}{n}U_1 = \frac{225}{3} = 75$ V och $I_1 = \frac{1}{n}I_2 = \frac{9}{3} = 3$ A.

15.2

$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad N_1 = 6 \cdot N_2 = 6 \cdot 150 = 900 \qquad U_2 = U_1/n = 230/6 = 38{,}3$ V

15.3

Transformatorn har spänningsomsättningen $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{225}{127} = 1{,}77 \quad \Rightarrow \quad N_2 = \frac{U_2}{U_1}N_1 = \frac{600 \cdot 127}{225} = 339$.

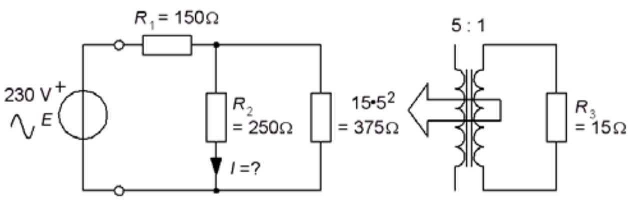
Vi får $I_1 = \frac{N_2}{N_1}I_2 = \frac{339}{600}9 = 5{,}08$ A.

15.4

$U_1 = 10 - 0{,}2 \cdot 10 = 8\,[\mathrm{V}] \qquad U_2 = \frac{1}{2}U_1 = 0{,}5 \cdot 8 = 4\,[\mathrm{V}] \qquad I_2 = \frac{2}{1}I_1 = 2 \cdot 0{,}2 = \mathbf{0{,}4}\,[\mathrm{A}]$

$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{4}{0{,}4} = \mathbf{10}\,[\Omega]$

15.5



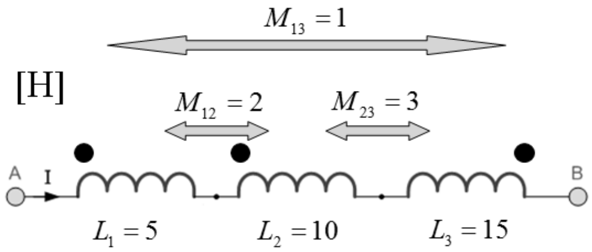
$R_3: \quad R_{1\leftarrow 2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot R_2 \quad \Rightarrow \quad 5^2 \cdot 15 = 375$

$250 \,\|\, 375 = 150 \qquad I = \frac{E/2}{250} = \frac{115}{250} = 0{,}46$ A

15.6

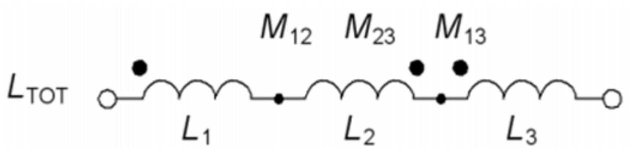
$$L_{\mathrm{ERS}} = \frac{\left(4 + \frac{4 \cdot 4}{4+4}\right) \cdot 6}{4 + \frac{4 \cdot 4}{4+4} + 6} = 3\ \mathrm{H}$$

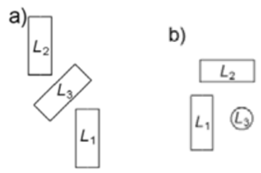
15.7



L_{TOT} =
$L_1 + M_{12} – M_{13}$ +
$L_2 + M_{12} – M_{23}$ +
$L_3 – M_{23} – M_{13}$ =
= 5 +2 –1 + 10 + 2 – 3 + 15 –3 –1 = 26 [H]

15.8





a) $L_{TOT} = L_1 - M_{12} + M_{13} +$
$L_2 - M_{12} - M_{23} +$
$L_3 - M_{23} + M_{13} =$
$= 12 - 3 + 1 + 6 - 3 - 2 + 5 - 1 + 1 = 16\,[\mathrm{H}]$

b) $L_{TOT} = L_1 + L_2 + L_3 = 12 + 6 + 5 = 23\,[\mathrm{H}]$