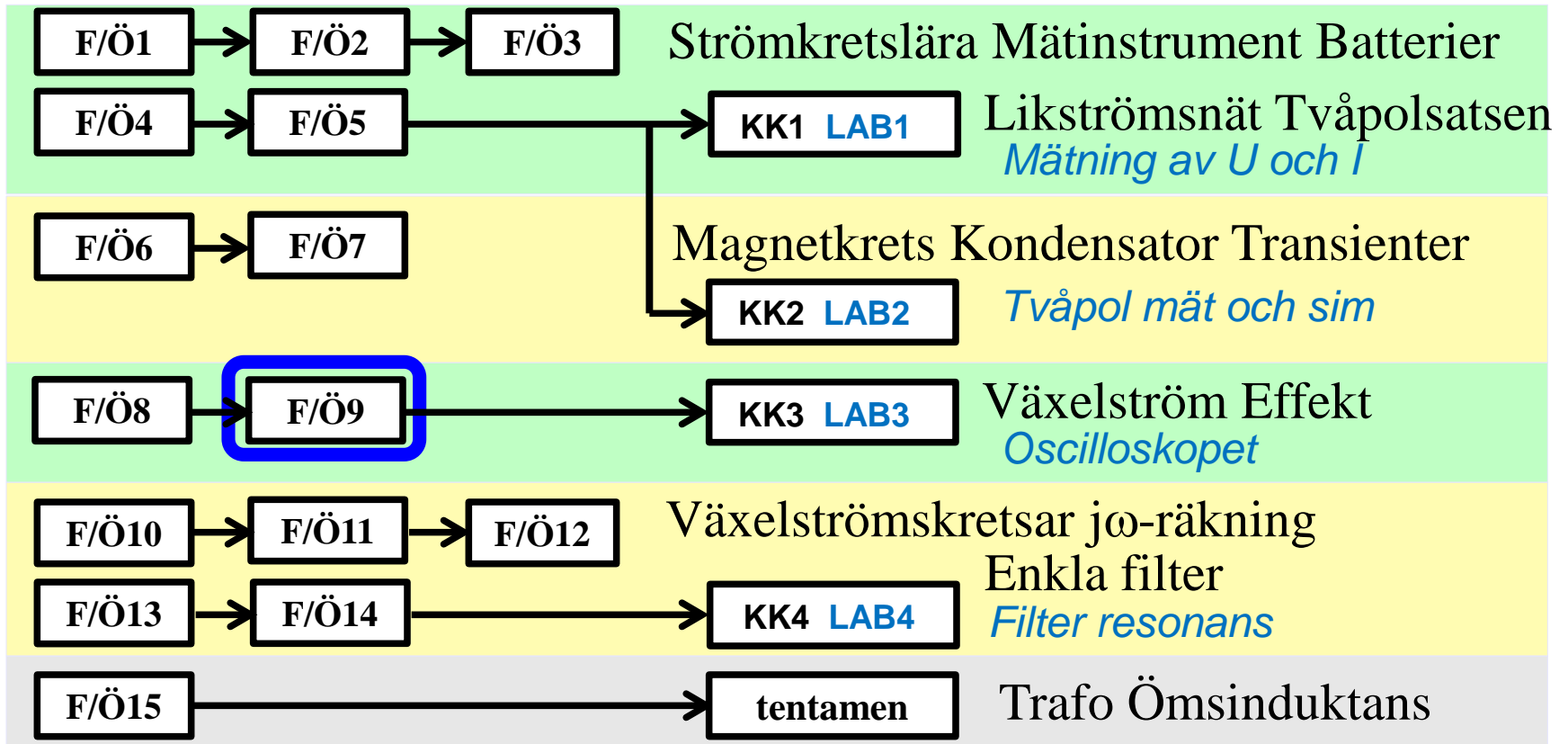


IF1330 Ellära



*Föreläsningar och övningar bygger på varandra! Ta alltid igen det Du missat!
Läs på i förväg – delta i undervisningen – arbeta igenom materialet efteråt!*

Växelströmseffekt, momentanvärde i R

$$\sin(x) \sin(y) = \frac{\cos(x - y) - \cos(x + y)}{2}$$

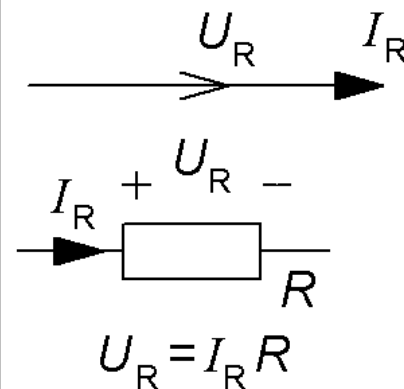
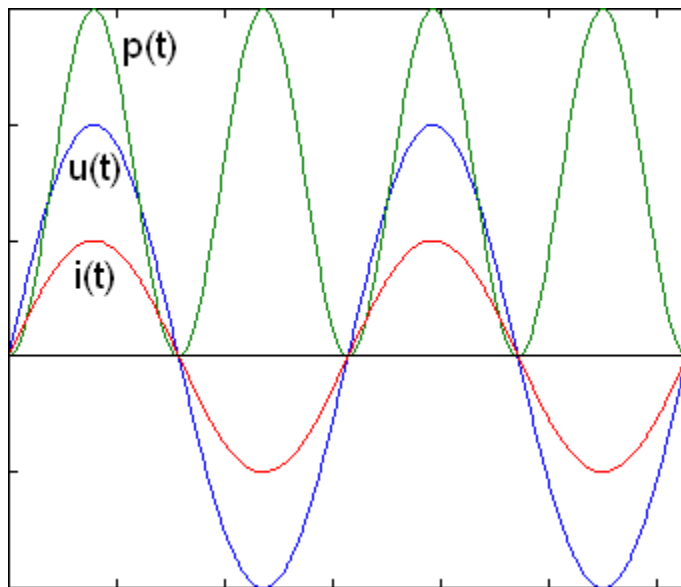
$$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \quad i = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$p = u \cdot i = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \cdot I\sqrt{2} \sin(\omega t) = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

Resistor: $\varphi = 0$

Spänning och ström är i fas, effekten varierar med **dubbla** frekvensen!

Därför flimrar glödlampor med 100 Hz.



Växelströmseffekt, momentanvärde i C

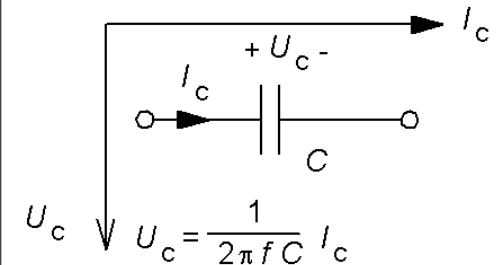
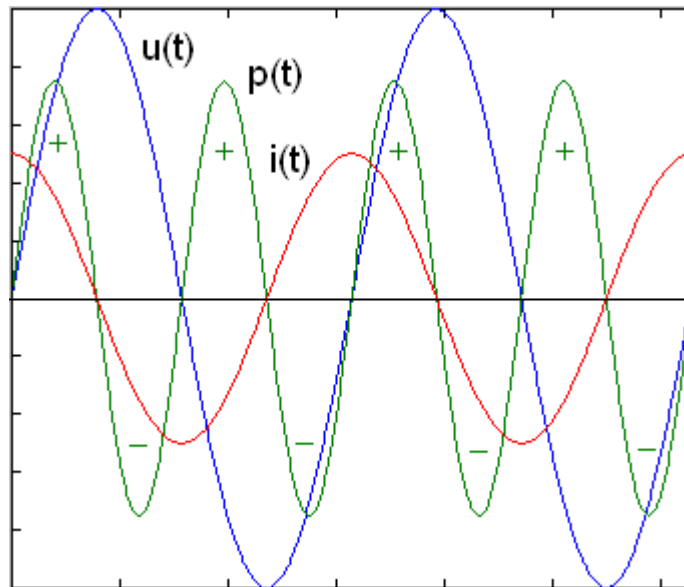
$$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \quad i = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$p = u \cdot i = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \cdot I\sqrt{2} \sin(\omega t) = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

Kondensator:

$$\varphi = -90^\circ$$

effekten ”pendlar”
fram och tillbaka
med dubbla frek-
vensen.



Över en period är nettoeffekten ”0”. Ingen effektförbrukning i en kondensator!

Växelströmseffekt, momentanvärde i L

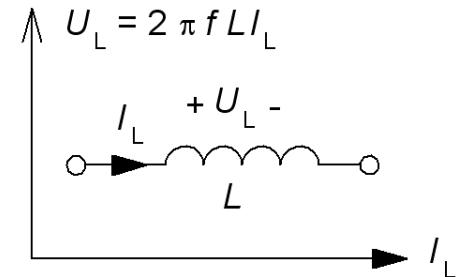
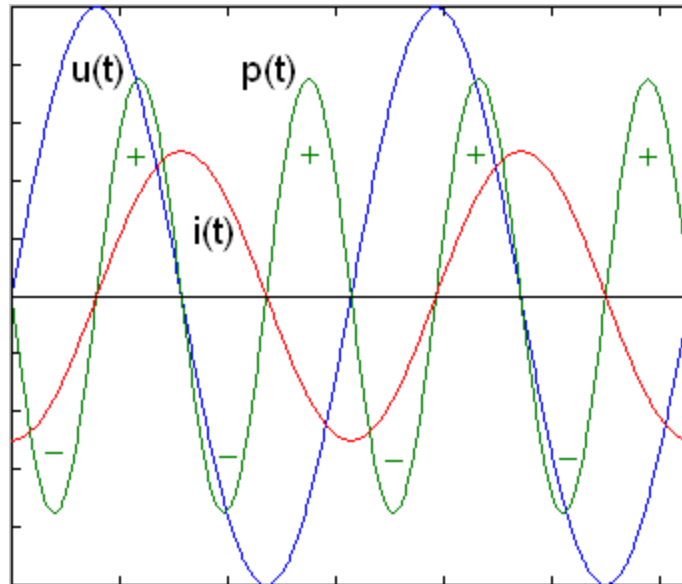
$$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \quad i = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$p = u \cdot i = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \cdot I\sqrt{2} \sin(\omega t) = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

Induktor:

$$\varphi = +90^\circ$$

effekten ”pendlar”
fram och tillbaka
med dubbla frek-
vensen.



Över en period är nettoeffekten ”0”. Ingen effektförbrukning i en spole!

Växelströmseffekt, momentanvärde i Z

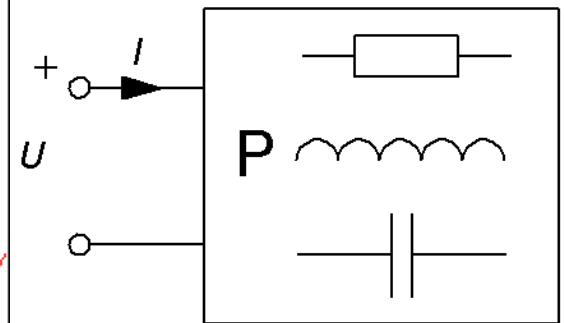
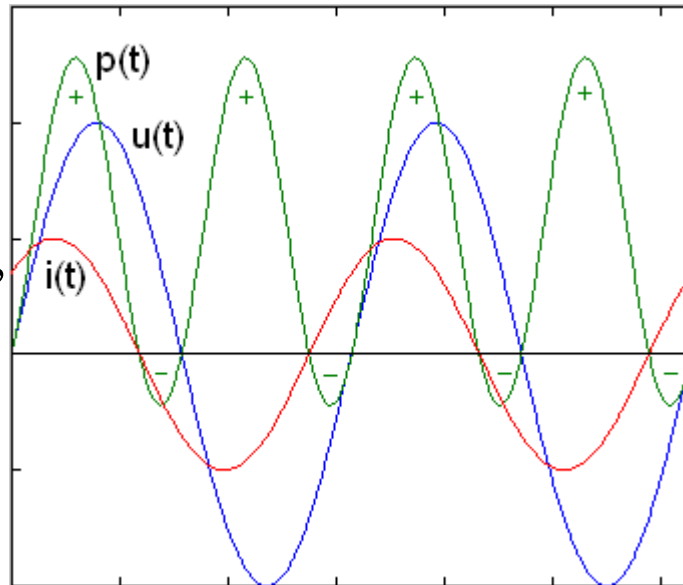
$$u = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \quad i = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$p = u \cdot i = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \cdot I\sqrt{2} \sin(\omega t) = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

Impedans Z:

$\varphi = \dots$

effekten ”pendlar”
fram och tillbaka
med dubbla frek-
vensen.



*Se oscilloskop
demon vid lab.*

*Effekten har ett positivt netto, som förbrukas av nätets
resistorer.*

William Sandqvist william@kth.se

Aktiv, reaktiv och skenbar effekt

$$p = u \cdot i = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

$$P = U \cdot I \cos(\varphi)$$

I allmänhet är det **medeleffekten P** man är intresserad av. Eftersom $\cos(2\omega t \dots)$ har medelvärdet "0", så blir effektens medelvärde $UI \cdot \cos\varphi$. Termen " $\cos\varphi$ " brukar kallas för effektfaktorn.

På grund av dålig "märkutrustning" skrivs effektfaktorn ibland med bokstäver som **COSFI**.

Observera att $\cos(\varphi) = \cos(-\varphi)$. Egentligen bör man också ange om kresen är **IND** eller **KAP**, men eftersom de allra flesta utrustningar är IND så underförstås detta oftast!

Aktiv, reaktiv och skenbar effekt

P är den aktiva, verkliga effekten. Om P är positiv tillförs kretsen effekt. Enheten är W, watt.

S är skenbar effekt, spänning och ström utan hänsyn tagen till fasvridning. Enheten är (oegentligt) VA, volt-ampere.

Q är reaktiv effekt. Detta är en ren "räknestorhet", som ger ett mått på effektpendlingen under en period. En induktiv krets har positivt Q och sägs *förbruka* reaktiv effekt, medan en kapacitiv krets har negativt Q och sägs *avge* reaktiv effekt. Enheten är (oegentligt) VAr, volt-ampere-reaktivt.

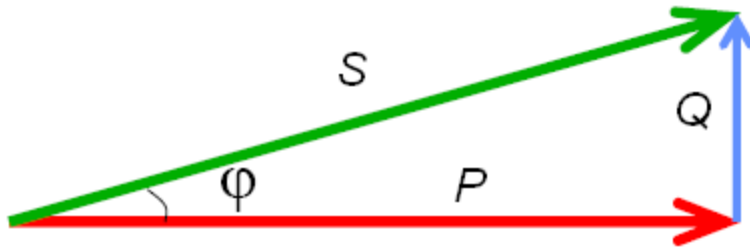
$$P = UI \cos \varphi \text{ [W]}$$

$$S = UI \text{ [VA]}$$

$$Q = UI \sin \varphi \text{ [VAr]}$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Effekt-triangeln



$$P = UI \cos \varphi \text{ [W]}$$

$$S = UI \text{ [VA]}$$

$$Q = UI \sin \varphi \text{ [VAr]}$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

P och Q är ”vinkelräta” (sin och cos) så S är därför hypotenusan i en rätvinklig triangel – **effekt-triangeln**.

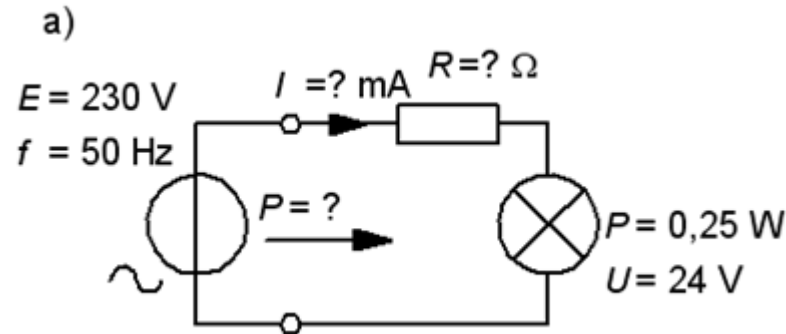
Har man flera effektförbrukare kan man addera P och Q enligt:

$$S^2 = \left(\sum P\right)^2 + \left(\sum Q\right)^2$$

Obs! Q från kondensatorer ska adderas med minustecken.

William Sandqvist william@kth.se

24V-lampa till 230V nätet? a)



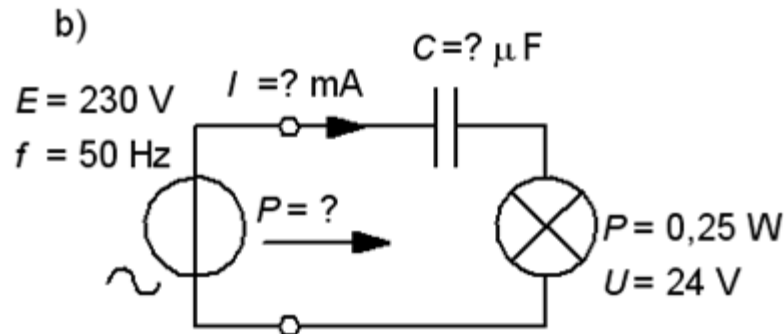
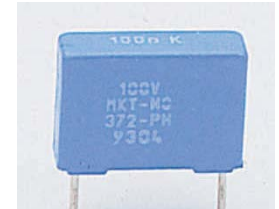
Kan man ansluta en 24V *indikatorlampa* via ett **seriemotstånd** direkt till nätet?

$$I = \frac{P}{U} = \frac{0,25}{24} = 10 \text{ mA} \quad R = \frac{U}{I} = \frac{230 - 24}{10 \cdot 10^{-3}} = 20 \text{ k}\Omega$$

$$P_R = \frac{U^2}{R} = \frac{(230 - 24)^2}{20 \cdot 10^3} = 2,1 \text{ W}$$

R blir varmt. Verkningsgrad $\approx 10\%$.

24V-lampa till 230V nätet? b)



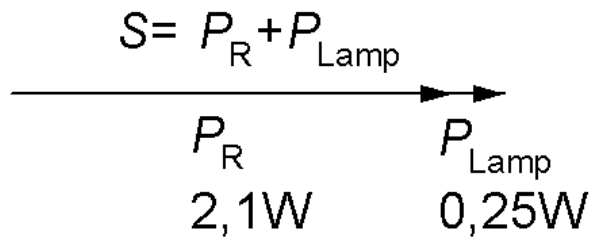
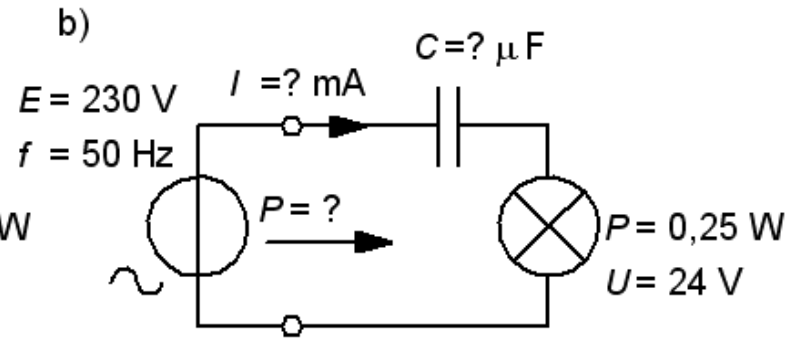
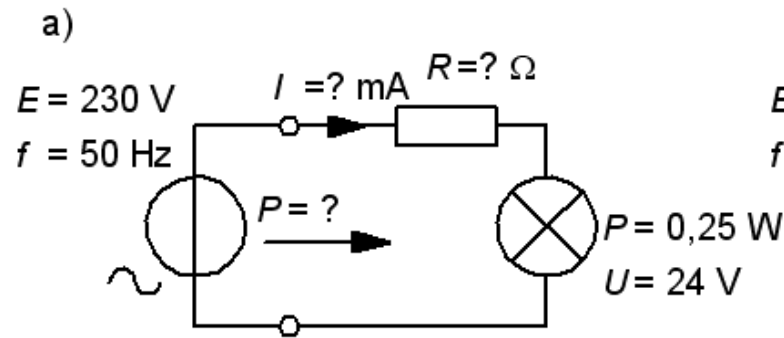
Kan man ansluta en 24V *indikatorlampa* via en **seriekondensator** direkt till nätet?

$$I = 10 \cdot 10^{-3} \quad 230^2 = 24^2 + U_C^2 \Rightarrow U_C = \sqrt{230^2 - 24^2} = 229$$

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{229}{10 \cdot 10^{-3}} = 22 \cdot 10^3 \Rightarrow C = \frac{1}{X_C \cdot 2\pi \cdot 50} = \frac{1}{22 \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 50} = 140\text{ nF}$$

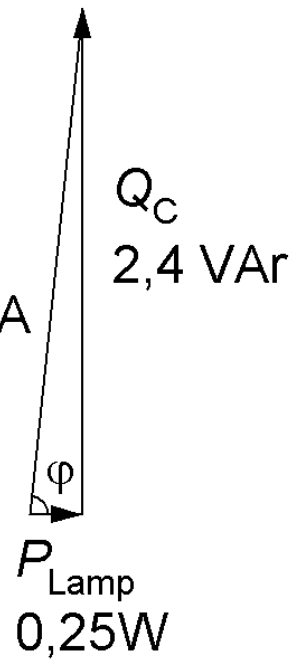
Ingen effektförlust i kondensatorn. Verkningsgrad $\approx 100\%$.

24V-lampa till 230V nätet? φ ?

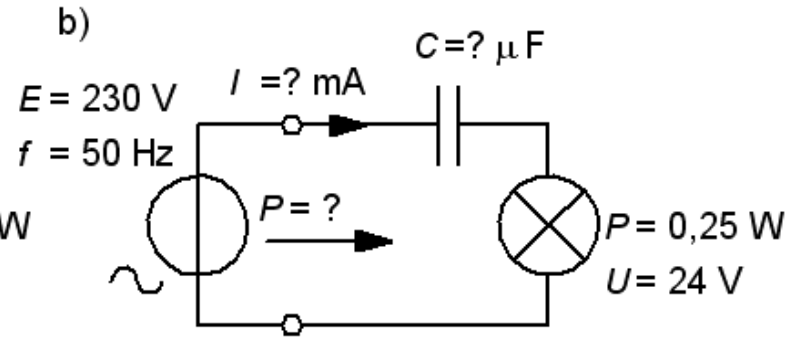
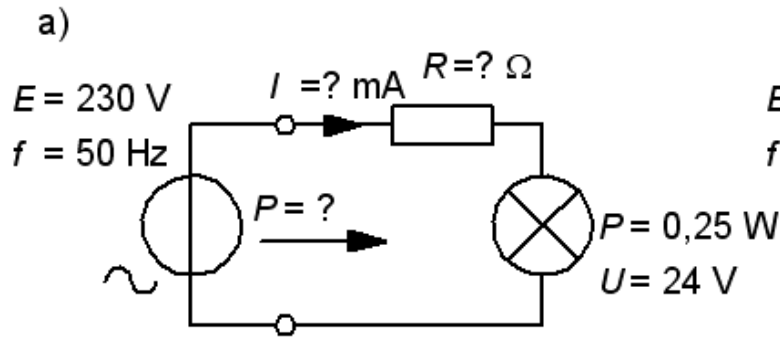


$$S = U \cdot I \quad Q_C = \frac{U_C^2}{X_C} \quad S \quad 2,4 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi = \cos \left(\arctan \left(\frac{Q_C}{P} \right) \right) = 0,1$$



24V-lampa till 230V nätet? φ ?

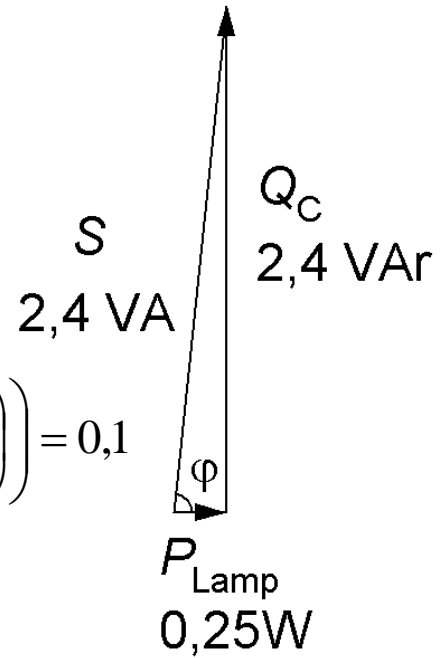


$$S = P_R + P_{\text{Lamp}}$$

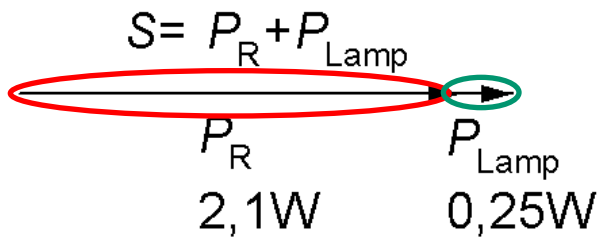
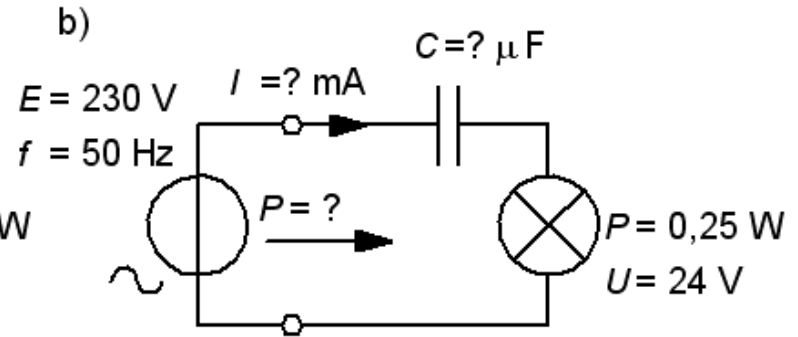
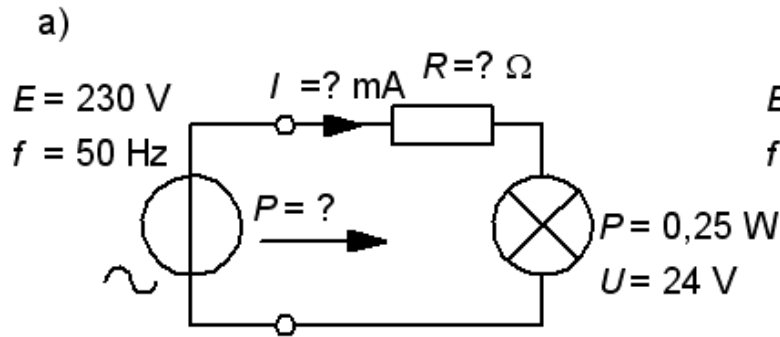
P_R
 $2,1 \text{ W}$
 P_{Lamp}
 $0,25 \text{ W}$

$$S = U \cdot I \quad Q_C = \frac{U_C^2}{X_C}$$

$$\cos \varphi = \cos \left(\arctan \left(\frac{Q_C}{P} \right) \right) = 0,1$$



24V-lampa till 230V nätet? φ ?



$$S = U \cdot I \quad Q_C = \frac{U_C^2}{X_C}$$

S
 $2,4 \text{ VA}$

Q_C
 $2,4 \text{ VAR}$

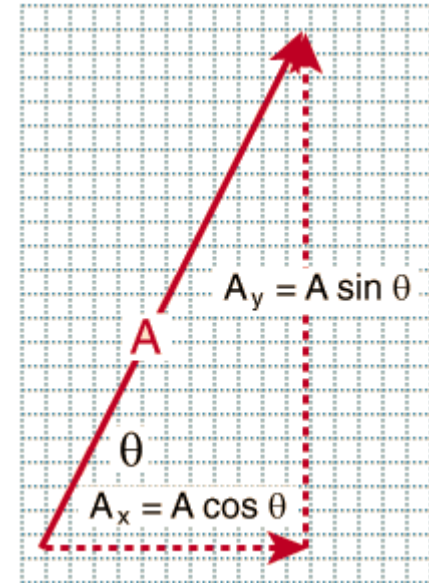
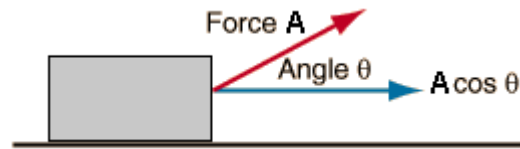
$$\cos \varphi = \cos \left(\arctan \left(\frac{Q_C}{P} \right) \right) = 0,1$$

P_{Lamp}
 $0,25 \text{ W}$

William Sandqvist william@kth.se

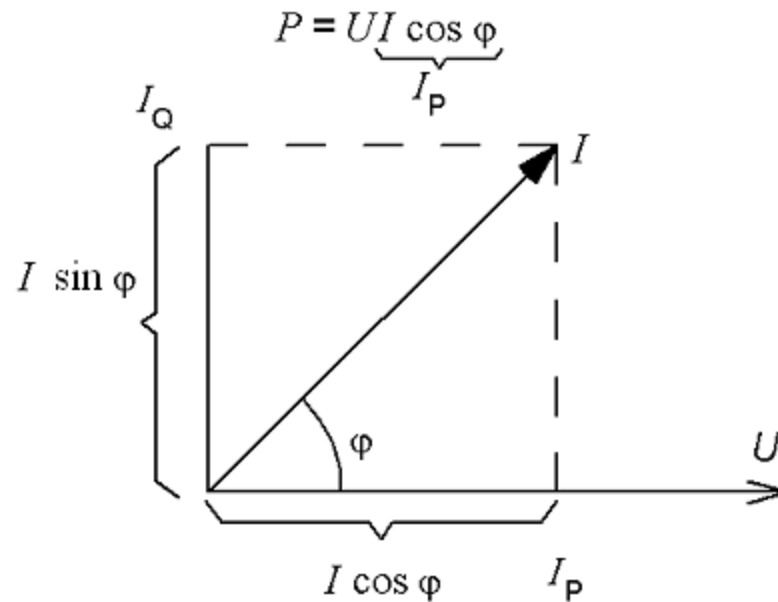
Kraftkomposanter

Från fysiken kommer vi ihåg kraftkomposanter. Det är den kraftkomponent som är i vägens riktning som gör arbetet!



På samma sätt är det bara den "del" av strömmen som har samma riktning som spänningen som ger upphov till effekten i växelströmskretsarna.

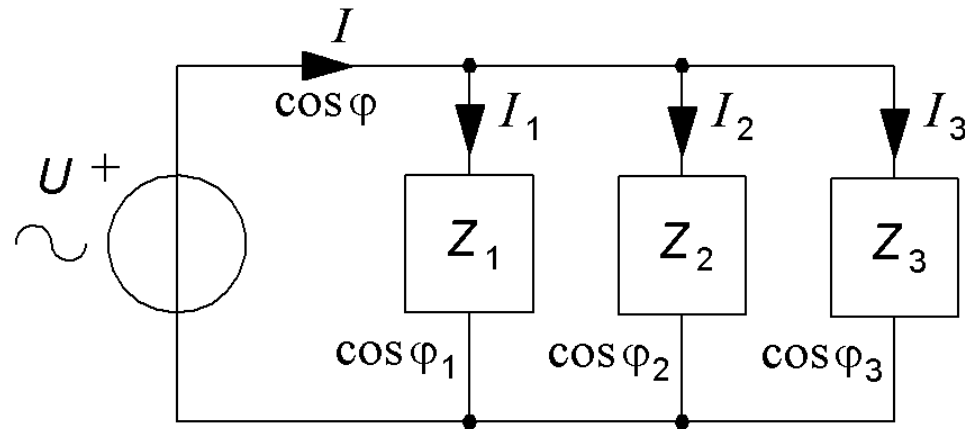
Strömkomposanter



I effektuttrycket kan $I \cos \varphi$ ses som en strömkomposant I_P i spänningen U :s riktning. $P = I_P \cdot U$.

($I_Q = I \sin \varphi$ är motsvarande reaktiva strömkomponenten)

Hur stor blir totalströmmen?



I en verkstadslokal står rader av elektriska maskiner, alla har märkplåtar med uppgifter om strömförbrukning och effektfaktor. Hur stor blir totalströmmen I och resulterande $\cos \varphi$?

$$I = \sqrt{(\sum I_P)^2 + (\sum I_Q)^2} \quad \varphi = \arctan \frac{\sum I_Q}{\sum I_P}$$

Räcker säkringen? (14.2)

En student bor i en 1:a med nätspänningen 220 V och med 10 A säkring i elcentralen.

Kan man dammsuga i lägenheten med värmeelementet inkopplat *utan* att säkringen går?

Dammsugarens ström är 5 A och den har effektfaktorn $\cos\phi$ 0,8. Värmeelementet har effekten 1200 W.

Räcker säkringen? (14.2)

Dammsugarens strömkomponenter ($I_D = 5 \text{ A}$, $\cos\varphi = 0,8$) :

$$I_{DP} = I_D \cdot \cos\varphi = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ A}$$

$$I_{DQ} = I_D \cdot \sin\varphi = I_D \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 5 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ Ar}$$

Räcker säkringen? (14.2)

Dammsugarens strömkomponenter ($I_D = 5 \text{ A}$, $\cos\varphi = 0,8$) :

$$I_{DP} = I_D \cdot \cos\varphi = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ A}$$

$$I_{DQ} = I_D \cdot \sin\varphi = I_D \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 5 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ Ar}$$

Elementets strömkomponenter (vi antar att elementet är rent resistivt och då har $\cos\varphi = 1$) :

$$I_{EP} = I_E = \frac{P}{U} = \frac{1200}{220} = 5,5 \text{ A} \quad I_{EQ} = 0$$

Räcker säkringen? (14.2)

Dammsugarens strömkomponenter ($I_D = 5 \text{ A}$, $\cos\varphi = 0,8$) :

$$I_{DP} = I_D \cdot \cos\varphi = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ A}$$

$$I_{DQ} = I_D \cdot \sin\varphi = I_D \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 5 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ A}$$

Elementets strömkomponenter (vi antar att elementet är rent resistivt och då har $\cos\varphi = 1$) :

$$I_{EP} = I_E = \frac{P}{U} = \frac{1200}{220} = 5,5 \text{ A} \quad I_{EQ} = 0$$

Totala strömmen I :

$$I = \sqrt{(\sum I_P)^2 + (\sum I_Q)^2} = \sqrt{(4 + 5,5)^2 + (3 + 0)^2} = 10 \text{ A}$$

Räcker säkringen? (14.2)

Dammsugarens strömkomponenter ($I_D = 5 \text{ A}$, $\cos\varphi = 0,8$) :

$$I_{DP} = I_D \cdot \cos\varphi = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ A}$$

$$I_{DQ} = I_D \cdot \sin\varphi = I_D \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 5 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ Ar}$$

Elementets strömkomponenter (vi antar att elementet är rent resistivt och då har $\cos\varphi = 1$) :

$$I_{EP} = I_E = \frac{P}{U} = \frac{1200}{220} = 5,5 \text{ A} \quad I_{EQ} = 0$$

Totala strömmen I :

$$I = \sqrt{(\sum I_P)^2 + (\sum I_Q)^2} = \sqrt{(4 + 5,5)^2 + (3 + 0)^2} = 10 \text{ A}$$

*Säkringen
håller!*

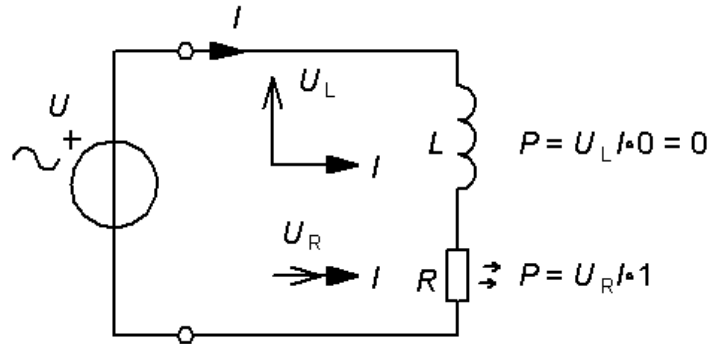
William Sandqvist william@kth.se

Lysrörsarmaturen (14.1)

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,

0,41 A och 48 W.



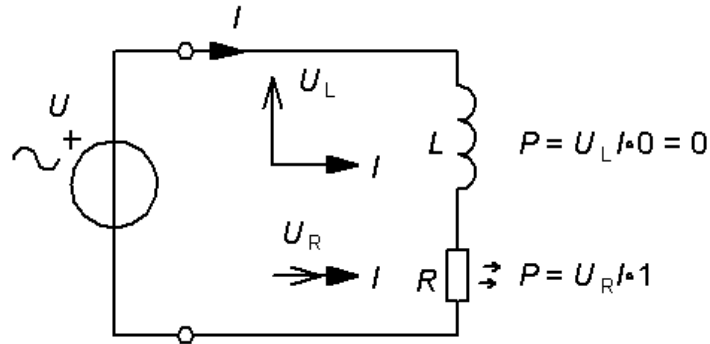
Urladdningsröret R , reaktor L .

Lysrörsarmaturen (14.1) Z

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,

0,41 A och 48 W.



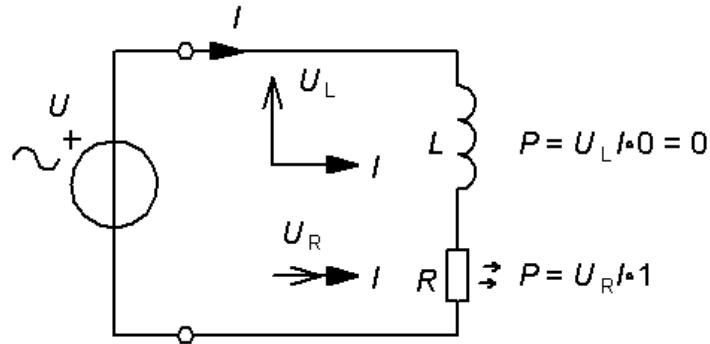
Urladdningsröret R , reaktor L .

Beräkna Z

Lysrörsarmaturen (14.1) Z

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,
0,41 A och 48 W.



Urladdningsröret R , reaktor L .

Beräkna Z

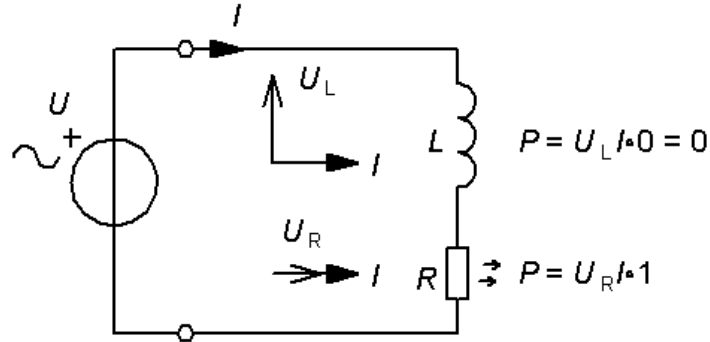
$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,41} = 537 \Omega$$

Lysrörsarmaturen (14.1) R

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,

0,41 A och 48 W.



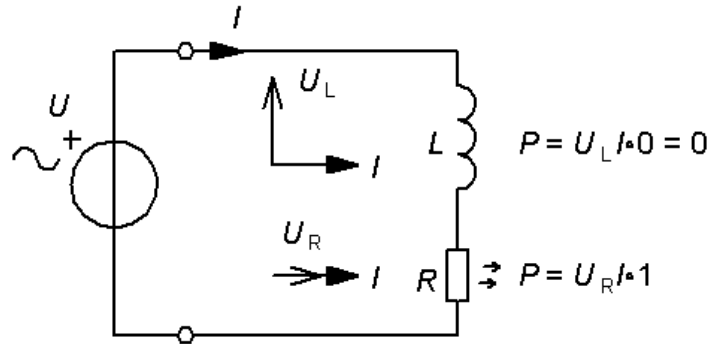
Beräkna R

Lysrörsarmaturen (14.1) R

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,

0,41 A och 48 W.



Beräkna R

All effekt utvecklas i resistorer.

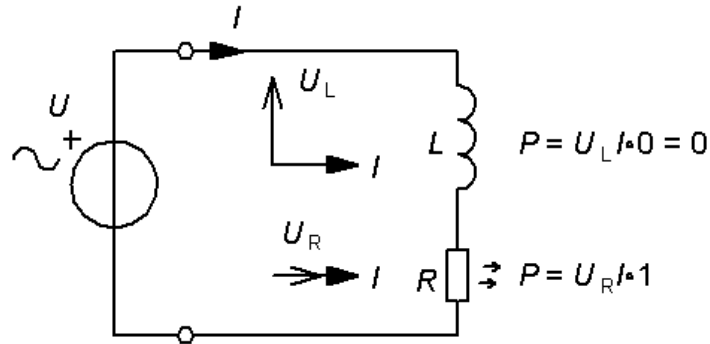
$$P = P_R = U_R I \cdot 1 = RI^2 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P}{I^2} = \frac{48}{0,41^2} = 285 \Omega$$

Lysrörsarmaturen (14.1) L

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,

0,41 A och 48 W.

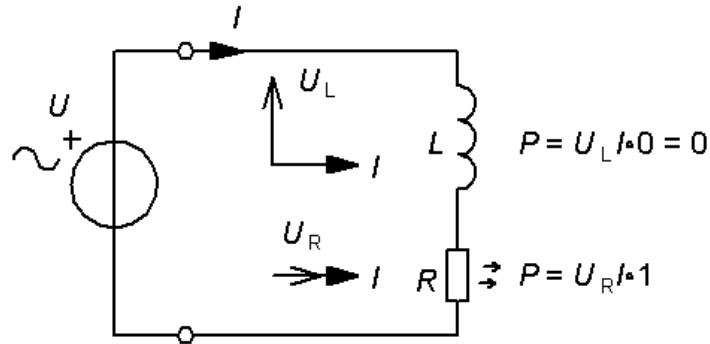


Beräkna L

Lysrörsarmaturen (14.1) L

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,
0,41 A och 48 W.



Beräkna L

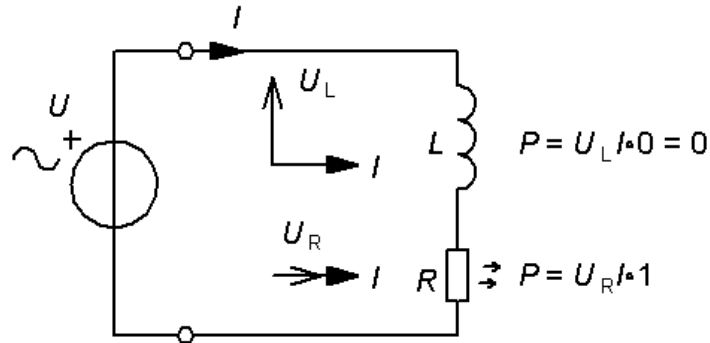
$$\underline{Z} = R + j\omega L \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \Rightarrow \omega L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{537^2 - 285^2}}{2\pi \cdot 50} = 1,45 \text{ H}$$

Lysrörsarmaturen (14.1) $\cos\varphi$

40W Lysrör

220 V, 50 Hz,
0,41 A och 48 W.

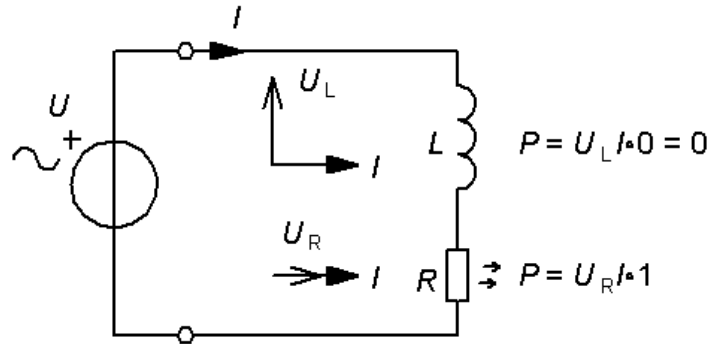


Beräkna $\cos\varphi$

Lysrörsarmaturen (14.1) $\cos\varphi$

40W Lysrör

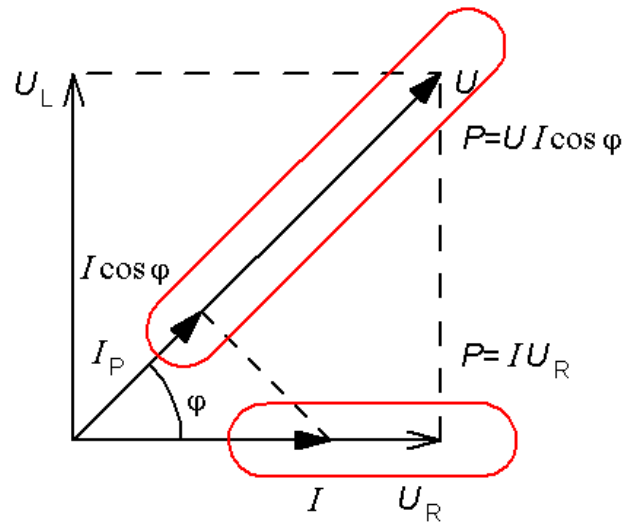
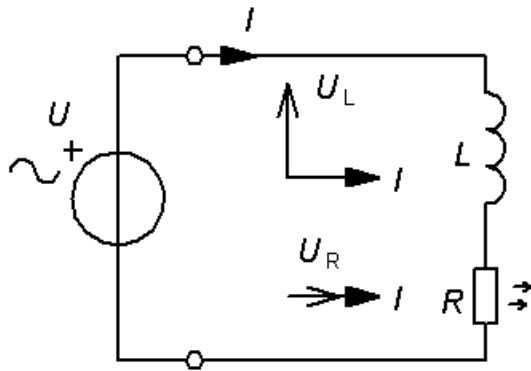
220 V, 50 Hz,
0,41 A och 48 W.



Beräkna $\cos\varphi$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{48}{220 \cdot 0,41} = 0,53$$

Lysrörsarmaturen (14.1)

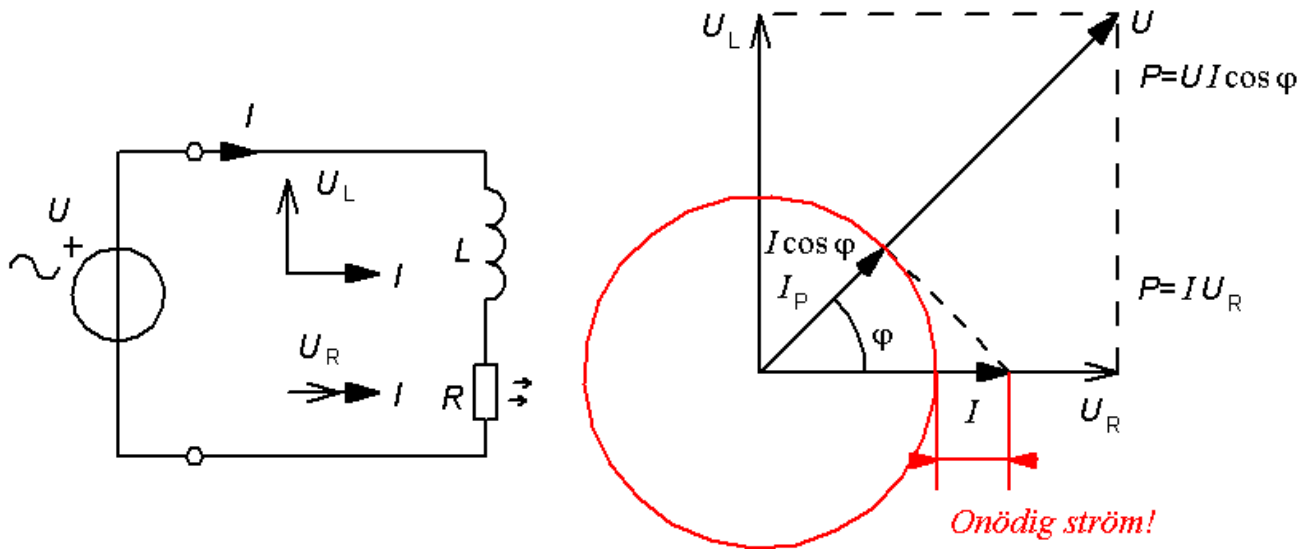


Effekt kan beräknas då spänning och ström är i fas.

- U och I_p är i fas.
- I och U_R är i fas.

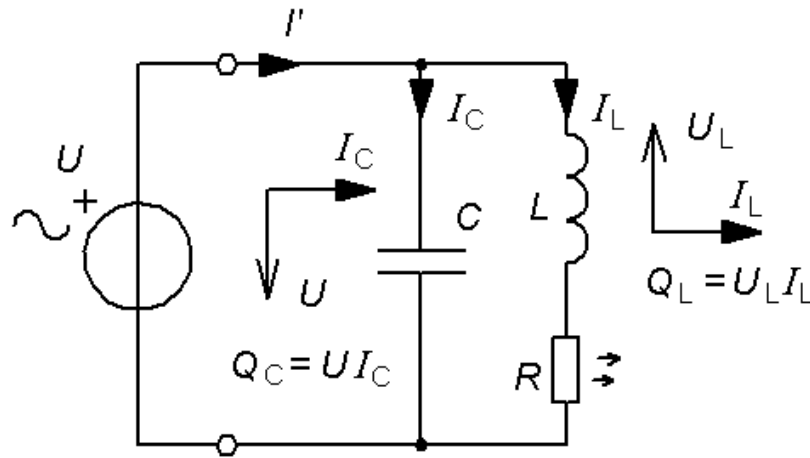
$$P = U \cdot I_p = U \cdot I \cos \varphi \quad \text{eller} \quad P = I \cdot U_R$$

Lysrörsarmaturen (14.1)



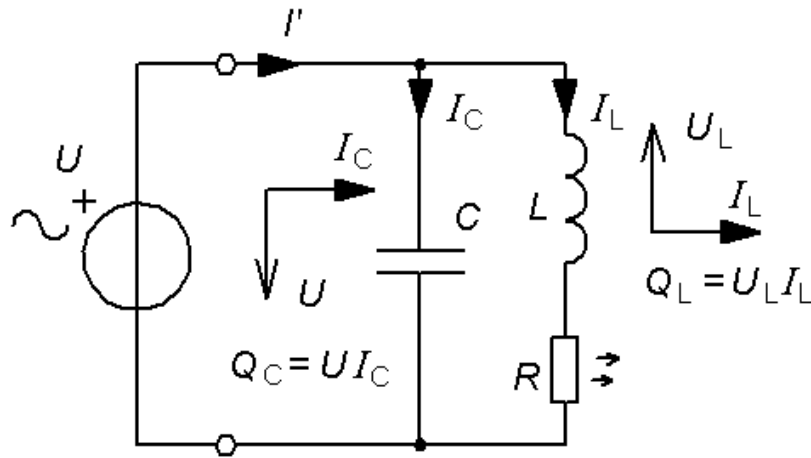
Fasvridningen mellan spänning och ström innebär att en del av den ström I som elverket levererar *inte* används till den aktiva effekten. Den onödiga strömdelen orsakar också den överföringsförluster. Elbolagens tariffer innehåller därför straffavgifter för dåligt $\cos \varphi$.

Faskompensering (14.1)



Genom att bygga in en kondensator C , så kommer pendlingen av reaktiv effekt att ske lokalt utan överföringsförluster. Endast den nödvändiga strömmen I' levereras. Strömmen I_L blir densamma som den tidigare strömmen I .

Faskompensering (14.1)



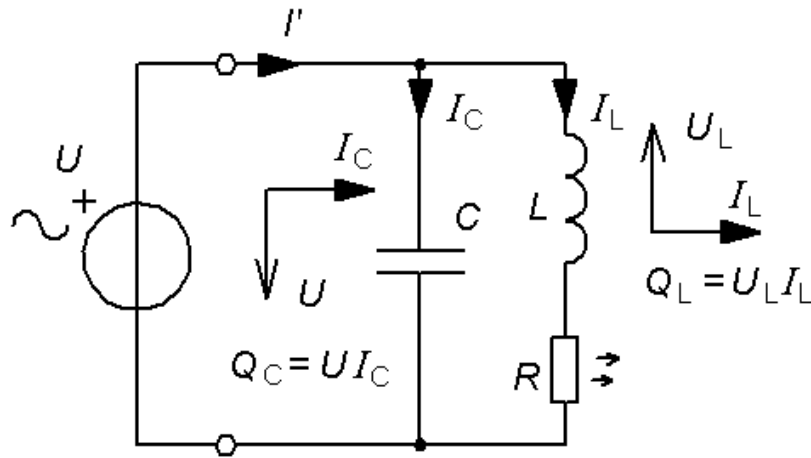
$$Q_L = Q_C$$

$$Q_L = U_L I_L = I_L^2 \cdot X_L \quad I_L = \frac{U}{Z_{LR}} \Rightarrow Q_L = X_L \frac{U^2}{Z_{LR}^2}$$

$$Q_C = U I_C = \frac{U^2}{X_C} \quad Q_L = Q_C \Rightarrow X_L \frac{U^2}{Z_{LR}^2} = \frac{U^2}{X_C}$$

$$Z_{LR}^2 = X_L \cdot X_C = \omega L \cdot \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \boxed{C = \frac{L}{Z_{LR}^2}}$$

Faskompensering (14.1)



$$C = \frac{L}{Z_{LR}^2} = \frac{1,45}{537^2} = 5 \mu\text{F}$$

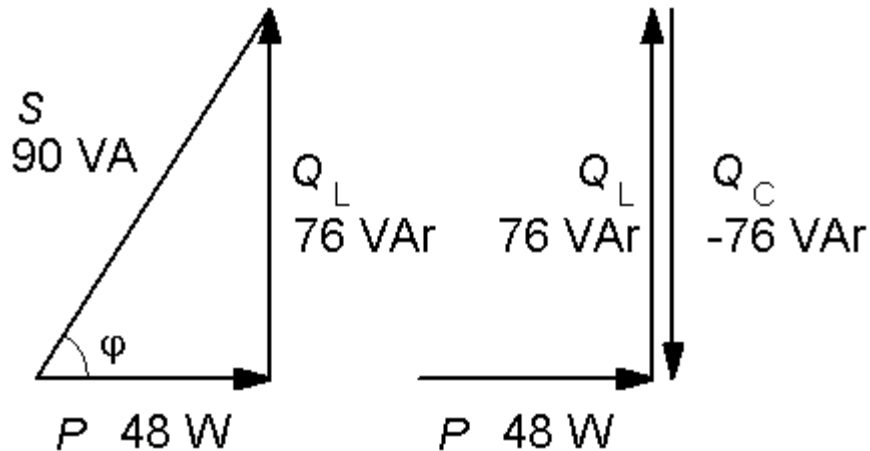
Pris c:a 50:-



Effekt-triangel (14.1)

Effekt-triangel.

Utan och med faskompensering.



William Sandqvist william@kth.se

(Komplex effekt)

Effekt-triangel och strömkomposanter är tillräckliga metoder för de effektberäkningar man kan behöva utföra i kraftnätet.

Inom tex. radioteknikområdet kan det kanske finnas behov av en konsekvent komplex metod för effektberäkningar.

Den komplexa (skenbara) effekten definieras då som produkten mellan komplex spänning och den komplexa strömmens komplexkonjugat.

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = P + jQ \quad P = \operatorname{Re}[\underline{S}] \quad Q = \operatorname{Im}[\underline{S}]$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

William Sandqvist william@kth.se